



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

## Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

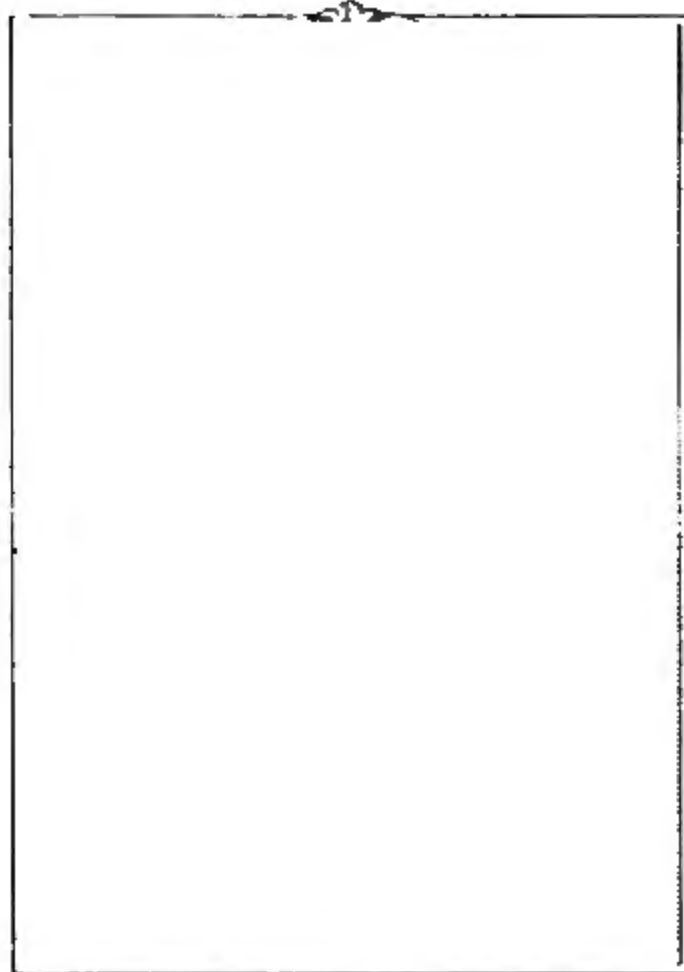
Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

## À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>







182

B51

H7



HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE ROYALE  
DES  
SCIENCES  
ET  
BELLES LETTRES.

~~ANNEE MDCCCLXVIII~~

1756

A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,  
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.  
MDCCLVIII.

21

Permis d'imprimer.

*P. L. Moreau de Maupertuis.*  
Président.





1000

1000

1000

1000

1000

TE

2 3 4 T T E I - 2 3 4 I T 3

-----

3 4 5 6 7 8 9 10

11 12 13 14 15 16

17 18 19 20

21

22 23 24 25 26

**R E C H E R C H E S**  
**SUR LA FORCE DE L'IMAGINATION DES FEM-**  
**MES ENCEINTES SUR LE FŒTUS, À L'OCCASION D'UN**  
**CHIEN MONSTRUEUX.**

**PAR M. ELLER.**

es taches, les difformités, & quelquefois la structure monstrueuse des enfans nouvellement nés, sont des choses trop connues pour qu'on en puisse douter. Les Physiciens, & surtout les Medecins de tout temps, se sont fatigués, & chacun selon la portée de ses lumieres ou de ses préjugés, à développer l'origine, ou les véritables causes de ces défauts. *Hippocrate* déjà, (\*) tâchant de rendre raison de ces difformités,

A 2 .

(\*) *Libr. de Genitura*, art. 8. & 9.



mités, nous apprend qu'un enfant, dans la matrice, peut être mutilé par les coups que la Mère reçoit, ou par les chûtes qu'elle fait. Il ajoute dans la suite, que l'enfant dans la matrice sera estropié, s'il n'a pas assez d'espace pour y demeurer à son aise, à l'exemple d'un végétal, qui trouvant une pierre, ou autre chose, qui le gêne dans son accroissement, devient peu à peu tortu & de travers, mince d'un côté & épais de l'autre, &c. Et par rapport aux taches que les enfans montrent quelquefois à la peau extérieure, *Hippocrate* nous en rend pour raison ; \* que l'envie des Femmes grosses est capable d'imprimer, sur la peau du tendre enfant, la forme de ce qu'elles ont désiré.

\* *Libr. de  
Supersacat.*

Il est fort probable, que les Physiciens dans la suite ont pris de ce dernier passage d'*Hippocrate*, l'occasion d'accuser la force de l'imagination d'une femme enceinte, comme la cause unique & suffisante de toutes les taches & difformités avec lesquelles les enfans nouvellement nés viennent souvent au monde. Cette opinion a tellement prévalu, surtout dans les deux derniers Siècles, que personne n'osoit douter de la réalité de cette supposition. Même le peuple savant de ce tems-là se faisoit un mérite de vouloir rendre raison de ces contes & fictions fabuleuses, fondées, à ce qu'ils se persuadoient, dans la force de cette prétendue imagination. C'est ce que nous prouvent les Ecrits de Medecins d'une réputation distinguée, comme ceux de *Hildan*, de *Fienus*, de *Horstius*, de *Thomas Bartholin*, d'*Ambroise Paré*, & d'autres encore. Et ce ne furent pas les Medecins seuls, qui adoptèrent cette hypothèse de la difformité causée par l'imagination aux enfans pendant leur séjour dans la matrice ; les Philosophes du premier ordre encore ne refuserent pas leur suffrage pour l'affermissement de la même hypothèse ; témoin le Père *Malebranche*, (\*) si célèbre d'ailleurs dans les découvertes de la vérité dont l'entendement humain est susceptible. Ce grand Philosophe, pour rendre raison de quelques dislocations des os des bras & des jambes, avec lesquelles un enfant naquit en France, & dont on attribuoit le prétendu fracas à l'imprudence de la

(\*) Voyez la *Recherche de la Vérité*, Liv. II. ch. 7.



la Mère, qui avoit vu rompre les os à un Criminel pendant qu'elle étoit grosse de cet enfant, il s'explique de cette façon : „ Les enfans „ voyent ce que leurs Mères voyent, ils entendent les mêmes cris, „ ils reçoivent les mêmes impressions des objets, & ils sont agités des „ mêmes passions . . . Tous les coups qu'on donna à ce misérable, „ frapperent avec force l'imagination de cette mère, & par une espe- „ ce de contrecoup le cerveau tendre & délicat de son enfant. Les „ fibres du cerveau de cette femme furent étrangement ébranlées, & „ peut-être rompuës en quelques endroits par le cours violent des „ esprits produit à la vuë d'une action si terrible, mais elles eurent as- „ sez de consistance pour empêcher leur bouleversement entier. Les „ fibres au contraire du cerveau de l'enfant, ne pouvant résister au tor- „ rent de ces esprits, furent entièrement dissipées, & le ravage fut „ assez grand pour lui faire perdre l'esprit pour toujours. C'est là la „ raison pour laquelle il vint au monde privé de sens. „ Je crois qu'un habile Medecin, ou Chirurgien Anatomiste, auroient trouvé une toute autre cause par rapport à l'origine du mal en question, si on les avoit employés à examiner l'affaire à fond. Car, si la lésion des os avoit été telle qu'on la suppose, la forte attache des muscles, placés aux extrémités de ces os, auroit sans doute tellement fléchi & tirailé chaque portion des os fracturés, que leur situation droite auroit été forcée à montrer autant de bosses, ou angles élevés, qu'il y avoit de fractures aux bras & aux jambes ; ce qu'on n'a pourtant pas remarqué dans le récit. Mais la recherche de ce cas, & de bien d'autres encore de la même trempe, où l'on trouve toujours une rélation peu fidele, ou défectueuse, des témoins suspects, & des juges incompetens, m'écarteroit trop de mon but ; qui est seulement d'examiner, s'il y a quelque possibilité, que dans une femme enceinte, la force de l'imagination, ébranlée par une frayeur extraordinaire, puisse estropier ou mutiler son enfant dans la matrice, changer la figure humaine en quelques endroits de son corps, lui faire croître des pattes, des griffes, des cornes, &c. ou bien que cette femme puisse par un desir excessif, auquel elle n'a pu satisfaire, lui attacher sur la peau extérieure des em-  
prein-



preintes des choses qu'elle n'a pu obtenir, comme des Cerises, des Fraises, des grappes de raisin, des Souris, des Poissons, &c.

Or, comme tous ces phénomènes, & d'autres semblables, ont été attribués à la force de l'imagination des femmes grosses, il faut examiner de près, ce que c'est qu'imaginer, & de quelle manière cette opération de notre être pensant existe en nous. Pour peu qu'on réfléchisse là dessus, on trouve que l'imagination n'est autre chose, que cette faculté de notre Ame qui représente en nous l'image, ou les idées des objets absens, introduits auparavant par les organes de nos sens. Mais cette représentation des objets absens, ou cette imagination, doit nécessairement agir en nous par quelques moyens capables de faire une impression, ou changement, à l'endroit de notre corps où les pensées existent ; & ces moyens sont sans contredit les nerfs, puisque la destruction de ces émissaires du cerveau, détruit en même tems la perception des idées qu'on appelle sensuelles, parce qu'elles nous viennent par les sens. Par conséquent la lésion du nerf optique nous ôte la perception des idées que nous recevons par la vue ; l'obstruction du nerf acoustique, celles que nous saisissons par le son, & ainsi des autres : de sorte que les nerfs, ayant fourni les idées sensuelles au cerveau, établissent ensuite cette opération de l'ame en nous, qu'on appelle imagination.

D'ailleurs, l'expérience nous apprend, que ces idées sensuelles sont capables d'exciter des passions très violentes, surtout dans le sexe, lorsqu'il se trouve en grand danger, d'un incendie par exemple, ou à la vue d'un assassinat, à l'aspect d'un animal affreux, au récit d'un grand malheur arrivé à quelques uns de leurs proches, ou quand on se trouve subitement en danger de la vie, &c. Quelle émotion excessive dans toute la masse de sang, & quelle violente constriction spasmodique de tous les nerfs, ne voyons-nous pas arriver alors, surtout dans les femmes enceintes ? Aussi les frayeurs de cette nature, dans ces sortes de personnes, ne laissent pas que d'être très nuisibles aux enfans qu'elles portent ; la liaison entre la mere & le fœtus





fœtus est trop étroite pour qu'une agitation si violente ne se communique pas à la matrice, & y cause des desordres aux parties délicates du fœtus, surtout dans les premiers mois de son accroissement. De là viennent quelquefois des bouleversemens de la matrice, qui se montrent par de grandes pertes de sang, & par des avortemens même ; & lorsque de pareilles commotions extraordinaires du sang & des esprits arrivent les premiers jours, ou semaines, après la conception, la structure délicate du petit embryon court grand risque d'être endommagée quant à sa formation ; c'est à dire que la constriction spasmodique de la matrice peut empêcher, ou mettre un tel obstacle, surtout dans les extrémités du petit embryon, que telle, ou telle branche d'artère se trouve embarrassée, ou bouchée, de sorte qu'elle perde sa fonction de pousser le sang pour développer la partie à laquelle se rapporte sa destination. Une telle obstruction arrivant, par exemple, à l'artère brachiale, ou à celle du poignet, le bras ou la main trouveront obstacle à se développer ; & lorsque l'enfant viendra à son terme au monde, il lui manquera une portion du bras, ou du poignet, &c. & de cette manière peuvent se former & naître ce qu'on appelle *les monstres par défaut*.

En adoptant cette théorie, il ne sera pas plus difficile de comprendre, comment, & par quel moyen, se peuvent former les différentes taches, ou marques imprimées à la peau extérieure de l'enfant ; car les veines comprimées dans quelques endroits du corps de l'enfant, soit par une position forcée dans la matrice, ou par une violence reçue de dehors, ou par l'entortillement du cordon umbilical autour du cou, ou enfin par l'habillement trop ferré de la mère, toutes ces causes & d'autres semblables, dis-je, peuvent sans doute troubler la circulation égale, qui doit naturellement subsister entre les artères qui poussent le sang du cœur aux extrémités, & les veines qui le ramènent au cœur. Supposons donc une petite branche des veines reserrée par une cause quelconque ; la branche de l'artère à laquelle cette veine répond, poussera le sang qu'elle a reçu par la constriction du

du



du cœur, également vers les branches de la veine bouchée ; mais la résistance que le sang y rencontre, forcera le diamètre des petites artères laterales lymphatiques d'admettre, ou de recevoir, au lieu de la lymphe déliée & transparente, les petits globules rouges du sang ; & la cause de cette dilatation des vaisseaux ayant subsisté trop longtemps, les artères lymphatiques élargies se convertiront en vaisseaux sanguins, lesquels étant placés, comme on sçait, en très grand nombre en forme d'un tissu étroit sous l'épiderme transparent de la peau, ce tissu des vaisseaux sanguins y montrera nécessairement une rougeur plus ou moins forte, & plus ou moins étendue, selon que les causes de son existence ont été plus ou moins grandes. Aussi les taches rouges formées de cette façon, & qui ont l'étendue d'un ou de plusieurs pouces, sont appelées en Allemand, *Feuer*, ou *Mutter - Mähler*, *Navi materni* en Latin. Les autres plus petites taches sphériques d'un rouge foncé, ou quelquefois d'un rouge pâle, ou bien un amas de ces petites taches rouges confonduës ensemble, sont des empreintes, que pendant la grossesse d'une femme, un desir manqué de Cerises, de Fraises, de grappes de Raisin &c. doit avoir dessiné sur la tendre peau des enfans, selon la dévote crédulité des femmelettes. Ensuite les taches un peu larges & élevées, & que les racines des poils dilatées & poussées ont rendu veluës, causées apparemment par un sang épais & bilieux, dérivé de la mere vers la matrice, sont attribuées à l'épouvante de l'apparition d'une Souris que la mère s' imagine d'avoir chassée une fois de ses habits pendant la grossesse. Mais qui seroit assez stupide pour ne pas découvrir ici des fictions fades, soutenues des préjugés vulgaires, que la tradition du sexe crédule a tâché de perpétuer depuis tant de générations ? Aussi pour découvrir dans les taches susdites, des images de Cerises, de Fraises, de Souris, &c. il faudroit avoir l'imagination bien plus forte, que ces bonnes Meres ne l'ont eüe, lorsqu'elles ont crû barbouiller ces empreintes sur la peau de leurs enfans.

Mais, pour mettre enfin des bornes à la prétendue imagination formatrice des taches, des fruits, & des bêtes même, que les enfans reçoivent



reçoivent quelquefois dans leur première demeure, il faut tomber d'accord, que l'épouvante, ou la frayeur, qu'on prend pour la source de ces fortes d'imaginaires, ne peut opérer autre chose, si ce n'est de produire une altération dans la circulation du sang de la Mère, c'est à dire, de la pousser trop, ou de la trop ralentir, & de causer souvent, en même tems, une constriction spasmodique dans la matrice ; circonstances, qui dépendent toutes deux d'une commotion violente des esprits des nerfs du cerveau de la Mère. La structure du corps humain, & les fonctions de ses parties, établissent cette thèse, & prouvent encore, que les nerfs de la Mère n'ont point de liaison avec ceux de l'enfant, puisque la connexion entre le corps de la Mère & celui de l'enfant subsiste uniquement par le moyen de l'arrière-faix, qui ne tient point à la matrice par une *continuité*, mais seulement par une *contiguïté* de vaisseaux, qu'on ne déchire pas lorsqu'on dégage l'arrière-faix de la matrice. On voit, que les vaisseaux innombrables dans leurs plus petites subdivisions, sont distribués par parcelles, & tout à fait mêlés avec ceux de la matrice ; dans cet ordre & cet arrangement néanmoins, que les petites veines de l'arrière-faix, à l'imitation des racines des végétaux, peuvent sucer le sang qui s'écoule des extrémités des artères de la matrice, & d'un autre côté, que les petites veines de la matrice peuvent à leur tour résorber le sang que les artères du cordon umbilical de l'arrière-faix ramènent de l'enfant vers la matrice ; lequel sang enfin, de retour de sa fonction nutritive, étant reçu par les veines de la matrice, rentre dans la masse du sang de la Mère.

Il n'y a donc point de *continuité*, ou d'*anastomose*, entre les vaisseaux sanguins de la Mère & ceux du fœtus ; & par conséquent point de circulation de sang commune à la Mère & à l'enfant : ce qui est prouvé encore par la grande différence qu'on remarque entre les battemens des artères de la Mère & de celles du fœtus, quand on a l'opportunité de tâter d'une main le pouls de la Mère, & de l'autre les pulsations des artères du cordon umbilical, qui s'avance quelquefois



hors de la matrice, pendant que l'enfant y reste encore. D'ailleurs les nerfs de la Mère n'ont pas la moindre connexion avec ceux du fœtus, & les dissections anatomiques les plus scrupuleuses n'ont pu jusqu'ici découvrir seulement le plus petit filament nerveux qui se rendit de la matrice dans l'arrière-faix de l'enfant. Cela prouve que le fœtus est un individu distinct de celui de la Mère, & qui agit par ses propres nerfs, indépendamment de ceux de la Mère. Les nerfs donc, qui sont les instrumens par lesquels l'imagination de la Mère peut uniquement opérer cet effet, ou produire ce pouvoir de changer quelque chose au corps de l'enfant, n'étant capables d'y contribuer en rien, cette imagination ne sauroit avoir lieu, d'autant plus que les nerfs de la Mère, n'ayant pas la moindre connexion avec ceux du fœtus, se trouvent hors de la sphère de leur activité.

Ce que j'ai avancé jusqu'ici, prouve assez clairement, je crois, que les taches & les empreintes de diverses choses étrangères, qui paroissent sur la peau de quelques enfans nouvellement nés, & même les *Monstres par défaut*, ne peuvent pas proceder d'une prétendue imagination de la Mère; mais qu'ils sont plutôt, selon la démonstration précédente, l'effet d'une émotion extraordinaire & très forte des esprits des nerfs, & de la masse d'un mauvais sang, occasionnés par des passions très violentes, qui arrivent souvent aux femmes enceintes.

Mais on rencontre quelquefois certains fœtus preternaturels, qui semblent demander une toute autre raison de leur existence; & ce sont principalement ces sortes d'enfans difformes, qu'on appelle *Monstres par excès*, qui font voir une ou plusieurs parties essentielles de trop à leur corps, ou bien ceux qui montrent un membre, ou partie principale, tout à fait étrangère à leur espèce; comme, par exemple, la tête d'un animal attachée au tronc d'un enfant, que quelques Auteurs, comme *Hildanus*, *Thomas Bartholin*, &c. prétendent avoir vû. Ajoutons encore plusieurs autres combinaisons monstrueuses de cette nature, dont le *Dr. Turner*, Medecin Anglois, dans son traité de *Morbis*

*Tab. I.*  
*ad pag. 33.*







*Morbis cutaneis*, a fait une Collection importante : mais cet Auteur, à cause de sa trop grande crédulité, a été bien tourné en ridicule par le Docteur *Jacques Blondel* son Compatriote.

Quoiqu'il en soit, on a eu la satisfaction, il y a quelques mois, de voir naître ici, à Berlin, non pas un enfant monstrueux, avec une tête empruntée d'une autre espèce d'animal, mais un petit Chien mis au monde, dont la tête ne ressembloit pas mal à celle d'un Coq-d'Inde. Le Bourgeois qui a vu naître cette petite bête monstrueuse, l'a donnée à un Chirurgien de ma connoissance, de qui je la tiens ; il lui a raconté, que la chienne mère, de la plus petite race, lorsqu'elle étoit pleine, avoit eu la coutume de se promener souvent dans la basse cour, où ce Bourgeois nourrissoit parmi sa volaille un Coq-d'Inde, le quel, ne pouvant souffrir la chienne, l'avoit toujours chassée en la becquetant, & la forçant de se retirer dans la maison. Ce bon homme a crû au reste, que la pauvre chienne, effrayée toujours de cette façon, avoit imprimé à son petit l'image des armes si redoutables de son ennemi le Coq. Après avoir examiné avec soin ce petit monstre, expiré d'abord après sa naissance, on a remarqué, que la difformité subsistoit uniquement à la tête & au col, le reste du corps & les extrémités ne montrant que la structure ordinaire d'un Chien. Pour ce qui regarde la tête monstrueuse, elle étoit un peu ovale, depourvue de la gueule & du nez, & par conséquent les mâchoires allongées d'un chien y manquoient entièrement ; mais à leur place il se présentait une espèce de pendeloque ronde, d'une chair rougeâtre, approchante, par rapport à sa figure & à sa longueur, du couvre-bec d'un Coq-d'Inde. Le diamètre de cette excrescence charnue vers sa base, étoit de 8. à 9. lignes, mais elle étoit creuse en dedans pour recevoir & loger une espèce de bec, ou plutôt un crochet osseux, tout à fait solide & sans ouverture, de 4. lignes de diamètre environ, & de 12. de longueur ou d'étendue. Ce crochet ne se trouvoit point attaché à l'os frontal, mais adhérent par une espèce de suture aux os des temples, à l'endroit où ces deux os se joignoient vers la base du petit crane, dans lequel, au reste, on ne trouvoit pas la

moindre marque des orbites ; de sorte que les yeux y manquaient tout à fait. On découvroit ensuite les deux oreilles à la base de la tête, où le col commence ; elles étoient entourées d'une espèce de menton difforme, élevé en bourrelet, & tout parsemé de petits boutons rougeâtres, à l'imitation de ceux d'un Coq-d'Inde ; les petites oreilles de la même couleur étoient chauves, & leurs conduits perçoient les os des temples à la base du crâne ; lequel enfin étoit soutenu de huit vertèbres, au lieu de six qui composent à l'ordinaire le cou d'un chien. La première, qui porte le crâne, étoit une fois plus large & plus épaisse que les autres.

Telle étoit la structure de cette petite tête monstrueuse, dont je joins ici la figure. Les femmes ne doivent donc pas se glorifier de posséder seules la prérogative de faire des monstres par la force de leur imagination ; nous sommes convaincus, par la relation précédente, que les bêtes en peuvent faire autant. Mais, comme j'ai prouvé auparavant que nous ne pouvons rien imaginer que par le moyen des sens, & que les sens demandent toujours une liaison étroite entre les nerfs & le cerveau ; vû qu'il n'y a pas la moindre cohésion entre les nerfs d'un fœtus & le cerveau de la mère, par conséquent l'imagination de la mère, quelque forte qu'elle puisse être, ne peut rien opérer ni changer au corps du fœtus, que ce que j'ai avancé auparavant. C'est pour cette raison, qu'il faut chercher d'autres causes d'un changement si frappant, qui convertit l'embryon bien formé en un *Monstre par excès*, pourvu de quelques membres de trop, ou bien, qui attache au corps d'un tel embryon des parties tout à fait étrangères à la figure de son espèce.

Pour tâcher d'éclaircir des difficultés de cet ordre, il faudroit descendre jusqu'à la source de la génération ; mais quelle obscurité ne rencontre-t-on pas dans cet abîme ? Il est bien humiliant, ce me semble, pour l'esprit humain, de ne pouvoir pénétrer, comme il faut, jusqu'à l'origine de son existence corporelle ! On a bien inventé successivement plusieurs Systèmes qui devoient éclaircir toutes ces obs-  
curi-

*Tab. II*

*Mom. de l*





curités ; (\*) le plus ancien est le plus simple, & ne requiert, selon *Hippocrate*, que le mélange des deux liqueurs seminales du mâle & de la femelle dans l'acte charnel, la portion la plus forte produisant les mâles, & la plus foible les femelles. *Aristote* (\*\*) au contraire prétend que le sang menstruel fournit bien la matière, mais le sperme de l'homme la forme du fœtus, & que la faculté génératrice achève le reste. *Harvey* enfin, qui par la découverte de la circulation du sang a rendu son nom immortel, fut le premier qui entreprit une recherche exacte dans les matrices des Biches, & de plusieurs autres animaux tout récemment couverts, pour en former un nouveau Système de génération ; mais les grands desordres causés en Angleterre par les guerres civiles sous Charles I. en empêchèrent apparemment l'exécution. Dans plusieurs de ses Dissertations, (\*\*\*) il ne reconnoit après la conception que des caroncules allongées dans la matrice, & ensuite un tissu formé peu à peu en petite poche, qui contient bientôt après une envelope sphérique, remplie d'une lymphe transparente avec son point vivant, (*punctum saliens*,) pour le commencement du petit fœtus, &c. Dans un autre endroit (\*\*\*\*) il paroît rapporter tout cet appareil à la fabrique des oeufs, existants de cette façon dans le creux de la matrice après la conception.

Mais de nouvelles recherches dans l'Anatomie de ce temps-là avoient déjà découvert à chaque côté de la matrice un corps blanchâtre, parsemé de glandes, ou vesicules transparentes, qui contiennent une liqueur semblable à du blanc d'oeuf. Cette analogie avec les oiseaux fit donner à ces deux corps le nom d'ovaire. *Bullæus*, fameux Médecin Italien, aperçut deux tuyaux, ou trompes insérées dans la matrice, dont les extrémités flottantes, & terminées en franges, peuvent embrasser l'ovaire, recevoir ces vesicules transparentes, ou ces

B 3

pe-

(\*) Vid. Hipp. libr. de Genitura, pag. 129. Edit. Lugd. Bat.

(\*\*) De generat. animal. lib. I. cap. 20. &c.

(\*\*\*) Vid. Exercitat. 66. &c.

(\*\*\*\*) Exercitat. 68. &c.

petits œufs, & les transporter au fond de la matrice. *Regner de Graaf*, habile Anatomiste Hollandois, établit par des expériences ultérieures (\*) ce nouveau système, prétendant avec les Sectateurs, *Malpighi & Valisnieri*, qu'un tel œuf détaché de l'ovaire contenoit déjà le petit fœtus tout formé, & que le sperme viril pendant le coït le fécondoit seulement par une exhalaison, ou esprit spermatique, qu'il nomme *aura seminalis*, contenuë dans ce liquide.

Bientôt après, deux fameux Physiciens Hollandois, *Hartsoecker & Löwenhæk*, s'aviserent d'examiner cette liqueur fécondante des mâles par de meilleurs microscopes, & ils trouverent, à leur grande surprise, une quantité prodigieuse de vermiculeaux vivans, répandus toujours dans cette liqueur. A ce phénomène si frappant, on ne balança guères à prendre ces vers pour les ébauches complètes des petits animaux, de l'espèce de laquelle on avoit pris & examiné le sperme. Aussi rien n'étoit plus simple, que de s'imaginer, que ces petits vers si agiles, pouvoient très facilement entrer dans la matrice, s'attacher à sa surface, y trouver leur nourriture, & leur accroissement, & sortir de là à leur terme sous la forme d'un animal complet. Voilà donc un nouveau Système de génération, mais qui fait déchoir les femelles de la prérogative de former l'embryon, & la rend aux mâles.

Cependant on pourroit demander ici ; d'où vient donc aux enfans leur ressemblance à la mère, si le petit ver spermatique contenoit déjà la structure complète du fœtus ? & d'où viennent la queue & les oreilles d'âne à la mule, si le petit poulain existe déjà tout formé dans l'ovaire de la jument ? Apparemment qu'on ne songeoit pas à ces fortes d'objections dans ce tems-là ; on s'occupoit plutôt à mettre d'accord les contrariétés apparentes de ces deux Systèmes. Les plus sensés étoient convaincus, que la Nature ne produisant rien de superflu, l'Ovaire & les trompes de *Fallape* étoient absolument inutiles, si le système des vermiculeaux spermatiques prévaloit ; c'est pourquoi ils

(\*) *Regner de Graaf, de Mulier. Organ. cap. 14. &c.*

tâcherent de former un *Système mixte* des deux précédens, en envoyant les vers spermatiques à la recherche des Oeufs, soit dans l'ovaire, où détachés de là dans la trompe, ou bien dans la matrice même, pour s'en emparer & pour y trouver leur première nourriture.

Ce dernier Système, pour retourner à mon propos, paroît favoriser la production des Monstres nommés *par excès*. En supposant, que deux ou plusieurs de ces petits vers prolifiques entraissent à la fois dans la cicatrice, ou petite ouverture de l'oeuf, le plus robuste s'y maintiendrait sans doute ; & par rapport aux autres, il pourroit arriver, que quelques unes de leur parties fussent détruites, & que d'autres restant dans leur entier se joignissent au premier, lui attachassent des membres surnuméraires ; ce que nous voyons arriver aux fœtus à deux têtes, ou à deux corps, ou bien à plusieurs bras ou jambes &c. où l'on apperçoit les restes d'un deuxième fœtus anéanti en partie.

Mais, ni ce système mixte, que je viens de considérer, ni les précédens, ne nous prêtent assez de lumière, pour que nous puissions comprendre l'existence, ou la production d'un monstre, qui présente des membres, ou des parties tout à fait étrangères à son individu, comme par exemple notre chien monstrueux, dont la tête tient plus de la structure de celle d'un Coq d'Inde que de celle d'un chien. Je conviens cependant, que ces sortes de monstres sont extrêmement rares parmi les fœtus de la race humaine, & que la plupart des Auteurs allégués, qui nous en parlent, ont été trompés, ou par de faux rapports, ou par la ressemblance trop légèrement imaginée de quelques difformités des traits. Supposons en attendant qu'il en ait existé, la grande difficulté ne paroitra pas non plus levée par un autre nouveau système de quelques Physiciens modernes, qui s'efforcent de prouver, qu'à l'exemple des Végétaux, tous les fœtus préexistens ont déjà renfermé les races passées, présentes, & futures, dans leur corps, & qu'il ne faut qu'un simple développement pour la production successive de tous les animaux. Cette hypothèse, comme je l'ai dit, n'éclaircit point le cas en question ; & quand même on vou-

voudroit attribuer à la toute-puissance divine, (selon le sentiment du célèbre Mr. Winslow,) la création des fœtus monstrueux entremêlés dans ce développement successif, on ne trouveroit pas une raison suffisante du dessein de notre très sage Créateur.

d'autres encore, qui obscurcissent l'existence, ont porté le savant Mr. quelques années, un système tout d'induction des animaux en général. École Jonique, lui en a fourni peut-être l'arrangement des plus petites familles, qu'il appelle *Opuscula*, (\*) & *Lucrece* (\*\*\*) nous donne l'idée la plus convaincante de l'Auteur de la *Venus physique*, qui,

à l'occasion de ses conjectures sur la formation du fœtus, réfléchissant sur certains rapports, dispositions, ou forces dans la nature, entre les substances corporelles homogènes, lesquelles on voit se rapprocher, ou se joindre ensemble, comme plusieurs phénomènes dans la Chymie le prouvent, fait à la fin cette demande : „ Si cette force existe dans la „ Nature, n'auroit-elle pas lieu dans la formation des corps des ani- „ maux ? Qu'il y ait, poursuit-il, dans chacune des semences des „ deux sexes des parties destinées à former la tête, le cœur, les entrail- „ les, les bras, les jambes, & que ces parties aient chacune un plus „ grand rapport d'union avec celle qui, pour la formation de l'ani- „ mal, doit être sa voisine, qu'avec tout autre, le fœtus se formera ; & „ sur, il encore mille fois plus organisé, il se formeroit, &c. „ Il ajoute à cela une observation bien convainquante pour faire valoir cette hypothèse ; savoir, que dans les *Monstres par excès*, où il y a quelques membres de trop, les parties superflues du mélange spermatique des deux sexes, trouvent néanmoins leur place, & s'unissent aux parties

(\*) Voy. *Histoire Naturelle* Tom. II.

(\*\*) *Tuscul. Quest.* 4.

(\*\*\*) *De Nat. rer.* l. 1. p. m. 130.



ties dont l'union étoit déjà suffisante. Ainsi un doigt de trop ne trouvera d'autre place qu'à la main ou au pied ; un bras superflu s'attachera toujours placé à côté de la première sur les vertèbres du col ; ce que notre savant Académicien, & très habile Anatomiste, Mr. *Meckel*, qui a eu l'occasion de se procurer un tel Monstre, il y a quelques semaines, va montrer à l'Assemblée.

Un Philosophe donc, tel que Mr. *de Buffon*, qui tâche toujours d'approfondir les véritables causes physiques par des expériences constatées, s'est attaché à examiner de nouveau cette liqueur prolifique qui doit fournir le commencement corporel à tous les animaux ; ses expériences réitérées avec les meilleurs Microscopes, lui ont montré les prétendus vers spermatiques, tels que *Leewenhack* les a vus, & dépeints : il a été plus loin, & a découvert le premier, avec l'assistance de son amy, le célèbre Naturaliste Mr. *Needham*, des petits corps mouvans, tout à fait semblables à ceux des mâles, dans les prétendus oeufs, ou vesicules lymphatiques de l'ovaire de toutes sortes de femelles, dans le tems de leur chaleur. Ne s'arrêtant pas là, il a trouvé encore à sa grande surprise, les mêmes corps agissans & mobiles dans les infusions des semences des végétaux, surtout dans les amandes. Même les morceaux de viande infusés, & bien préservés de toute communication avec l'air extérieur, lui ont fait voir par le Microscope, nombre de ces molécules en mouvement ; & ayant enfin remarqué que l'agitation de ces petits corps étoit presque toujours uniforme, & point arbitraire, dans tous ces différens liquides spermatiques, qui restent mobiles à une chaleur bouillante, il n'a pu les prendre davantage pour des vermiculeux, mais il les regarde comme les premiers élémens, ou principes corporels de tous les animaux & végétaux en général, & leur a imposé le nom de *molécules*, ou *parties organiques mouvantes & agissantes*, qui servent également à la nutrition & à la reproduction de ces Êtres. L'illustre Auteur paroît entendre ici par l'organisation, cette mécanique dont se sert la Nature pour modéliser les élémens de la matière, non seulement par rapport à leur figure extérieure, mais aussi pour la

forme intérieure appropriée à chaque espèce des animaux ; ce qu'il nomme, *passer par le moule intérieur*. Il ajoute enfin, que la reproduction, ou la génération des animaux, se faisoit par la réunion réciproque de ces molécules organiques des deux sexes, renvoyées de chaque partie du corps dans un réservoir commun, qui sont les testicules & les ovaires. Après la conception, ou le mélange des deux liqueurs féminales, continuë Mr. *de Buffon*, l'assimilation, ou l'établissement local des parties, se fait selon les loix d'affinité qui sont entre les différentes parties, & qui déterminent les molécules organiques à se placer comme elles l'étoient dans les individus qui les ont fournies ; en sorte que les molécules qui proviennent de la tête, & qui doivent la former, ne peuvent, en vertu de ces loix, se placer ailleurs, & ainsi des autres, &c.

Voilà en raccourci le nouveau système organique de Mr. *de Buffon* sur la génération des animaux ; système qui détruit les précédens, & montre leur insuffisance, mais qui d'un autre côté me paroît propre à expliquer en quelque manière l'existence des *Monstres à membres étrangers*. Il faut remarquer préalablement que Mr. *de Buffon*, dans ses recherches infatigables sur les élémens organiques, les a découverts même dans le jus de la viande rôtie : par conséquent ils paroissent inaltérables à ce degré de feu ; moins encore peut-il leur arriver une altération destructive par la chaleur & par l'action de l'estomac, lorsque ces parties organiques, spécifiées auparavant dans le sperme d'un animal, entrent dans le corps d'une autre espèce d'animaux, & qu'elles sont portées par la circulation du sang vers la matrice dans le tems que la conception se fait. Elles peuvent donc facilement s'introduire dans le mélange seminal, & coopérer un changement dans quelques parties de l'embryon. C'est aussi ce qui a pû arriver à la chienne mère de notre monstre, soit qu'elle ait léché vers le tems de son accouplement de la semence répandue par hazard du Coq-d'Inde, ou qu'elle ait avalé quelque chose d'un Oeuf cassé & fécondé auparavant par ce Coq, &c.

D'ailleurs, s'il est permis d'ajouter encore une réflexion hasardée, en prenant ces parties organiques de Mr. *de Buffon* dans la semence pour les vrais élémens corporels des animaux, ne pourra-t-on pas supposer, qu'il est possible, que ces molécules organiques, que la tête, par exemple, ou quelque autre partie fournit, dans la composition du sperme, fussent, par une impression violente, modelées à la façon, ou d'après la figure de cet objet effrayant, lorsque l'idée en reste longtems présente à l'esprit, & que ces molécules organiques, moulées de cette façon étrangere, se trouvent déjà mêlées avec les autres parties seminales dans les réservoirs spermatiques d'une femelle avant l'impregnation ? Ne pourront-elles pas, dis-je, opérer ce changement à la tête, ou à quelque autre partie du fœtus futur, lorsque la conception arrive bientôt après, comme nous le voyons dans notre chien monstrueux ? Et ce seroit sans doute un autre effet de la force de l'imagination d'une mere, non pas sur le fœtus, mais sur les molécules organiques que la mère fournit, pour le composer pendant la conception. Mais je n'oserois donner ceci pour des vérités constatées, sachant que, dans les choses où la certitude ne souffre pas une démonstration achevée, il faut se contenter de la vraisemblance.



**CONTINUATION**  
**DES PREUVES FONDÉES SUR DES EXPERIEN-**  
**CES EXACTES, QUI FONT VOIR QU'IL SE TROUVE DE LA**  
**TERRE DANS L'EAU DISTILLÉE LA PLUS PURE,**  
**PAR M. MARGGRAF.**

I.

**D**ans le §. XII. du Mémoire contenant des recherches sur l'eau, que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie Royale, & qui a été imprimé dans le Tome VII. de ses Mémoires, j'ai rapporté de quelle manière, par des distillations réitérées, j'avois tiré de l'eau distillée la plus pure une terre, dont *Borrichius* a déjà fait mention dans son *Traité de Hermetis & Ægyptiorum sapientia*, sans rien dire pourtant de positif au sujet de ses propriétés. Mais, comme d'un côté je n'ai pas eu un médiocre intérêt à me procurer une connoissance exactement déterminée de cette terre, & que de l'autre divers Physiciens paroissent la révoquer en doute, ou bien que *Boerhaave* & d'autres veulent la déduire d'une cause toute particulière; ce sujet m'a paru si important, que j'ai crû devoir recommencer l'examen tout à neuf, pour mettre la chose à l'abri de tout doute. Sans avoir donc dessein de mettre des bornes aux travaux, ou de prescrire des règles aux opinions, d'autres grands hommes qui s'occupent des mêmes recherches, je me propose seulement de rapporter dans le meilleur ordre qu'il me sera possible, & de soumettre au jugement de ceux qui peuvent en décider, les Expériences sur ce sujet, que j'ai faites & réitérées avec la dernière exactitude.

II. Mais, avant que d'entrer dans ce détail, il me paroît nécessaire de prévenir d'abord quelques doutes, qui pourroient se présenter,



ter ; & pour cet effet d'exposer avant toutes choses la maniere que j'ai suivie en procédant à la distillation de l'eau dont je me suis servi pour mes Expériences, afin d'en avoir qui fut exactement pure. Dans le Mémoire que j'ai déjà cité, §. 5. je rapporte que j'avois employé pour mes Expériences de l'eau de neige, ou de pluie, la plus pure que l'on puisse ramasser, après l'avoir seulement distillée une fois, pour découvrir la terre qui se trouvoit renfermée dans cette eau distillée. Mais, comme je conçus moi-même quelque soupçon, que dans une semblable eau, qui n'avoit été distillée qu'une fois par la retorte, il pouvoit fort bien s'être élevé par cette distillation quelque partie déliée d'une terre qui n'appartint point à l'eau, & à laquelle on dût attribuer celle qui demouroit de cette eau après la distillation ; j'ai pris de la même eau de neige ou de pluie, rassemblée de la maniere la plus pure, & distillée une fois, & je l'ai encore distillée six autres fois, en ajoutant encore la précaution de la distiller lentement, en prenant à chaque fois une retorte neuve, bien rincée auparavant avec de l'eau distillée, avec un récipient exactement net & bien adapté, toutes les jointures étant bouchées d'une maniere qui ne permettoit l'introduction d'aucune matiere étrangere, pas même de la menuë poussiere qui flotte dans l'air. Et afin que dans cette eau distillée six fois, il ne reste rien qui puisse encore fonder le reproche de quelque terre subreptice, j'ai pris un grand alembic de verre contenant environ quatre quartes, avec un chapiteau fondu ensemble, au haut duquel il y avoit un tuyau avec un bouchon de verre poli, fort bien ajusté au trou du tuyau mentionné, & propre pour pouvoir verser de tems en tems de cette eau distillée ; & j'ai encore fait six distillations au bain-marie, dans un récipient fortement adapté, ayant soin toutes les fois que j'avois versé de la liqueur de refermer exactement le bouchon du tuyau, & prenant aussi toutes les précautions imaginables pendant que je versois l'eau, pour empêcher qu'il ne s'y introduisit aucune poussiere de l'air. Mais, comme dans une chaleur aussi tempérée que l'est celle du bain-marie, l'eau ne scauroit parvenir jusqu'à bouillir, il ne pouvoit plus rester aucun soupçon que, dans une distillation faite aussi doucement, il se fut encore élevé

quelque espece de terre étrangere qui n'appartint pas à l'eau. Cependant j'y ai remarqué que, dans ce degré de chaleur, tout modéré qu'il est, il s'attachoit toujours quelque chose, quoiqu'en très petite quantité, d'une matiere terrestre, surtout aux côtés de l'alembic, où l'eau s'étoit élevée, d'où cela retomboit ensuite en gouttes. Tout cela étant fait, j'ai conservé dans des vaisseaux de verre soigneusement bouchés, de cette eau ainsi purifiée par treize distillations, & je l'ai employée dans les Expériences dont je vais rendre compte.

III. *Boerhaave*, & quelques autres, étant dans l'idée que la terre qui reste après la distillation de l'eau, même la plus pure, doit uniquement son origine à la poussiere qui voltige toujours dans un Laboratoire chymique, ou même à celle qu'on voit flotter en l'air & dans les rayons du Soleil, j'ai déjà écarté cette supposition dans le §. XII. du Mémoire cité au §. I. de celui-ci, & j'ai montré que la chose ne pouvoit avoir lieu ; à quoi j'ajoute encore, que quand une semblable poussiere pourroit s'insinuer, lorsqu'on ôte le récipient, on la verroit, quelque subtile qu'elle pût être, furnager au dessus de l'eau, où elle seroit sensible, vû sa couleur noire ou grise, & en même tems elle seroit combustible. Que si au contraire on lui attribue de la pesanteur, il faudroit qu'elle se posât au fonds dans l'eau nette, & que par là elle devint sensible encore avant la distillation. La terre qu'on tire de l'eau, devroit aussi avoir toutes les fois une apparence différente, suivant la nature de la poussiere répandue dans l'air, qui n'est, ni ne peut jamais être la même, vû la différence des tems & des lieux où l'opération se fait. Mais comme dans le §. ci-dessus cité j'ai décrit la terre qu'on tire de l'eau, comme une terre blanche, & qui le devient toujours davantage à chaque distillation, l'idée que je combats achève de tomber d'elle-même. Il n'y a personne qui ne pût se délivrer de ce doute d'une maniere fort simple, en posant seulement un plat de verre, dans un endroit où il demeurât tranquille, & en examinant au bout d'un certain tems, avec le secours des meilleurs Microscopes, la poussiere qui s'y seroit attachée, pour la comparer avec  
notre



notre terre tirée de l'eau, & ensuite les examiner toutes deux soigneusement. Je suis persuadé que tout observateur attentif, impartial, & exact dans ses Expériences, appercevrait la différence sans aucune difficulté. Mais, quelque jugement qu'il en portât, je m'assure que les Expériences suivantes, que j'ai faites avec le plus haut degré d'attention & d'exactitude, frayeront suffisamment la route à une connoissance plus approfondie, & à une certitude plus complète sur ce sujet.

IV. Je pris une retorte de verre neuve, contenant environ six onces, rincée auparavant avec le plus grand soin & à plusieurs reprises, avec l'eau très pure & souvent distillée que j'ai décrite. A cette retorte tenoit un récipient de la même matière, fondu avec elle, & qui avoit un petit tuyau par lequel l'eau pouvoit être versée. Je séchai auparavant ce vaisseau le mieux qu'il me fut possible, & l'ayant posé bien exactement, j'y versai une once de mon eau distillée très pure, en la regardant auparavant avec toute l'attention possible; & elle étoit nette & claire comme un crystal. Je fermai ensuite l'ouverture du tuyau avec un bouchon de verre, & je pris outre cela un soin particulier de la préserver de l'introduction de l'air. Je mis alors mon vaisseau dans le sable; & je distillai à une chaleur bouillante, de façon que l'eau contenue dans la retorte la débordât jusqu'à environ 1 ou  $\frac{1}{2}$  dragme; après quoi je laissai le tout refroidir peu à peu, & j'observai que l'eau demeurée dans la retorte étoit un peu trouble. Je fis ensuite rentrer par inversion dans la retorte l'eau qui pendant la distillation avoit débordé le récipient, je la distillai encore une fois de la manière précédente, & je répétai cela une trentaine de fois tout de suite; pendant quoi j'observai qu'à chaque distillation, quoiqu'il ne put s'y être introduit aucune sorte de poussière, mon eau très pure devenoit toujours plus trouble, de façon qu'à la fin elle n'avoit presque plus de transparence; & la poussière blanche brillante qui se trouvoit au fonds, dévoit bien distinctement la terre qui s'en étoit séparée. J'aurois poussé ce travail encore plus loin, s'il ne s'étoit fait au cou de mon vaisseau  
par

par accident une petite fente, quoiqu'à peu près imperceptible ; ce qui ne me permit pas d'aller plus loin.

V. Là dessus je versai par le tuyau ouvert du récipient l'eau qui y étoit encore demeurée ; je séparai le plus délicatement qu'il étoit possible le fonds de la retorte d'avec la partie supérieure, je couvris le tout au mieux, & le fis sécher à la chaleur du fourneau. Ensuite je pesai tout encore une fois, & je trouvai le poids plutôt augmenté que diminué. Après cela je séparai avec beaucoup de précaution la terre attachée au ventre de la retorte, qui étoit visible, & pouvoit être aperçue même sans Microscope, laquelle je trouvai parfaitement semblable à celle qui a été décrite dans le §. 1. du Mémoire ci-dessus cité. Quant au verre sur lequel elle s'étoit posée, je ne le trouvai, ni exfolié, ni rongé, ni inégal ; mais il étoit uni partout, ressemblant parfaitement à un verre tout neuf & net. En quoique je misse en oeuvre les meilleurs Microscopes, dont on ne sauroit souvent se passer dans des cas douteux, je ne pus rien du tout découvrir qui indiquât l'exfoliation ou l'arrosion du verre ; mais, comment cela auroit-il été possible, puisqu'après chaque distillation je laissois parfaitement refroidir le vaisseau, avant que d'en verser l'eau dans la retorte. Car véritablement le saillou qu'on a exposé au plus grand degré de chaleur, & ensuite jetté tout à coup dans l'eau froide, comme aussi le verre, & d'autres matières semblables, quand on les traite de cette manière, ne sauroient être allégués ici en preuve, quand même quelqu'un voudroit en faire usage. Ainsi il paroît clairement par cette Expérience, que ni la poussière répandue dans l'air, ni celle qui se manifeste aux rayons du Soleil, & qui est la même, non plus que l'exfoliation ou l'arrosion du verre, n'entrent ici pour rien dans cette terre séparée de l'eau distillée la plus pure. Je ne vois pas d'ailleurs comment quelque chose d'aussi innocent que de l'eau bien nette pourroit ronger le verre dans lequel elle bout, d'autant plus que j'ai d'autres verres & retortes de la même fabrique, où ces vaisseaux de retorte ont été faits, & précisément du même verre, dans lesquels je conserve déjà depuis dix ans de l'Esprit de sel, qui est autrement si nuisible aux mauvais verres,

comme

comme aussi d'autres Esprits acides, tant concentrés que non concentrés, sans avoir jamais remarqué la moindre exfoliation, arrosion, ou autre destruction de mes verres. Comment les pauvres Chymistes se tireroient-ils d'affaire, & que pourroient-ils employer qui fut à l'abri du soupçon, s'ils n'avoient aucuns vaisseaux solides, qui fussent exempts de l'arrosion des corps qu'ils y traitent? Sans contredit les instrumens, ou vaisseaux, faits de terre, quand même ce seroit de la porcelaine, sont beaucoup plus suspects, comme l'expérience m'en a instruit. Et quel est celui qui, voulant travailler avec propreté, ira choisir des vaisseaux de métal préférablement aux vaisseaux de verre? Ceux qu'on pourroit faire d'or pur, ou de l'argent le plus fin, seroient trop rares, & même trop incommodes; & tous les autres pour lesquels on employeroit le reste des métaux, ne conviendroient point à des ouvrages qui exigent la plus grande netteté, parce que ces métaux s'altèrent & se détruisent aisément.

VI. Avant que d'aller plus loin dans le récit des Expériences que j'ai faites pour parvenir à la certitude, au sujet de la terre qui existe dans l'eau distillée la plus pure, & qu'on peut en séparer, j'estime nécessaire de rapporter encore une circonstance particulière, qu'il est d'une extrême importance d'observer dans ce travail, sçavoir quand on veut tirer la terre de l'eau; c'est que pendant la distillation il faut entretenir continuellement l'eau que la retorte contient, dans une forte coction. On trouvera que par ce moyen il se sépare toutes les fois plus de terre de l'eau, que quand la distillation se fait lentement & à petit feu. Dans cette vue, pour obtenir une quantité de cette terre pour mes recherches, j'ai pris six quarts de mon eau distillée treize fois, & les ayant mises dans une retorte exactement nettoyée, à laquelle étoit adapté un récipient aussi des plus nets, & toutes les ouvertures étant auparavant bien bouchées, j'ai fait distiller cette eau au moyen d'une coupelle de sable, par la coction la plus véhémence, jusqu'à ce qu'il en soit resté environ six onces dans la retorte; après quoi j'ai laissé bien refroidir le vaisseau, j'y ai versé de nouveau l'eau qui avoit

Mém. de l'Acad. Tom. XII. D distil.

distillé par dessus, j'ai bouché au mieux les fentes du récipient adapté, j'ai recommencé la distillation de la manière précédente, & l'ai répétée jusqu'à quarante fois ; mais j'ai trouvé que, plus je continuois ce travail avec une forte coction, plus il se séparoit de parties de terre de cette eau, laquelle devenoit toujours plus trouble : & de cette manière j'obtins à la fin autant de cette terre séparée de l'eau distillée la plus pure, qu'il m'en faloit pour toutes mes recherches, dont je vais parler tout à l'heure. Une chose qui doit encore être particulièrement remarquée ici, c'est que cette vapeur qui s'élève de la retorte, & s'attache au cou du récipient, est une terre, qui ne diffère absolument en rien de la terre qui se sépare de l'eau ; & le verre auquel cette vapeur s'attache, n'en devient pas plus inégal : il conserve toujours son poli, tout comme le fonds de la retorte dont il a été parlé dans le §. précédent, de sorte qu'on ne sçauroit penser ici à aucune exfoliation du verre. Outre cela on doit encore remarquer comme quelque chose de tout à fait particulier, que plus souvent une semblable eau est distillée, & plus l'opération devient difficile, surtout à la fin, quand une partie de la liqueur a débordé ; car alors le reste, en comparaison de toute autre eau, demande un degré de feu très véhément.

VII. J'ai aussi essayé d'employer la chaleur du Soleil pour séparer cette terre de l'eau qui la contient. Pour cet effet j'ai pris seize onces de mon eau distillée pure, je les ai versées dans une tasse de verre net, que j'ai placée dans une autre tasse plus grande, couvrant le tout d'une cloche de verre ; j'ai bouché les fentes, avec le plus grand soin pour empêcher la poussière de s'y insinuer : & ayant exposé le tout à la chaleur du Soleil, pendant le cours de l'Été de cette année, dont la chaleur excessive me venoit fort à propos, après que l'eau a été entièrement évaporée de la tasse de verre, j'ai eu la satisfaction de trouver sur cette tasse la terre séparée de l'eau de la manière la plus distincte.

VIII. Enfin j'ai aussi tenté si je ne pourrois point venir à bout de séparer cette terre de l'eau la plus pure, sans employer la chaleur du



du feu, n'île facotars du Soleil, mais en me bornant à lui donner une agitation continuelle. Dans ce dessein je pris un verre neuf, net, & bien rincé avec de l'eau suadée ; ce vaisseau avoit un cou étroit, afin qu'on pût le bien boucher. J'y versai douze onces de cette eau très pure, je fermai l'ouverture avec un bouchon le mieux qu'il me fut possible, je le recouvris d'une vessie, je trempai le col dans de la poix chaude, j'envelopai le verre d'un papier épais, je le mis dans une petite boîte étroite de bois, que je pouvais vifler, de façon que le verre n'y pouvoit point du tout vaciller ; je vissai très exactement la boîte, je la mis encore dans un sac de soie qui s'y ajustoit parfaitement, & j'attachai fortement ce paquet à une grande rouë de nos Moulins d'ici, où je le laissai tourner pendant huit semaines. Mais l'ayant ouvert ensuite, je trouvai l'eau renfermée dans le verre encore nette & claire, sans le moindre changement ; de sorte qu'on ne peut se promettre de rien effectuer par le moyen de ce mouvement.

IX. Cela ne me rebuta pourtant pas d'employer encore un mouvement d'une espèce différente sur notre eau, pour voir s'il n'en résulteroit rien qui pût convenir à mon but. *Beerhave* raconte, dans ses essais sur le vif-argent, que ce corps si fluide, après avoir été soigneusement purifié, lorsqu'on l'attache ensuite au pilon d'un moulin à foulon, par le mouvement continu qu'il y éprouve, dépose à la fin une quantité de poussière noire. Tout Chymiste qui a jamais traité le Mercure, en lui imprimant un mouvement de secousse, doute aussi peu de ce fait, que de ce qui arrive au Mercure, lorsqu'en lui faisant essuyer une sorte de digestion il dépose une poussière rouge. J'ai donc voulu soumettre à une semblable Expérience mon eau distillée. J'en ai versé deux onces dans un verre haut de dix pouces, & large d'un & demi à deux environ, lequel étoit fermé en haut par un bouchon de verre bien poli qui s'ajustoit exactement. Ayant donc posé ce bouchon, je fis secouer continuellement le vase par un homme, qui le faisoit aller sans cesse de haut en bas & de bas en haut. Ce mouvement ayant été continué trois jours, je remarquai du changement

dans mon eau, ſçavoir qu'elle n'étoit plus auffi claire, mais qu'elle étoit devenue plus trouble; ſurquoi ayant fait encore durer ce mouvement huit autres jours, l'eau devint effectivement encore plus trouble, & je pouvois auffi, ſurtout quand je la regardois au Soleil, y voir diſtinctement les particules terreſtres ſéparées, déliées, & brillantes, qui ſottoient dans l'eau. C'en fut aſſez cette fois-là pour me convaincre que ces particules peuvent auffi être ſéparées de l'eau, ſans chaleur extérieure ni diſtillation, quoiqu'en beaucoup moindre quantité. Mais quand, comme je l'ai fait enſuite, on employe quelquefois le ſecours d'une chaleur modérée, cette ſéparation s'effectue encore plutôt; & on peut en même tems remarquer très diſtinctement au verre, où les gouttes excitées par la chaleur ſont montées, & d'où enſuite elles retombent, que c'eſt une terre ſéparée de l'eau qui ſ'y eſt attachée.

X. A' préſent je vais plus loin, & je paſſe aux Expériences que j'ai faites ſur cette terre ſéparée de l'eau. Je pris donc de la terre recueillie de la maïere ſuſdite de notre eau diſtillée premièrement ſept fois, & enſuite encore fix fois au bain-marie; laquelle terre paroïſſoit blanche & brillante, & en même tems d'une extrême légèreté; j'en pris, diſ-je, quatre grains, & les mis dans un petit rêt; je mis enſuite dans un autre rêt ſemblable autant de grains de verre pilés tout fin; je plaçai l'un & l'autre ſous une mouſſe ardente dans un fourneau d'épreuve; j'ouvris toutes les portes, je remplis tout de charbon, & je donnai un feu auffi fort qu'on peut le donner dans un fourneau d'épreuve. Ce feu ayant duré une heure, je trouvai après le refroidiſſement, que ma terre ſéparée de l'eau ne s'étoit pas fondue à ce degré de feu; mais qu'au contraire le verre pilé contenu dans l'autre rêt s'étoit mis dans une entière fuſion. La terre ſéparée de l'eau, à cauſe de quelques parties humides qui ſ'y trouvoient encore, parce qu'une terre auffi légère ne ſcauroit ſe deſſécher parfaitement à une chaleur douce, cette terre, diſ-je, avoir perdu quelque choſe de ſon poids, mais d'ailleurs, quant à la couleur & aux autres apparences, il n'y étoit



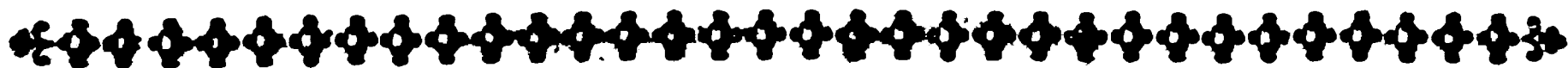
arrivé aucun changement, & elle avoit toujours entièrement l'air d'un terre crüe & non calcinée. Au contraire quatre grains de cette terre, dans un creuset couvert & luté, à un feu de fusion longtemps continué, s'étoient fondus mais pas comme du verre, mais plutôt comme une masse d'un jaune grisâtre, qui s'étoit affaissée ensemble, & par conséquent fondue en quelque façon ; ce qui arrive souvent à un feu très violent, surtout dans les terres composées : mais cela ne prouve point du tout que cette terre ait été produite du verre.

XI. Outre cela je pris dix grains de cette terre tirée de l'eau blanche & légère ; je versai dessus une bonne quantité d'acide nitreux, de façon que ma terre entrât dans une forte effervescence avec cet acide, & qu'une bonne partie fut même mise en solution. Je fis la décantation de ce qui avoit été dissous, & versai sur ce qui restoit encore plus d'acide nitreux ; puis je fis digérer ce mixte, afin d'en tirer de cette manière tout ce qui étoit soluble. LA-dessus je filtrai le mixte, & je l'édulcorai le mieux qu'il me fut possible avec de l'eau distillée la plus pure chaude ; finalement je fis sécher cette terre au mieux, puis je la pesai, & je trouvai son poids diminué de la moitié. Cette terre n'entroit plus en effervescence avec les acides ; mais elle étoit pourtant encore brillante & légère. Je la mis dans un creuset à fondre bien luté, au feu de fusion le plus violent, pendant plusieurs heures ; mais après le refroidissement je ne trouvai aucun changement, bien moins encore aucune fusion, quoiqu'auparavant, tant que la terre soluble dans les acides s'y trouvoit encore, elle se fut en quelque façon fondue à un feu de cette force.

XII. Je divisai la solution filtrée dans le §. précédent en deux parties. J'en mêlai l'une avec de l'acide vitriolique, & j'obtins par là un précipité selenitique réel. Je mêlai l'autre moitié avec de la solution de sel de tartre, ce qui donna un précipité blanchâtre, tirant un peu sur le rougeâtre, qui après l'édulcoration & le dessèchement se legitima pour être à tous égards une vraie terre calcaire. Je pris

suffi de la terre qui étoit restée dans le filtre, & qui n'étoit, ni soluble avec les acides, ni fusible par elle-même au feu ; j'en mêlai deux parties avec une partie du sel de tartre le plus pur, je mis ce mélange dans un creuset, que je couvris d'un autre, en les lutant bien, j'exposai ensuite le creuset à un violent feu de fusion ; après quoi l'ayant laissé refroidir & cassé, je trouvai cette terre changée en un verre clair.

Je me bornerai ici pour cette fois dans l'exposition de ce qui concerne la terre qu'on peut tirer de l'eau la plus pure. Si avec le tems je parviens à faire de nouvelles découvertes, je ne manquerai pas d'en faire un rapport convenable.



# OBSERVATIONS SUR LES MALADIES DU COEUR,

PAR M. MECKEL (\*)

*Traduit du Latin.*

## SECTION II.

*De l'inflammation du cœur & du péricarde.*

**I**l ne faut pas confondre avec cette adhérence du péricarde au cœur, une autre espèce de maladie, qui souvent, dans un très court espace de tems, se forme par l'obstruction inflammatoire des plus petits vaisseaux, & suivant la véhémence du mal, tantôt tuë subitement, tantôt donne la mort d'une manière plus lente.

### OBSERVATION IX.

Une jeune homme robuste, de 22 ans, sentoit des douleurs aiguës dans la région du cœur, & des angoisses, qui ne lui permettoient pas de vaquer à ses travaux accoutumés. La fièvre survint, qui étoit accompagnée d'un pouls dur & fréquent. Les saignées répétées, non plus que les remèdes résolvens, ne lui apportèrent presque aucun soulagement, parce qu'étant d'une basse condition il avoit souffert ses douleurs pendant quinze jours, avant que d'entrer à l'Hôpital, qu'il ne demanda que lorsque la violence du mal l'y contraignit. Le mal parut alors se relâcher un peu, mais les angoisses ne tarderent pas à se renouveler, & furent toujours en croissant jusqu'à ce que le sixième jour de son entrée à l'Hôpital, & le vingtième de la maladie, il mourut en se plaignant toujours de douleurs poignantes à la région du cœur.

*Dis*

(\*) Voyez le commencement Tom. XI. p. 56. & suiv.

*Dissection Anatomique.*

Ayant entrepris la dissection de ce cadavre, je ne trouvai aucune lésion dans les viscères de l'abdomen; leur structure étoit au contraire dans l'intégrité la plus parfaite. Mais ayant ouvert le thorax, le péricarde enflammé fit voir ses petits vaisseaux tout gonflés de sang. Quant aux poumons, ils étoient dans un état assez naturel, excepté que leurs vaisseaux étoient trop remplis de sang, ce qui en augmentoit le poids spécifique. En ouvrant le péricarde, je trouvai en dedans un pus épais & jaune, qui causoit quelque adhérence du péricarde au cœur, qu'on pouvoit néanmoins séparer avec assez de facilité. Mais tout autour du cœur il y avoit une croute épaisse qu'on avoit plus de peine à en détacher que du péricarde. Celui-ci étoit aussi enflammé en dedans, mais le cœur l'étoit beaucoup davantage; & quand le pus eut été enlevé, la stagnation fit paroître sa surface inflammatoire, rouge, rongée, & dépouillée de sa tunique extérieure, comme est la peau lorsque l'inflammation & la suppuration l'ont écorchée. Outre ce pus épais il n'y avoit point d'autre fluide semblable à la liqueur naturelle du péricarde. Je soupçonnois que la suppuration avoit endommagé la substance musculuse du cœur; de sorte qu'ayant enlevé avec circonspection la croute de matiere du cœur, je me préparois à découvrir les fibres musculaires, mais je les trouvai encore couvertes d'une graisse assez abondante, sous laquelle elles étoient cachées: cependant la tunique extérieure du cœur n'étoit pas étendue sur cette graisse, dont à cause de cela la surface étoit inégale; & à la place de cette tunique les vaisseaux enflammés, & comme enduits de pus, avoient formé un réseau rougeâtre. Les oreillettes se trouverent aussi dans le même état. Ayant donc enlevé la graisse des fibres du cœur partout, je trouvai qu'elles étoient pâles jusqu'à la cavité intérieure des ventricules, sans la moindre inflammation, ni aucune trace de pus; de sorte que leur structure étoit plutôt lâche que roide & dans un état de contraction.

*Expli-*



### *Explication Physiologique.*

Il y a longtems que j'ai regardé comme suspectes les observations de ceux qui prétendent, & ont rapporté dans leurs Ecrits, qu'on trouve une véritable inflammation & suppuration du cœur dans toute la substance musculuse de ses ventricules. Car cette substance étant agitée par un mouvement continuel, est moins exposée à des inflammations mortelles, parce que son mouvement même facilite un flux & reflux plus libre par ses propres vaisseaux ; & en même tems le sang est pressé trop fortement par les vaisseaux coronaires situés dans le voisinage du cœur, pour qu'une stagnation inflammatoire puisse avoir aisément lieu dans le muscle même. Il est plus facile que les fibres du cœur se relâchent en un point, quand le sang tend cet endroit jusqu'à le rompre, ce qui est suivi de la destruction & de la suppuration des fibres déchirées ; d'où peut naître une consommation lente du cœur, ou même quelque abcès, dont on a des exemples prouvés par les observations d'Auteurs très dignes de foi. Or la raison & l'expérience disent, que quand le cœur est attaqué d'inflammation dans sa substance musculuse, il faut que son mouvement s'arrête dans un fort court espace de tems, puisqu'on sçait à n'en pouvoir douter, que d'autres muscles moins sensibles que le cœur, dès que l'inflammation s'y est mise, deviennent inhabiles au mouvement. On peut au contraire soutenir plus longtems quelque inflammation à la surface du cœur, qui ne réside que dans les envelopes de ce muscle. Car les vaisseaux extrêmement tendres de la membrane extérieure, par quelque cause qu'ils soyent obstrués, donnent lieu d'abord à l'inflammation, parce que la liqueur qui sert à arroser venant à manquer, la surface du cœur se dessèche, & étant continuellement frottée par le péricarde, il est de toute nécessité qu'elle s'enflamme. De là naît dans la membrane sensible renduë une douleur qui sollicite le cœur à un mouvement irrégulier & trop fort, mais qui ne se communique pas si aisément à la substance musculuse même, parce qu'il y a encore entre deux une substance celluleuse grasse qui la défend. Ainsi les fibres trop irritées par un mouvement excessif pâlisent & se relâchent, jusqu'à ce que

*Mém. de l'Acad. Tom. XII.* E l'in-



l'inflammation ayant pénétré à une trop grande profondeur, le mouvement du cœur cesse. Plus donc la quantité de graisse est grande dans la celluleuse qui environne le cœur, & plus l'on peut soutenir ce mal & les progrès de la suppuration, avant que le mouvement du cœur soit arrêté ; & pendant ce tems-là il rassemble insensiblement une plus grande abondance de pus dans le péricarde, à cause que la celluleuse remplie de graisse, & plus lâche, favorise beaucoup la séparation & l'amas qui en résulte. C'est pourquoi, dans d'autres personnes mortes de la même maladie inflammatoire du cœur, le péricarde se trouve plus rempli de pus, comme vont nous l'enseigner les Observations suivantes.

#### O B S E R V A T I O N X.

**E**n soulevant à la dissection le corps d'un homme vigoureux & réplet, qui étoit mort à l'âge de cinquante ans, comme j'examinois les viscères du thorax, je trouvai le péricarde couvert extérieurement de quantité de graisse, & ses vaisseaux gonflés par une abondance de sang. Les poumons, dans un état parfaitement naturel, n'avoient qu'une légère adhérence au péricarde, & n'en avoient nulle part au reste de la surface de la pleure, qui avoit sa liberté naturelle & entière.

Le péricarde entre les poumons, à cause de l'expansion que le pus lui donnoit, (car il contenoit trois livres d'un pus blanc & liquide,) avoit une grandeur double de celle qui lui est naturelle. L'ayant ouvert je trouvai toute sa surface intérieure couverte d'une croûte blanche, purulente, tenace, & presque membraneuse ; laquelle ayant été enlevée, les petits vaisseaux de la lame intérieure du péricarde se montrèrent tout à fait remplis d'un sang rouge, & ils étoient fermement attachés à la croûte purulente. Cette inflammation à la base du péricarde, jusqu'à l'endroit où il est adhérent au diaphragme, étoit si grande qu'on n'appercevoit presque pas un seul petit point qui ne fut enflammé.

Après



Après la séparation de cette lame intérieure du péricarde, on aperçut des fibres blanches, resplendissantes, fermes, & beaucoup plus dures & plus fortes, que n'ont coutume de l'être naturellement les fibres extérieures du péricarde ; elles formoient la membrane du péricarde, ou la lame extérieure, de l'épaisseur d'une demi ligne. Parmi ces fibres se trouvoient entrelassés des vaisseaux gonflés de beaucoup de sang, qui se terminoient en petits rameaux très abondans vers la surface intérieure du péricarde, & que leur rougeur rendoit tous aussi visibles que s'ils avoient été remplis d'une injection colorée.

La graisse qui environnoit extérieurement le péricarde de tous côtés, plus ferme & plus dure que de coutume, avoit plus de huit lignes d'épaisseur ; & par en haut vers les grands vaisseaux, où cette graisse étoit attachée à l'aorte & à l'artère pulmonale, elle avoit acquis une dureté presque squirreuse, avec une épaisseur de six lignes, & elle étoit teinte partout de vaisseaux d'une extrême rougeur.

Le cœur même, après l'ouverture du péricarde & l'effusion du pus liquide, étoit environné partout d'une croûte de pus blanc, épais, sans aucune mauvaise odeur, mais qui avoit bonne apparence, de l'épaisseur de quatre lignes. Cette croûte ayant été séparée, il se manifesta encore une autre couche de pus plus tenace, fortement adhérent à la substance même du cœur & aux grands vaisseaux. Cette croûte purulente étoit fort épaisse vers les grands vaisseaux, à la base & à la pointe du cœur, ayant quatre lignes, & étant assez compacte pour qu'on pût en former de petits dés.

Sous cette croûte purulente, on voyoit en quelques endroits les petits faisceaux musculeux du cœur qui se présentoient à nud, & dans ces endroits la surface du cœur étoit raboteuse & inégale, la membrane propre extérieure, que la suppuration y avoit rongée, y manquant entièrement ; de sorte que dans ces endroits le pus adhérent extérieurement aux fibres musculuses, avoit pénétré au dedans d'elles, & qu'on appercevoit leurs interstices qui étoient blancs, à cause du pus contenu





dans la celluleuse. Mais à la base du cœur, & vers le cours des vaisseaux coronaires, aussi bien qu'autour de la pointe, il y avoit une graisse nue, que des vaisseaux enflammés rendoient extrêmement rouge ; & cela n'avoit lieu nulle part avec plus de force qu'à la pointe & au grand bord aigu du cœur. A' la sortie de l'artère pulmonale hors du ventricule intérieur, cette artère étoit garnie d'une callosité très dure, avec sa membrane musculeuse qui y étoit adhérente ; cette matière celluleuse étoit continuë au pus qui l'envirounoit ; ayant l'épaisseur & la longueur d'un pouce, avec un cercle très rouge tout autour. Les oreillettes étoient enduites d'une très grande quantité de pus fort épais & les vaisseaux enflammés donnoient surtout une très grande rougeur à la droite, qui étoit considérablement dilatée, au lieu que la gauche étoit flasque & plus pâle. Les troncs des vaisseaux coronaires étoient vuides, & il ne distilloit des veines que très peu de sang tout à fait fluide ; mais leurs petits rameaux dispersés par la graisse du cœur étoient entièrement gonflés de sang.

Les ventricules du cœur ayant été ouverts, le gauche ne parut pas enflammée dans sa substance musculeuse, mais ses fibres musculeuses étoient assez naturelles, quoiqu'un peu trop pâles. La cavité interne étoit pareillement dans un état naturel, ne contenant presque point de sang, à la réserve d'une très petite quantité qui formoit dans la partie la plus basse une coagulation rouge, entremêlée de points blancs. Les valvules de l'orifice veineux étoient très gonflées au dedans du ventricule, à cause d'une coagulation dense qui remplissoit le sinus pulmonal, & ne s'en écouloit pas.

Le ventricule droit du cœur avec l'oreillette étoit plein d'un sang polypeux, de sorte que la coagulation descendoit partout entre les bras, & il y avoit autant de rameaux, ou de racines de cette coagulation, qu'il y avoit de fosses entre les faisceaux, ou les bras. La même coagulation continuoit depuis le ventricule jusqu'à l'artère pulmonaire, qu'elle avoit remplie au delà des deux tiers de sa dimension naturelle. Une matière blanche se trouvoit répandue partout parmi ce sang coagulé ;





gulé ; mais à son centre, dans le ventricule antérieur, étoit caché un corps blanc, semblable à une portion de celluleuse condensée, ou à des fibres musculuses renduës blanches en les lavant. Ce corps qui continuoit jusques dans l'oreillette droite, occupoit le centre de la coagulation très dense dont nous avons parlé ; mais dans l'artère pulmonale, une semblable matiere blanche environnoit la coagulation rouge. De plus, toutes les veines dans le corps, qui se terminoient avec celles-ci dans la veine cave, étoient tellement remplies de la plus dense coagulation noire, qu'on auroit dit que l'art les avoit toutes injectées d'une matiere céréuse. A' cette coagulation noire étoient mêlées partout des rayes blanches avec des points de même, tout à fait semblables à du pus. Mais cette coagulation étoit si épaisse, qu'en disséquant quelque rameau veineux elle y demouroit arrêtée sans s'en écouler. Le sang étoit moins dense, & en beaucoup moindre quantité, dans les veines pulmonales. De même une si grande abondance de sang coagulé noir, entremêlée non de points, mais de fibres blanches, & tout à fait dense, tenoit les veines du foye qui ramenant le sang à la veine cave, dans une telle expansion, qu'elle représentoient distinctement ce tronc séparé de la veine cave avec tous les rameaux hépatiques. Au contraire, dans les rameaux des veines portes, il y avoit un sang mince, très fluide, & qui s'écouloit aussi-tôt tout entier de chaque rameau, dès qu'on l'avoit coupé. La même chose arrivoit dans la ratte. Cependant, parmi ce sang qui s'écouloit des veines portes, on voyoit nager en abondance des fibrilles minces, blanches & brunes.

L'aorte avec les rameaux étoit vuide ; les petits rameaux n'étoient remplis d'aucun sang coagulé, & il n'y avoit qu'une très petite quantité de sang, d'une extrême fluidité, qui en dégouttoit en les coupant.

### *Explication physiologique.*

Comme il se trouve plusieurs choses dans cette Observation, qui servent à faire connoître, tant la maniere dont l'inflammation du



cœur arrive, que les effets qui en résultent, & qui peuvent servir en même tems à donner une explication physiologique de la diverse nature du sang dans les différens vaisseaux du corps, cela mérite bien que nous entrions ici dans un détail exact.

1. Nous avons vû dans la premiere Observation ce qui est confirmé par celle-ci, & le fera encore par les suivantes; c'est que l'inflammation du cœur prend ses commencemens dans les plus petits vaisseaux de la tunique extérieure, & de la celluleuse du cœur remplie de graisse, & que c'est de là qu'elle continuë à s'étendre. En effet il peut naître très aisément, dans les plus petits vaisseaux qui se trouvent ici dispersés, & placés hors de la pression musculaire, une stagnation de sang qui tende à la suppuration, lorsque la liqueur arrêtée dans les vaisseaux obstrués refuse de se résoudre, de sorte que, par un effet de la force des vaisseaux qui pressent, cette partie corrompue se convertit finalement en pus. De là vient que la membrane extérieure est rongée & détruite. Avec cela ce qui augmente considérablement la quantité du pus, c'est la multitude des vaisseaux exhalans, qui étant rongés versent par leurs ouvertures dilatées la liqueur du péricarde dans une abondance plus grande que naturellement, & en même tems les liquides plus épais, se convertissant insensiblement en pus, s'écoulent aussi. Comme la liqueur du péricarde est d'une nature coagulable, de là se forme une croûte inflammatoire, semblable à un cuir, que le tems peut rendre calleuse & de la plus grande tenacité, lorsqu'une forte compression la condense davantage. Le pus acre résorbé par la stagnation, passe du sac du péricarde qui en est tout rempli, pour entrer dans le sang; & comme il est déjà d'une consistance immuable, il le salit partout de fibrilles & de taches blanches, telles que la dissection en montre de dispersées, dans tous les canaux qui servent à porter le sang. La celluleuse grasse qui environne le cœur, favorise la suppuration; c'est pourquoi toutes les Observations ont enseigné jusqu'à présent, que le cœur ne souffroit cette suppuration, après l'inflammation & la collection du pus dans le sac, que lorsqu'il étoit fort entouré de



de graisse. Et même cette inflammation & cette suppuration ne pénétrèrent pas dans la substance musculuse du cœur ; car elles causent la mort avant que de pouvoir y parvenir. Mais notre Observation montre aussi que, tandis que la substance musculuse étoit pâle, & n'avoit presque point d'inflammation, la celluleuse & la surface du cœur étoient d'une extrême rougeur. Enfin, le cœur trouve dans son propre mouvement un remède aux obstructions inflammatoires, en chassant le sang par les veines, de sorte qu'à son arrivée par les artères il n'éprouve aucune résistance ; & cette force s'augmente par la continuelle irritation du cœur, qui naît de l'inflammation & de l'acreté du pus, ce muscle si sensible se contractant d'autant plus fortement, que ses fibres sont tirillées par une plus grande irritation. Voilà pourquoi les rameaux dispersés par les fibres musculuses étoient vuides, tandis que ceux de la celluleuse extérieure se trouvoient gonflés de sang. Cela fait voir que l'inflammation ne s'empare pas des fibres musculuses mêmes du cœur, qui feroit inévitablement suivie de la roideur & de la cessation subite du mouvement du cœur ; mais, avant que cela puisse arriver, la résistance au mouvement s'augmente d'une manière qui termine la vie. Car une plus forte action du cœur irrité condense davantage le sang, le presse avec plus de force dans les vaisseaux artériels ; d'où, par une action plus forte que les artères déploient pour surmonter la réaction & la résistance, tandis que leurs troncs sont irrités par l'inflammation, & tous les autres rameaux par la résorption d'un pus acre, le sang poussé dans les plus petits rameaux se condense davantage, les parties les plus fluides sont chassées & dissipées en s'exhalant, & le reste s'épaissit en un sang rouge & dense. Cela fait que tout le sang porté dans les rameaux de l'aorte, entre rapidement dans les veines, où s'étant accumulé il se bouche à lui-même le passage. De là vient cette quantité si grande de sang épais dans les rameaux de la veine cavée, & dans le côté droit du cœur, aussi bien que l'entière évacuation de l'aorte avec ses rameaux. La force de l'artère pulmonale, qui n'est pas égale à celle de l'aorte, mais beaucoup plus foible, empêche que le sang ne puisse être délayé, atténué, & cir-



circuler dans les p<sup>ou</sup>mons. Étant donc chassé du ventricule droit dans l'artère, il n'y sçauroit entrer à cause de son épaisseur ; & la foible contraction de l'artère fait seulement passer la partie la plus fluide dans les veines & dans le ventricule postérieur. Celui-ci plus fortement contracté par l'irritation, évacue par sa force le liquide reçu dans les artères qui le presse ; & les artères en font autant. Mais l'irritabilité étant augmentée par l'inflammation, le ventricule se contracte spasmodiquement, trop tôt, & avant que l'évacuation entière du sinus pulmonal s'y soit faite ; d'où il arrive que ce qui reste dans les veines pulmonales s'y coagule, la partie la plus fluide en étant chassée. C'est là la raison pourquoi le sinus des veines pulmonales se remplit, & les valvules de l'orifice veineux du ventricule gauche se gonflent. Néanmoins le sang dans la veine cave étoit plus fluide que celui-ci, à cause de son passage par les plus petits vaisseaux du p<sup>ou</sup>mon, qui avoit été interdit à un sang plus épais. Ainsi le sang immobile dans le ventricule droit du cœur, étoit aussi-tôt devenu plus épais, la partie fluide ayant été chassée par la contraction, tandis que la partie dense demeurait. De là ces anxiétés, & ces symptômes d'une respiration embarrassée, dans ceux qui sont attaqués d'une inflammation du cœur, ce qui rend ce mal fort difficile à distinguer de l'inflammation des p<sup>ou</sup>mons ; quoique les Observations prouvent que la première de ces inflammations n'entraîne pas l'autre, & que le cœur peut être dans cet état sans aucune lésion des p<sup>ou</sup>mons.

Cette Observation nous met en même tems très bien au fait de la nature du sang de la veine porte. En considérant les vaisseaux, la situation & la disposition de la ratte, on voit que ce sang est plus fluide, moins coagulable, & plus résolu, & que c'est en cela que consiste l'usage de la ratte par rapport au foye. Mais nous parvenons à la conviction de la vérité de cette opinion, lorsque le reste du sang veineux étant coagulé par tout dans le corps, nous le trouvons entièrement fluide dans la ratte & dans la veine porte, de façon qu'il y a des rameaux de la veine cave continus au foye, & que le sang coagulé étant résolu, les rameaux

meaux de la veine porte ne sont remplis que d'un sang délié. Que le sang se soit dissous en passant par la ratte, c'est ce que montrent les coagulations noires des fibres, ou des rayes, & la présence du pus dans le sang aqueux, aussi bien que l'entière dissolution du sang dans les vaisseaux de la ratte. Cet arrangement a pour but, que ce sang mêlé à celui qui est plus coagulable, & qui vient des intestins, prévienne la coagulation, en délayant le sang épais qui reflue des intestins, & dont nous trouvons encore des fibres qui nagent par-ci par-là dans le sang délayé de la veine porte. Enfin cette Observation rend tout à fait certaine la résorption du pus dans le sang, & sa nature immuable, puisque, nonobstant la circulation, & l'action des vaisseaux la plus forte, on l'a vû, dans le cas que nous avons rapporté, mêlé & répandu par tout le sang sans aucune altération.

### O B S E R V A T I O N XI.

**U**n vieillard de soixante quatre ans, assez robuste pour son âge, mais qui avoit fait de grands excès de vin pendant sa vie, se plaignit de la même manière quelques jours avant sa mort d'angoisses, sans aucun autre symptôme. On lui trouva le péricarde rempli de deux livres de pus blanc, & le cœur tout entier avec les oreillettes couvert d'une croûte purulente & tenace, de deux lignes d'épaisseur. Sous cette croûte la surface du cœur étoit écorchée & enflammée, mais je le trouvai environné partout d'une graisse que l'inflammation rendoit rouge. Le cœur même étoit pâle dans sa substance musculuse, ayant ses cavités remplies d'un sang dense, à la réserve du ventricule postérieur, qui contenoit une petite quantité de sang polypeux blanc.

### O B S E R V A T I O N XII.

**E**n disséquant un jeune homme de 26 ans, robuste, extrêmement gras & réplet, mort subitement sans aucune douleur précédente, & qui peu de jours après sa mort étoit dans une grande putréfaction, je trouvai le péricarde abondamment rempli de pus blanc, & le cœur

même écorché par la suppuration, & entouré de beaucoup de graisse molle dans un état d'inflammation. La substance musculuse des deux ventricules étoit tout à fait relâchée, & dénuée de sang. Dans les veines le sang étoit dissous, mais l'aorte contenoit une coagulation blanche & polypeuse, semblable à un cuir.

### *Explication physiologique.*

Ici l'action augmentée du cœur & des vaisseaux sur le sang, qui dans un jeune homme est plus fluide, avoit déjà causé par un trop grand frottement une dissolution putrédineuse; & de là vient qu'il n'avoit pas pu se coaguler dans les veines. Mais il paroît que le cœur trop irrité empêchoit par sa constriction, plus forte qu'elle ne l'est naturellement, l'évacuation assez complète du sang hors du sinus pulmonal, d'où naissoit la résistance au sang qui circule par les poumons, & l'impulsion irrégulière dans l'artère pulmonale, qui est la cause, des mal est accompagné. Or toutes les Observations substance musculuse du cœur ne s'enflamme point, mégarments qui l'entourent, & que la substance cellulaire détruits par l'inflammation & la suppuration. On encore observer aucune véritable suppuration, particuliers, du cœur même dans la substance, n se faire l'idée d'une semblable destruction lente, ar les parties intérieures.

Mais ce qui paroît incroyable, c'est que le tuyau entier du canal artériel, que le cours du sang lave continuellement, puisse s'ulcérer à sa surface intérieure, & devenir une cause de mort. C'est cependant ce dont l'Observation suivante mettra la vérité hors de toute contestation.

### OBSERVATION XIII.

J'ai disséqué pendant l'hyver de 1753. le cadavre d'un Vieillard sexagénaire, robuste & réplet. Ayant ouvert le péricarde, pour dé-



démontrer la situation & la structure du cœur, je trouvai celui-ci garni de beaucoup de graisse, naturellement libre dans le péricarde, & vigoureux. De même au dedans, les ventricules, dont les parois étoient dans toute leur intégrité & leur force, avoient leur tunique tout à fait unie qui les enveloppoit. Les orifices tant veineux qu'artériels des ventricules n'étoient endommagés par aucune lésion, toutes leurs valvules avoient l'étendue naturelle ; la membrane intérieure étoit polie comme elle doit l'être, & il ne manquoit absolument rien à la structure des valvules. Mais ayant ouvert l'aorte, je la trouvai, à un pouce de distance de ses valvules semilunaires, dans le reste de son cours jusqu'aux artères iliaques, toute ulcérée, extrêmement inégale & déchirée. Les cavités étoient remplies partout de pus blanc, entre lesquelles étoient des parties non cohérentes de la tunique nerveuse, qui flottoient librement. En examinant donc plus attentivement l'état de ces choses, il me parut que la tunique nerveuse, ou interne, toute entière, qui est naturellement très déliée dans l'aorte, avoit été détruite par voye d'exulcération, n'en étant resté dans leur entier que quelques petits morceaux çà & là, qui pendoient dans la cavité du canal, & derrière lesquels le pus étoit caché. Ces petits morceaux mêmes, & la tunique nerveuse plus épaisse, adhérente encore en quelques endroits, avoient été rendus tuberculeux ; mais il n'y avoit nulle part dans toute l'étendue de l'aorte, une matière endurcie, calculeuse ou osseuse, comme on a coutume de l'appeller. En écartant le pus, on vit de petits flocons cellulux, parmi lesquels le pus s'étoit attaché, & les fibres musculaires de l'aorte à nud. Mais aucune lésion ne s'offrit à la vue dans ces fibres musculaires. La plus grande destruction de la membrane nerveuse avoit lieu dans cette surface de l'aorte courbée en arc, qui est directement opposée à l'axe de son orifice. Dans toute cette partie du cylindre, la membrane nerveuse avoit été entièrement ulcérée, & on n'y en voyoit plus aucun vestige. C'est cet endroit là que le torrent du sang chassé du ventricule arrose continuellement ; c'est pourquoi l'on ne doit pas s'étonner que la plus grande destruction soit arrivée dans cet endroit. De là elle s'est étendue dans cette convexité

suprême de l'arc de l'aorte, d'où sortent les artères sous-clavières & carotides, dont les embouchures qui s'ouvrent dans l'aorte étoient tellement rongées tout autour par la suppuration, qu'un sinus étoit continuellement contigu à l'autre ; mais dans les artères mêmes, la membrane nerveuse qui revêt leur canal se trouvoit sans aucune lésion. La surface inférieure opposée à la convexité de l'arc de l'aorte, avoit la tunique nerveuse adhérente, quoique plus épaisse qu'elle ne doit l'être, & soulevée par le pus renfermé dans la celluleuse. Mais ensuite, là où l'arc de l'aorte se fléchit vers le bas, après que la sous-clavière gauche en est sortie, & où le sang qui s'étoit porté à la partie antérieure de l'arc, se réfléchit, & va frapper de nouveau l'aorte, le cercle de l'aorte se trouva de nouveau détruit dans toute sa surface intérieure, & sa membrane nerveuse intérieure ulcérée. Cette dilacération s'étendoit la longueur d'un pouce & demi jusqu'à la descente de l'aorte. Dans la partie descendante, on trouvoit çà & là de petits morceaux de la membrane nerveuse encore attachés ; cependant le pus répandu dans la celluleuse, l'élevoit partout en pustules. Mais à la surface du cylindre de l'aorte qui est en dehors, & que le sang réfléchi de l'arc presse avec plus de force, l'exulcération & la destruction de la membrane étoit plus grande qu'à la partie postérieure. De là venoit qu'à la division de l'aorte dans les iliaques, l'exulcération & la suppuration s'étoient faites avec un peu moins de force, y ayant de petits morceaux entiers qui étoient demeurés attachés de place en place à la membrane nerveuse, jusqu'à ce que, dans les artères iliaques mêmes, la surface de cette membrane nerveuse se montrait de nouveau dans son état naturel & polie.

Surpris d'un mal aussi inouï, j'aurois fort souhaité de savoir quels étoient les symptômes qui avoient précédé pendant le cours de la vie. Mais le défunt étoit du nombre de ces misérables, dont la mort efface toute mémoire. Il avoit vécu tout seul dans une extrême pauvreté, & étoit décédé sans qu'on s'en aperçût. Je ne pus donc découvrir rien autre chose, sinon qu'il s'étoit souvent plaint d'une forte douleur



au dos & au thorax. Il est difficile de concevoir comment cette maladie a pu durer si longtems, & s'augmenter à un tel point, sans ôter les forces nécessaires à la conservation de la vie. On auroit du moins une peine infinie à expliquer comment la suppuration a pu avoir lieu, vû le mouvement très rapide du sang chassé par les artères ; pourquoi les petites parcelles des endroits détruits de l'artère, entraînées dans le cours du sang, n'ont, ni causé une obstruction mortelle dans les plus petits vaisseaux, ni arrêté dans peu le passage libre du sang ; enfin ce qui a empêché qu'il ne se soit fait, ni rupture, ni anevrisme, dans une si grande destruction de l'artère. On n'est pas moins embarrassé à déterminer la cause de ce mal. La structure robuste du cœur fait bien voir, qu'il a chassé le sang avec une grande force dans l'aorte ; mais, à moins que la membrane si polie de l'artère n'ait changé auparavant tout à fait de nature par l'obstruction & l'érosion des plus petits vaisseaux, on ne sçauroit rendre raison de cette destruction, ni par la force du sang, ni par l'acrimonie des fluides. En supposant au contraire que l'inflammation de la membrane interne de l'aorte & sa suppuration ont précédé, il est assez manifeste comment le sang poussé par un mouvement de la plus grande vélocité contre une membrane déjà lâche & endommagée, a achevé de la rompre & de la détruire. Le fort de cette destruction a donc dû se faire dans l'endroit contre lequel le sang frappe le plus violement, & par conséquent dans cette partie de l'arc de l'aorte, qui est directement opposée à l'orifice artériel du cœur, & ensuite dans celle qui est le plus exposée à l'action du sang réfléchi : & tout ce qui a été rapporté ci-dessus confirme pleinement ces idées. C'est pourtant toujours une chose surprenante, qu'on n'ait pu trouver dans l'aorte, ni dans les cavités de ses rameaux, aucun vestige de la tunique lacérée, de sorte qu'elle semble avoir été réduite en particules dont la dissolution a été si grande, qu'elles ont pu passer dans les veines en se mêlant intimement au sang.

## OBSERVATION XIV.

*Sur une dilatation anévrismatique du cœur.*

Un homme d'environ soixante ans, attaqué de l'hydropisie entre cuir & chair, dite *anasarca*, étant mort, à l'ouverture du thorax, l'aorte parut environnée d'une grande quantité de celluleuse d'une dureté considérable, & fortement attachée aux sacs de la pleure. Le péricarde étoit aussi adhérent partout, & avec une extrême force, à la surface du cœur, sans qu'il y eut le moindre intervalle libre, une celluleuse dure formant un lien continu. L'adhérence de cette celluleuse dure & calleuse étoit également continuë aux grands vaisseaux du cœur, mais surtout à l'arc de l'aorte. Une graisse épaisse dont les vaisseaux étoient environnés, suivoit la celluleuse susdite; & quant au cœur même, sa grandeur surpassoit de beaucoup l'état naturel.

Dans l'endroit où l'aorte se montrait au dessus de l'artère pulmonale, elle étoit extraordinairement dilatée, & conservoit la même largeur à la partie supérieure du médiastin, jusqu'à l'endroit de sa courbure où elle se continuë, après avoir fourni les plus grands vaisseaux carotides & sous-claviers; mais dans la partie qui reçoit le conduit artériel, elle redevenoit quatre fois plus étroite.

Cette partie dilatée de l'arc de l'aorte, étoit anévrismatique, & avoit une dureté à demi-osseuse; en particulier le tubercule, qui est au dessus du ventricule droit du cœur, dans la partie droite & inférieure de l'arc, étoit dur, cartilagineux, & de la grosseur d'une aveline. La substance ligamenteuse épaisse du péricarde entourait ce tubercule. L'ayant disséqué depuis sa surface extérieure jusqu'à l'épaisseur de trois lignes, il ne parut aucune substance musculuse, tout étoit presque cartilagineux, & à demi pierreux. Le tubercule même ayant ensuite été ouvert, fut trouvé plein d'un pus épais, ou plutôt d'une matière blanche polypeuse, toute rompuë. Il communiquoit à l'aorte par une ouverture de deux lignes, qu'entouroit à la surface in-

interne de l'aorte une substance pierreuse, ou un cercle composé de plusieurs petits morceaux recourbés en arc.

Le reste de la partie de l'aorte qui avoit souffert la dilatation anévrismatique, étoit environné d'une substance très épaisse. Elle consistoit extérieurement en une celluleuse très compacte de deux lignes, après laquelle venoient des fibres musculaires molles, déchirées, & réduites presque en pus, qui environnoient la membrane intérieure, parsemée de petits morceaux pierreux. Cette substance étoit différemment constituée dans la partie concave de l'arc de l'aorte. La celluleuse extérieure y avoit à peine une demi ligne d'épaisseur, & les fibres musculieuses étoient plus entières. Entre celles-ci & la membrane nerveuse intérieure, il y avoit de petits morceaux, ou lames minces de pierre, dites vulgairement ossifications, de diverses grandeurs, & qui excédoient la longueur d'un pouce. Dans le voisinage de la partie de l'aorte, tant dilatée que retrécie, la substance celluleuse extérieure étoit d'une fort grande épaisseur, mais intérieurement étoient cachés de même de petits morceaux pierreux sous la membrane nerveuse. La passage de la partie dilatée de l'aorte à celle qui se rétrécissoit, étoit entouré d'un cercle de fibres compactes, celluleuses & musculieuses, formant une espece de sphincter. Quant au reste, l'aorte étoit pourvue de trois valvules semilunaires, dont la structure étoit assez naturelle. Cependant le ventricule gauche, ou postérieur, du cœur étoit plus grand que le ventricule antérieur, ou droit ; & au dedans il étoit garni d'une membrane épaisse blanche, qui avoit été formée par l'épaississement de ce liquide exhalant qui se répand dans la celluleuse intérieure du cœur, par laquelle la substance est liée à la tunique.

De même, dans le cadavre d'un autre homme sexagénaire, j'ai observé l'aorte dilatée dans l'arc, & surtout dans la partie de l'arc directement opposée à l'arc de l'orifice aortique, mais le tubercule étoit large, & s'élevoit d'une maniere plus égale ; & la partie convexe de l'aorte s'y gonfloir du côté droit, à l'issuë de la fourclaviere droite.

*Ufa-*

### *Usage pathologique.*

Ces Observations sont tout à fait propres à faire connoître quels sont les commencemens, & quel est le lieu propre, de l'anévrisme de l'aorte. En effet, lorsque le sang est chassé du ventricule postérieur du cœur avec une force extraordinaire, proportionnée à la vigueur de ce ventricule, il va surtout frapper la partie de l'aorte, qui se dirigeant du côté droit, se trouve opposée à l'axe de l'orifice du ventricule postérieur artériel. S'y jettant donc avec une grande impétuosité, il est en état de dilater insensiblement, & de rompre enfin, l'étroite liaison des fibres musculuses. Alors la partie droite de l'aorte qui se recourbe en arc, cède à la pression intérieure, tandis que la celluleuse s'accroît peu à peu, en remplissant les interstices des fibres ; & s'endurcissant à sa surface extérieure par la pression même, elle résiste à la dilacération, & à la rupture mortelle de ce vaisseau. Néanmoins la manière dont se fait cette dilatation anévrismatique de l'aorte varie, suivant la différente impétuosité du sang, & la diverse structure de l'artère même. Car lorsqu'un cœur robuste pousse le sang avec trop de force dans l'arc de l'aorte, il faut nécessairement que les fibres de cette artère trop foibles cèdent, surtout si le sang rencontre un passage trop difficile de l'artère dans les veines. Par conséquent, ou bien il en résulte la rupture des fibres, suivie bientôt d'un anévrisme mortel, ou les fibres se dilatant peu à peu par la régénération & l'opposition de la celluleuse, acquièrent assez de force pour résister à la pression & à la dilatation, le sang lui-même bouchant le passage par les croûtes colées à la surface intérieure de l'artère dilatée, de façon que le liquide vital ne sçauroit s'échapper. De là vient que les anévrismes de l'aorte durent quelquefois longtems, avant que de causer une rupture funeste ; il suffit pour cet effet que la dilatation se faisant peu à peu permette la génération de la toile celluleuse, qui augmente la force des tuniques, ou la résistance passive de l'artère ; au lieu que les fibres musculaires qui ont été une fois rompuës, n'opposent aucune résistance à l'action du sang qui se porte contr'elles. Il n'est pas étonnant au reste que les anévrismes de l'aor-

l'aorte soyent fréquens, & surtout dans l'endroit de son arc qui est directement opposé à l'axe de l'orifice artériel du ventricule postérieur. Toute la force de ce ventricule, en chassant le sang, agit contre cette partie de l'aorte, d'où s'ensuit qu'elle est celle de toutes qui s'affoiblit le plus, & que la dilatation ne peut arriver, ni plus aisément, ni avec plus d'étendue, dans aucun autre rameau de l'aorte, à cause que c'est l'endroit où les forces du fluide surpassent le plus la résistance & la vigueur des tuniques; ce qui n'arrive pas dans les rameaux plus étroits de l'aorte, où, en prenant la proportion des tuniques, la force de celles-ci est plus grande, & l'action du fluide qui s'y trouve contenu est moindre. D'ailleurs, tandis que la force entière du cœur se consume contre cet endroit de l'aorte dilatée qui résiste moins, il ne reste qu'une foible impulsion dans les autres rameaux de l'artère, & la partie de l'aorte dilatée par l'anévrisme, aussi bien que les parois du thorax du côté droit, sont pressées par une si grande force, que les côtes mêmes ne sçauroient assez résister à cet effort, mais qu'elles viennent à se rompre, si l'arc osseux d'un côté y est exposé, ou du moins elles se séparent avec violence, lorsque le sac dilaté vient à être poussé dans leurs intervalles. C'est ce que j'ai observé dans un jeune Gentilhomme de 26. ans, dans lequel la côte seconde du côté droit s'étoit écartée de la troisième, & le sac étant venu à la fin à se rompre avoit causé une mort subite.

#### OBSERVATION XV.

*Des trois valvules semilunaires à l'orifice de l'aorte, jointes ensemble en un même corps.*

La trop grande force du cœur, ou la résistance excessive des vaisseaux, causent aux orifices des ventricules divers accidens, dont la plupart deviennent bientôt des maladies. Il est très difficile de les connoître, & d'en juger d'une manière certaine avant la mort; & il n'est jamais possible à la Médecine d'y apporter du secours. Souvent les valvules semilunaires

pas dix lignes, tous les faisceaux y étant aplatis & minces, au lieu que ceux du ventricule postérieur étoient forts & cylindriques. Le tronc des veines pulmonales étoit extraordinairement mince & dilaté, mais l'aorte étoit fort robuste, polie en dedans, sans aucune lame pierreuse qui la gatât, & ayant le même diamètre que l'artère pulmonale. Le cœur étoit garni partout à sa surface extérieure d'une quantité extraordinaire de graisse.

## OBSERVATION XVI.

Il y avoit dans le cœur d'une vieille femme, morte hydropique, une semblable résistance qui s'opposoit au cours du sang lorsqu'il vouloit entrer dans le ventricule gauche & dans l'aorte. En effet, ayant ouvert ce ventricule gauche, ou postérieur, au lieu de l'anneau membraneux valvuleux, qui doit environner l'orifice veineux, on voyoit s'avancer de cet orifice dans le ventricule une substance roide, dure, & charnue, immédiatement adhérente à la substance charnue continuée des muscles papillaires de ce ventricule. La substance des valvules qui est ordinairement membraneuse & déliée, avoit acquis partout l'épaisseur d'une ligne & demie d'un pouce de Paris ; & elle en avoit même davantage dans quelques endroits. Mais l'orifice étoit ceint partout de cette substance gonflée & roide des valvules, de sorte qu'il n'y avoit pas la plus petite ouverture laterale qui aboutit dans le cœur ; mais dans le ventricule postérieur, l'ouverture de l'orifice elliptique veineux, resserré par cette valvule durcie & gonflée, avoit quatre lignes &  $\frac{2}{3}$  de diamètre, & celui de la conjuguée, ou de la distance depuis les parties antérieures jusqu'aux postérieures, où les bords de la valvule étoient les plus éloignés l'un de l'autre, avoit une ligne & demie. Le diamètre de l'aorte du même ventricule, laquelle étoit fort robuste, mais d'ailleurs tout à fait naturelle, dans sa plus grande largeur, & là où la dilatation causée par le gonflement au dessus du cylindre avoit été aussi loin qu'elle pouvoit aller, montoit à huit lignes ; mais pour le ventricule postérieur même, il étoit ceint d'une substance charnue assez épaisse,





se, ayant sa cavité ample de deux pouces, & étant long de deux pouces & sept lignes depuis la partie suprême près de l'orifice veineux jusqu'à la pointe. Le même orifice auriculaire, ou veineux elliptoïde du ventricule antérieur, avoit un diamètre de treize lignes, ou d'un pouce & trois dixièmes, c'est à dire, trois lignes ; & la conjugée, ou la distance depuis la cloison jusqu'à la surface du ventricule, avoit sept lignes. Le diamètre de l'artère pulmonale dans l'état naturel de contraction, étoit de onze lignes, mais on pouvoit très aisément la dilater jusqu'à quinze lignes, ou un pouce & demi ; & pour la cavité même du ventricule, dans la paroi concave opposée à la cloison, elle étoit longue de quatre pouces & deux lignes depuis la sortie de l'artère pulmonale jusqu'à la pointe du cœur, & sa largeur étoit de quatre pouces & une ligne. Le sinus des veines pulmonales étoit considérablement dilaté, formant une cavité qui alloit à plus du double de celle du ventricule postérieur ; c'étoit un quarré creux partout de la même largeur, ayant deux pouces & huit lignes & hauteur, & deux pouces & sept lignes de largeur, lequel décroissoit considérablement vers la pointe du ventricule. Les diamètres des veines pulmonales donnoient une ouverture beaucoup plus étroite que celle de l'artère pulmonale : car du côté droit le diamètre de l'ouverture de la veine pulmonale supérieure formoit un sinus de cinq lignes ; & celui de la veine du milieu, aussi bien que de l'inférieure, de quatre lignes : mais au côté gauche, où il y avoit pareillement trois veines, le diamètre de la supérieure étoit de trois lignes, celui de la veine du milieu de trois lignes & demie, & celui de la plus basse de quatre lignes. Pour avoir toutes les dimensions de ces veines de manière à n'être pas induit en erreur par leur affaîssement, qui donneroit une valeur au dessous de la véritable, je l'ai mesurée sur un cone circulaire, fait de liege, & doucement introduit dans la veine, jusqu'à ce qu'elle ait acquis le degré de la dilatation qu'elle peut acquérir sans se déchirer. Ainsi c'est plutôt l'ouverture des veines dilatées que celle des veines trop resserrées, qu'on obtient en prenant ces diamètres quarrés. La somme de ces quarrés, ou de toutes les ouvertures des veines pulmonales, sera donc = 81.

Or l'ouverture de l'artère pulmonale est  $\equiv 121$ , dans la contraction naturelle qui suit l'évacuation, & dans la plus grande dilatation  $\equiv 225$ ; en sorte que la différence est dans la contraction de 40, & dans la plus grande dilatation de 144. Mais l'ouverture de l'aorte étoit moindre ici que celle des veines pulmonales, seulement de 64, & il y avoit par conséquent une différence  $\equiv 17$ . Or, dans l'état naturel du cœur, l'ouverture de l'aorte surpasse ordinairement celle de l'artère pulmonale dans une proportion, suivant laquelle le diamètre de l'aorte est à celui de l'artère pulmonale comme 11 à 12, ou 11 à  $11\frac{1}{2}$ . Ainsi la différence de l'ouverture dans la première différence de diamètre sera  $\equiv 23$ : d'où s'ensuit que l'ouverture de l'aorte dans ce cœur étoit moindre qu'elle n'auroit dû être naturellement, dans la raison du nombre 80; & ainsi elle étoit le double plus étroite qu'à l'ordinaire. Mais l'aorte surpasse naturellement l'ouverture des veines pulmonales, en raison du nombre 20, ou au delà, ce qui se trouvoit beaucoup au dessous dans ce cœur. Et cependant la proportion de l'ouverture des veines pulmonales par rapport à celle de l'artère pulmonale étoit beaucoup moindre que dans l'état naturel, cette différence exprimée en nombres se réduisant ordinairement à  $\frac{1}{5}$ , au lieu que dans celui-ci elle alloit à  $\frac{1}{3}$  pour l'artère contractée; & à l'égard de l'artère dilatée, la proportion de l'ouverture des veines pulmonales étoit le double moindre.

### *Usage physiologique.*

Dans la Dissertation que j'ai déjà donnée, sur la dilatation préternaturelle du cœur, causée par le rétrécissement de l'aorte, j'ai ajouté la raison du changement que nous observons dans le sinus des veines pulmonales, l'artère pulmonale, & le ventricule antérieur, relativement aux veines pulmonales. Mais ces maladies singulières du cœur pourront encore répandre du jour sur l'explication des parties susdites, aussi bien que sur l'usage & les raisons de la structure des parties du cœur. En effet, dans l'un & dans l'autre cas, le sang, en passant dans le ventricule postérieur du cœur & dans l'artère aorte  
a éprou-





a éprouvé une extrême résistance, parce que le passage libre à travers l'aorte étoit bouché à cause de l'endurcissement & du gonflement des valvules ; & l'orifice veineux du ventricule postérieur se trouvant en même tems dans ce cœur beaucoup plus étroit qu'il ne devoit l'être naturellement, n'a pas causé un moindre obstacle. C'est pourquoi, dans tous les deux cas, la stagnation du sang devant les orifices du ventricule postérieur, a extraordinairement dilaté le sinus des veines pulmonales, mais non ces veines elles-mêmes, y ayant dans la proportion de leur diamètre à leur sinus une extrême différence, ce qui suffit pour prouver que la raison de la dilatation est différente. C'est pourquoi, dans la dernière Observation, le sang n'a point été capable de dilater les veines pulmonales, dont la somme de leurs ouvertures étoit  $\equiv 81$ , contre l'ouverture de l'artère pulmonale  $\equiv 121$ . De cette façon, quoiqu'il demeurât une excessive quantité de sang dans les pōmons, l'ouverture des veines pulmonales excédoit à peine l'état naturel ; ce que la Nature avoit procuré par l'insertion de ces veines dans un ample sac, qui étoit comme une grande citerne dilatable où de petits tuyaux aboutissoient, ce qui servoit à empêcher que la trop grande dilatation de tous les vaisseaux n'interceptât le passage de l'air à travers les pōmons : & cela seroit infailliblement arrivé, si les veines avoient pu souffrir, comme l'artère pulmonale, la dilatation de leurs rameaux par un effet du sang qui étoit demeuré dans le sinus des veines pulmonales. Ces observations réitérées font connoître clairement la cause qui rend les veines pulmonales plus étroites que les autres veines du corps, proportionnellement aux artères qui accompagnent les veines. C'est que l'insertion des veines pulmonales dans le grand sinus pulmonal faisant cesser la cause de cette dilatation, il est nécessaire que l'effet cesse aussi. On peut encore conclure de la même observation l'extrême dilatabilité de l'artère pulmonale, aussi bien que celle du ventricule antérieur ; car son ouverture a été rendue le double plus grande qu'elle ne l'est naturellement, ayant égalé le nombre 224, & dans la contraction seulement le nombre 121. Le ventricule antérieur par la même raison s'est considérablement dilaté  
avec



avec une extrême diminution de la substance musculieuse. Car naturellement dans le fœtus il n'y a point, entre le ventricule antérieur & le ventricule postérieur, cette différence de grandeur & d'épaisseur qu'on observe dans les adultes. Au contraire on trouve le plus souvent dans un fœtus de cinq à sept mois le ventricule antérieur plus petit que le postérieur; & dans l'état naturel, lorsque le fœtus est près de son terme, ces ventricules sont égaux, & ce qui est surprenant, la substance musculieuse de l'un & de l'autre est aussi à peu près d'une épaisseur égale. Dans des fœtus de quatre mois l'épaisseur du ventricule antérieur étoit d'une demi-ligne, ou  $\frac{1}{8}$ , & celle du ventricule postérieur de  $\frac{1}{8}$ , au lieu que naturellement dans un adulte la substance musculieuse du ventricule antérieur est à celle du ventricule postérieur, comme 1 : 4, ou  $1\frac{1}{2}$  :  $4\frac{1}{2}$ . On trouve les mêmes proportions en comparant la constitution interne des faisceaux musculieux dans un fœtus & dans un adulte. Ces petits faisceaux ne diffèrent presque point dans le premier, ni par leur force, ni par leur forme cylindrique; au lieu que dans l'adulte les faisceaux du ventricule antérieur sont plus larges & plus minces, ceux du ventricule postérieur étant au contraire cylindriques & plus robustes. On voit suffisamment par là que c'est la prolongation de la vie qui met ces différences entre les parties du cœur, n'y ayant rien de semblable dans les premiers commencemens du fœtus. En effet, telle est la nature des parties musculieuses du cœur & des vaisseaux artériels, qu'abandonnées à elles-mêmes, sans être trop tendues, elles acquièrent une plus grande force; car elles ont une élasticité qui l'emporte sur celle de toutes les autres parties du corps. Le fœtus a une communication parfaitement libre par le trou ovale de la cavité droite du cœur au ventricule postérieur, ou plutôt au sinus pulmonal; & pareillement dans l'aorte du ventricule artériel par le conduit artériel. De là vient qu'il n'y a aucune cause qui soit capable de tendre & de dilater le ventricule artériel: & c'est aussi pourquoi la substance musculieuse ne sauroit être atténuée, mais la force s'accroît plutôt en comparaison de celle de l'autre ventricule, que le sang, dont le cours est quelquefois empê-



empêché dans l'aorte, ou dans les artères umbilicales, peut plus aisément dilater. Mais ces propriétés font place à d'autres toutes différentes dans l'homme qui a respiré. Les actions de la vie depuis la première enfance, les cris de douleur souvent poussés, la vélocité du cours continué du sang, l'air retenu trop longtems en parlant ou en chantant, & d'autres causes semblables, forment des obstacles au passage du sang par les poulmons. Lors donc que, dans de semblables circonstances, les veines du ventricule antérieur refusent passage au sang, il s'accumule & commence à dilater les rameaux de l'artère pulmonale. Quand cette artère est remplie, le ventricule antérieur ne peut plus s'y évacuer entièrement ; ainsi le sang demeure aussi dans ce ventricule, & empêche l'entrée au sang véneux de la cavité droite du cœur & des veines caves. Les rameaux de la veine se dilatent donc insensiblement à un point extraordinaire, le ventricule antérieur s'étend, & en même tems la substance des fibres musculaires qui s'écartent trop les unes des autres est atténuée ; mais comme elle a beaucoup de force, en poussant peu à peu le sang dans l'artère pulmonale, elle la dilate de plus en plus, & sa constitution plus foible que celle de l'aorte favorise extrêmement cette dilatation. Cette foiblesse naturelle de la même artère la met d'autant moins en état de surmonter la résistance causée par une inspiration ou expiration trop longtems continuée, & de chasser la masse du sang jusqu'aux extrémités des veines pulmonales. De là vient donc que l'ouverture de l'artère est plus grande que celle des veines pulmonales ; ce qui doit être regardé comme une suite des vicissitudes de la vie, qui produisent de même la dilatation & l'affoiblissement du ventricule antérieur. Les petits faisceaux du ventricule intérieur musculeux deviennent ainsi plus minces, & s'écartant de leur première figure cylindrique s'applatissent ; ce qui les rend ordinairement différents de ceux du ventricule postérieur, qui demeurent cylindriques & plus robustes. De là l'insigne différence qu'on a coûtume d'observer entre les deux ventricules du cœur ; & il en résulte qu'on auroit tort de la regarder comme parfaitement naturelle. Car nous trouvons que la constitution du ventricule postérieur se change aussi, & de la même

maniere, si à cause de quelque résistance à la sortie du sang par l'aorte, il vient à être dilaté par le sang ; cependant cette dilatation ne l'affoiblit que beaucoup plus lentement, soit parce que l'artère pulmonale, le sinus des veines, & le ventricule antérieur, cèdent plus facilement au sang restant, & en partageant toute la quantité, soit parce que la substance même de ce ventricule plus robuste est en état de presser & de chasser le sang pendant un plus long espace de tems. Mais, dans notre premiere observation, l'orifice de l'aorte n'étoit pas le seul étroit, l'orifice veineux l'étoit aussi ; & par cette raison presque toute la dilatation agissoit contre les parties les plus foibles & les moins résistantes, sçavoir le sinus, l'artère pulmonale, & le ventricule antérieur.

Outre l'affoiblissement des parties causé par la résistance du cœur, qui se manifeste par les Observations précédentes, on peut aussi en inférer surtout cette propriété naturelle de l'aorte, en vertu de laquelle elle se contracte dans un moindre espace, lorsque la résistance cesse, ou que la quantité du sang qui s'y porte est diminuée. La seconde Observation présente en particulier ce changement de la maniere la plus marquée. En effet, la petite quantité de sang qui entroit dans le ventricule postérieur par son orifice veineux rétréci, ne suffisoit point à la dilatation du ventricule, ni à celle de l'aorte, dont l'ouverture se trouvoit d'un tiers moindre que dans l'état naturel. Ainsi, l'aorte souffrant à peu près dans la même raison une diminution & une contraction dans son diamètre, n'avoit que huit lignes de largeur, quoique son diamètre ait naturellement coutume d'en avoir douze à treize ; & son ouverture étoit le double moindre qu'elle ne doit l'être pour transmettre le sang. Or il est croyable que la substance des valvules de l'orifice pulmonal veineux s'est resserrée & durcie peu à peu ; & de là est venue cette contraction extraordinaire de l'aorte, proportionnellement à la quantité décroissante du sang. Ce changement enseigne combien la force & la contraction de l'artère, en vertu de sa nature élastique, s'accroît après la diminution du sang, & combien s'écartent de la véritable route de la Nature ceux qui prétendent que l'usage de la saignée pro-



produit le relâchement des artères, qui se fortifient au contraire par ce moyen, leur force & leur élasticité étant ainsi augmentées, & leur fibres auparavant trop écartées venant à se réunir. Mais d'un autre côté, cette même force de l'aorte, quand elle vient à surpasser ses bornes naturelles, est dangereuse pour la santé & la vie; danger d'autant plus grand, qu'il est plus difficile de le connoître, & impossible d'y obvier, ce mal n'admettant qu'une cure palliative, destinée à soulager un peu le malade des symptômes cruels qu'il éprouve.

### *Usage pathologique.*

Les changemens relatifs aux maladies que ces Observations nous présentent à considérer, sont l'endurcissement pierreux des valvules de l'aorte, & de l'orifice veineux du ventricule postérieur. Je n'ai jamais trouvé les valvules de l'orifice artériel pulmonal, pierreuses & durcies; au lieu qu'un semblable changement préternaturel se rencontre fréquemment dans celles de l'aorte. Car la pression foible de l'artère pulmonale sur les valvules semilunaires, peut à peine produire une stagnation suivie de quelque changement; & ce n'est pas d'ailleurs le seul excès de la force de l'artère qui agit, mais il faut encore la force du ventricule pour que le liquide qui s'exhale dans la cellulaire de la duplicature des valvules semilunaires, vienne à s'épaissir, & acquière insensiblement une dureté pierreuse. Cette matière augmentée dans les valvules, en les étendant, peut produire une cohésion & une coalescence très étroite, surtout si l'âge rassemblant une plus grande abondance de particules terrestres, rend cette déposition d'autant plus rapide, de sorte que ces tuniques, où la matière durcie est renfermée, se touchent plus étroitement. Ces valvules de l'aorte ainsi réunies forment donc une seule masse pierreuse, la troisième seule demeurant libre, quoiqu'elle soit gonflée & remplie de la même manière d'une substance pierreuse. Tant que le cœur de ce malade a eu une grande force, il s'est peut-être peu apperçu de son mal, à moins qu'il n'ait éprouvé les symptômes de la pléthore, qui sont or-



dinairement produits par le gonflement des rameaux des veines caves. En effet, à cause du rétrécissement de l'orifice veineux pulmonal du cœur, le passage du sang dans le ventricule postérieur étant empêché, a pû surtout étendre les rameaux des veines caves. Mais les symptômes sont beaucoup plus fâcheux lorsqu'ils suivent le rétrécissement de l'orifice veineux, comme dans notre XVI. Observation. Ils paroissent être venus de l'épaississement de la liqueur qui s'exhale dans la celluleuse de l'anneau valvuleux. Car il n'y avoit aucun endurcissement pierreux, & ce n'étoit point l'âge qui, en rassemblant lentement quantité de matiere terrestre, avoit produit cette maladie ; mais il paroît probable qu'elle s'étoit formée par l'endurcissement continuel & égal en une carnosité molle. Et quand nous voudrions supposer que le cours rapide du sang a contribué quelque chose à rendre cet orifice veineux plus étroit, cependant à peine a-t-il pû passer la moitié du sang ; & celui qui est demeuré, en s'accumulant dans les rameaux de l'artère pulmonale, dans le ventricule antérieur, & dans la distribution des veines caves, a causé de cruelles angoisses auxquelles de fréquentes saignées & une diète rigoureuse n'ont pu apporter qu'un peu de soulagement. Enfin il a fallu que l'hydropisie s'ensuivit, parce que, le reflux par les rameaux de la veine cave étant interdit, les humeurs ont dû se répandre dans les cellules & les cavités, d'où elles n'ont pû être évacuées par une résorption suffisante. La quantité d'humeurs apportée par l'aorte n'a pas été suffisante non plus pour l'exécution complète de toutes les sécrétions ; & de là le défaut, tant des liqueurs qui soutiennent le corps, que de celles qui le soulagent par voye d'excrétion. La faiblesse du corps rend aussi la destruction plus prompte, sans qu'il y ait moyen d'y apporter du remède, à cause de l'impossibilité de résoudre cette liqueur croupissante endurcie. Mais l'orifice veineux gauche du cœur souffre souvent un changement préternaturel, par l'endurcissement pierreux du liquide exhalant dans la celluleuse : ce qui pourra être confirmé par deux Observations sur cet anneau pierreux qui environne l'orifice dans sa substance charnuë même, dont j'ai donné une ample description dans ma Dissertation sur les diverses ex-

pe-





petes de pierres du corps humain. Mais la trop grande résistance du cœur vers l'aorte, & la destruction de ses valvules femilunaires, est le principe d'une maladie cruelle, que personne n'a encore remarquée, & qui est absolument mortelle.

### OBSERVATION XVII.

**E**n soumettant à la dissection le cadavre amaigri, mais gonflé, d'un homme d'environ trente ans, après avoir trouvé que toutes les parties avoient leur structure naturelle, à l'exception de l'enflure oedemateuse des parties inférieures, je m'attachai à examiner la structure du cœur & de ses vaisseaux. Le thorax ayant été ouvert, les poumons se montrèrent tout à fait libres sans la moindre adhérence, mais tout remplis de sang. Le péricarde contenoit le cœur qui étoit très relâché, sans aucun vestige de graisse, n'y ayant qu'une membrane mince qui couvrit sa substance musculuse transparente. Les vaisseaux veineux de la veine cave, l'oreillette droite, le côté droit du cœur, l'artère pulmonale, & le sinus avec le ventricule postérieur, étoient gonflés de sang, la seule aorte étant demeurée vuide. Etonné de ce grand relâchement, & de cette foiblesse tout à fait extraordinaire, je fis un examen attentif de toutes les parties. Ce que je trouvai le plus singulier, ce fut le rétrécissement de l'aorte à proportion des autres vaisseaux ; cette artère étant disséquée parut d'une grande force, sa substance ayant  $\frac{7}{8}$  lignes d'épaisseur. Y ayant aussitôt introduit un cone de liege au dessus de l'endroit où elle sort du cœur, je trouvai son diamètre de sept lignes &  $\frac{2}{3}$  seulement, au lieu que celui de l'artère pulmonale, sans la dilater beaucoup, étoit de douze lignes, la substance de cette artère étant lâche & mince. L'ayant ouvert, on put apercevoir les valvules minces femilunaires, tout à fait relâchées, qui occupoient son orifice. Mais rien n'égalait ma surprise, lorsqu'après ouvert l'orifice de l'aorte qui aboutit au ventricule postérieur, au lieu de valvules, il ne s'offrit à ma vue que de petits morceaux déchirés qui entouroient l'orifice. En y regardant

donc de plus près, je trouvai le bord convexe adhérent au cœur ; mais le bord libre continué dans l'aorte, étoit rompu, & découpé en petits morceaux pendans, comme les parties d'un corps détruit par la suppuration. La substance membraneuse même de ces valvules déchirées & rétrécies étoit semblable à une membrane détruite par la chaleur de l'eau bouillante. La constitution des faisceaux du ventricule postérieur du cœur n'étoit point du tout comme à l'ordinaire ; au lieu d'être cylindriques, ils étoient minces & plats, & les anneaux papillaires valvuleux du muscle étoient aussi déliés & foibles. La surface concave de la cloison ne montrait presque aucun indice de petits faisceaux musculieux ; mais on voyoit les fibres musculaires applaties, étenduës, & privées de la tunique interne qui recouvre le cœur. La substance musculieuse même du ventricule postérieur étoit tout à fait relâchée, pâle, & ayant à peine deux lignes & demie d'épaisseur. La cavité du ventricule postérieur surpassoit celle de l'antérieur, de sorte qu'il ne restoit aucune partie du cœur qui fut dans un état parfaitement naturel.

#### OBSERVATION XVIII.

Dans le cœur d'un autre homme, robuste, réplet, sexagénaire, je trouvai le ventricule postérieur égal à l'antérieur, & même un peu plus grand, & extraordinairement dilaté jusqu'à la pointe. Ses petits faisceaux, ou trabecules charnuës, étoient fort allongés, & étroitement posés l'un sur l'autre ; mais dans la cloison ils étoient tout à fait effacés, sans que la tunique interne manquât nulle part. Mais les valvules semilunaires de l'orifice artériel aortique étoient courtes, retirées ; leur bord libre qui avoit plus d'une ligne d'épaisseur, étoit inégal, ayant souffert une dilacération à la partie antérieure du côté droit, & les petits morceaux déchirés pendoient irrégulièrement. Enfin l'aorte elle-même étoit tout à fait épaisse, inégale intérieurement comme si elle eut été couverte d'une espece de gale ; car de petits tubercules, de l'épaisseur d'une ligne & au delà, s'y élevoient partout, étant contigus  
les





les uns aux autres dans la partie de l'aorte qui se courbe en arc, & plus dispersés, ou écartés les uns des autres, dans la partie qui descend, après que l'arc a été formé. Une matière blanche, épaisse, tenace, placée entre la tunique musculuse & la nerveuse, remplissoit ces tubercules élevés ; & elle est semblable à celle qui acquiert insensiblement une dureté pierreuse ; de petites lames pierreuses, quoiqu'en très petite quantité, se trouvoient d'abord au dessus des valvules, couvertes de la tunique nerveuse interne. Cela faisoit que le diamètre restant de l'ouverture de l'aorte alloit à peine à 9. lignes, celui de l'artère pulmonale le surpassant de 13. La largeur du ventricule supérieur à la surface concave postérieure, égale à sa longueur, avoit trois pouces & six lignes. La substance musculuse du ventricule à la pointe du cœur étoit seulement de  $\frac{1}{5}$  de ligne d'épaisseur ; celle qui regardoit la surface plane du cœur avoit trois lignes &  $\frac{3}{8}$ , & à la partie supérieure 2  $\frac{1}{8}$ . Quant à la substance charnue même, elle étoit ferme & couverte extérieurement d'une graisse assez abondante.

### *Usage physiologico - pathologique.*

Ces observations font assez voir, combien la proportion entre les forces agissantes du corps est nécessaire pour une parfaite santé. En effet, dans l'un & dans l'autre des cas précédens, une trop grande proportion s'est trouvée entre la force résistante de l'aorte, & celle d'impulsion du cœur. Ce n'est que lorsque le cœur par sa contraction peut surpasser les forces des artères, qu'il est en état de pousser le sang dans leur cavité. Mais, quand les forces de l'artère ont trop d'action, l'évacuation du cœur ne sçauroit se faire naturellement ; de là le sang qui demeure, dilate trop le ventricule, & altère de plus en plus ses forces, tandis que l'élasticité des artères augmente continuellement leur trop grande force & leur résistance. L'effet demeurera donc toujours le même, soit que la cause s'en trouve dans la foiblesse du cœur, ou qu'il vienne d'une force de l'artère plus grande que la force naturelle. Dans l'Observation précédente le défaut du cœur paroît avoir entièrement con-

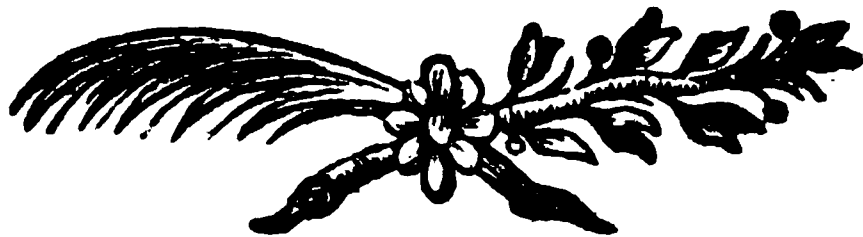
consisté dans le relâchement des fibres, & dans le manque de graisse. De là, suivant la nature élastique dont les artères sont douées, elles se contractent d'autant plus qu'elles sont moins tendues par la quantité de sang que le cœur y envoie. Or la force croit avec la contraction ; & réciproquement celle du ventricule diminuë dans une proportion contraire, par la trop grande dilatation que cause le sang qui demeure. Le sang ainsi repoussé de l'artère vers le ventricule, se jette contre les valvules semilunaires, il les repousse avec une extrême force à cause du défaut de résistance de la part du ventricule, & enfin il vient à bout d'effectuer leur déchirement & leur destruction. Car les valvules semilunaires suffisent à soutenir la force naturelle de l'aorte, qui, suivant les expériences faites pour la connoître, égale soixante livres. Mais, lorsque l'aorte devient le double plus étroite, l'accroissement de son élasticité lui donne des forces doubles de celle qui lui est naturelle, & auxquelles il faut nécessairement que les valvules cèdent.

Les mêmes Observations peuvent encore nous instruire de la conformation cylindrique qu'ont naturellement les faisceaux du ventricule postérieur du cœur. En effet, le défaut d'une trop grande expansion augmente la cohésion des fibres élastiques, & conséquemment celle surtout des fibres musculuses, dans le cœur & dans les artères. Or une force naturelle à l'aorte, c'est celle de chasser puissamment les fluides qu'elle contient ; & alors le ventricule postérieur, jouissant d'une plus grande force, peut s'évacuer plus facilement que le ventricule antérieur, qui est plus foible, & auquel résiste le sang qui refuse de traverser l'artère pulmonale. Cette résistance le dilate, & séparant les fibres musculaires l'une de l'autre, cause le relâchement de toute la substance musculuse de ce ventricule, & en particulier de ces petits faisceaux, que nous nommons ordinairement les trabecules du cœur. Cela est donc cause qu'ils sont plus minces & moins cylindriques dans le ventricule antérieur, & au contraires plus cylindriques & plus forts dans le ventricule postérieur ; d'où vient que plusieurs se sont persuadés que c'étoit là l'état parfaitement naturel de ces faisceaux, sans qu'au-



qu'aucune force y eut produit du changement. Mais ces Observations font aisément voir le contraire. En effet les petits faisceaux du ventricule postérieur du cœur deviennent minces & foibles tout comme ceux du ventricule antérieur, pourvû que la même raison d'expansion existe. Dans l'un & dans l'autre cas, la résistance de l'aorte empêchant l'évacuation du ventricule, devient la cause de la dilatation préternaturelle ; c'est pourquoi nous trouvons que la dilatation & la figure des faisceaux musculeux y est semblable. Mais il arrive plus fréquemment, & il est presque inévitable sous certaines conditions, que la dilatation & l'extension des fibres musculuses soit plus grande dans le ventricule antérieur, à cause de la résistance du sang qui passe par les poumons ; c'est pourquoi l'on n'a pas lieu de s'étonner de trouver dans la plûpart des adultes cette conformation mince & foible des faisceaux aplatis du ventricule droit, avec une plus grande dilatation de toute la cavité de ce ventricule.

Que cette dilacération des valvules de l'aorte soit une maladie mortelle, c'est ce que conclurra facilement quiconque est en état de découvrir le mouvement irrégulier & tremblottant du cœur qui doit en résulter, vû que le cœur n'étant jamais entierement évacué, éprouve une irritation continuelle de la part du sang ; & ce même cœur déjà affoibli est exposé à la contraction, & à toute la réaction de l'aorte qui se déploie contre lui & lui résiste ; effort que les valvules soutenoient auparavant. Il faut par conséquent que le mouvement du sang & les sécrétions cessent bientôt avec la vie ; car les rameaux résistent trop à la force du cœur ainsi diminuée, pour qu'il puisse passer dans les vaisseaux sécrétoires latéraux une quantité d'humeurs suffisante pour les sécrétions nécessaires à la vie.





NOUVELLES  
OBSERVATIONS  
POUR SERVIR DE SUPPLÉMENT A L'HISTOIRE  
DE LA NIELLE DES BLEDS,

PAR M. GLEDITSCH.

*Traduit de l'Allemand.*

**L**es Maladies des Plantes peuvent encore être mises au nombre des choses, à la recherche desquelles jusqu'à présent aucun, ou du moins presque aucun des Naturalistes, ne s'est sérieusement appliqué. Ceux qui en ont parlé en général, ou seulement en passant, paroissent n'avoir eu qu'une connoissance très superficielle des phénomènes naturels des végétaux, & une moindre encore de ceux qui ne sont pas conformes au cours de la Nature. On remarque cependant, que, dès les tems les plus anciens, ceux qui s'attachent à l'économie de la campagne, Jardiniers & autres, ont tourné leurs vues de ce côté-là, à cause des mauvaises suites, & parce qu'ils ont senti le dommage plus ou moins considérable qui y étoit attaché. Malgré cela on ne sçauroit faire voir, qu'eu égard à la longueur du tems qui s'est écoulé, il se soit fait sur ce sujet quelque découverte importante, ou particuliere, qui puisse faire parvenir à une connoissance exacte des Maladies des Plantes. On en trouve bien des noms & des descriptions, qui sont, pour ainsi dire, des vestiges & des débris, dans plusieurs Auteurs Latins, François, & anciens Allemands, qui ont traité de l'agriculture & de l'économie champêtre ; mais ces mêmes Auteurs peuvent servir tous de preuve, que de leur tems, comme encore le plus souvent aujourd'hui, on n'a eu que des idées tout à fait confuses, imparfaites, & fausses, des maladies en question.



A la vérité, s'il ne s'agissoit ici que d'interprétations & d'explications arbitraires, plutôt que de vérités dont on peut faire une application utile, je conviens que je craindrois un peu d'avoir affaire aux Critiques, & aux Amateurs de l'Antiquité; qui, avec leurs conjectures & toutes les subtilités de leur érudition, ne manqueroient pas de me fatiguer beaucoup. Mais, comme la question se réduit ici particulièrement à examiner, si ce que les Anciens nous ont laissé sur les maladies des Plantes, est suffisant, ou non, pour nous en donner une connoissance exacte, & qui puisse être utilement appliquée, je n'ai, à proprement parler, rien à démêler avec les Critiques. Par rapport aux Auteurs du moyen âge, & des derniers tems, qui ont traité de l'Agriculture & de l'Oeconomie, ils ne diffèrent des Anciens, qu'en ce qu'ils s'étendent un peu plus sur les maladies des Plantes, au fait desquelles ils s'imaginoient être parfaitement; mais leurs décisions sont le plus souvent dénuées de toute justesse. Ils se fondent sur de fausses Observations, & même sur des conjectures Astrologiques; leurs prétendues Expériences ne s'accordent point du tout avec la vérité, & ils tombent à la fin dans le ridicule. Ce que j'avance ne demande pas qu'on se donne beaucoup de peine pour le prouver; il suffit de remarquer que la plupart d'entre ces Auteurs ont cherché l'origine & les causes des maladies susdites, dans les choses les plus extraordinaires, & qui n'ont, ni ne peuvent avoir, la moindre liaison avec les Plantes. La Lune & les autres Planetes, mais surtout les Constellations, & particulièrement le Scorpion, l'Ecrevisse, & le Capricorne, leurs diverses conjonctions, aussi bien que les Eclipses du Soleil, & de la Lune, ont été pour eux des objets de terreur; pour ne pas parler de ce qu'ils appelloient les empreintes gâtées des semences. Tels étoient donc les fondemens sur lesquels reposoit toute la doctrine des maladies des Plantes.

Si l'on vouloit aller plus loin encore, & entrer dans la discussion de tant de remèdes, proposés & vantés comme infaillibles contre ces maladies, il y en auroit assez pour se convaincre pleinement que les inventeurs de ces remèdes n'avoient pas seulement une connoissance



médiocre dans ce genre. Cela suffit aussi pour nous dispenser de rechercher avec beaucoup de soin, quelle idée ils attachoient aux noms par lesquels ils désignoient ces maladies, & ce que signifient chez eux les mots d'*Ustilago*, *Exarescentia*, *Rubigo*, *Cancer*, *Tabes*, *Leucophlegmatia*, *Sterilefcentia*, *Serpigo*, *Scabies*, &c. & pourquoi ils avoient mis ces termes en usage. Il est sans contredit d'une beaucoup plus grande utilité, de s'appliquer soi-même à découvrir, à force de soins & d'expériences, quelque chose de certain, que de perdre le tems à comparer & à concilier une foule de passages où régnerent de profondes obscurités & de vraies contradictions.

On trouvera l'occasion de traiter successivement, dans des Mémoires particuliers, de quelques unes des Maladies des Plantes qui viennent d'être indiquées ; pour le présent nous nous bornerons à une considération succincte de la *Nielle des bleds*, qu'on appelle dans quelques endroits fort expressivement leur *mort*, ou mortification, *Necrosis*. C'est un des accidens les plus communs & les plus fâcheux dans tout le règne végétal ; & les Expériences exactes que j'ai faites sur ce sujet depuis 1747. jusqu'en 1752. me font espérer de pouvoir fournir des moyens assurés de parvenir à une connoissance plus approfondie de ce redoutable mal. Mais avant toutes choses, je déclare, par rapport à ce que d'autres ont déjà dit avant moi sur la Nielle, & aux remèdes contr'elle, qui de tems en tems ont été annoncés dans les Nouvelles publiques comme infailibles, que je m'en tiens aux réflexions que je viens de faire sur la plupart d'entr'eux ; & que d'ailleurs je ne marche exactement sur les traces d'aucun des Savans qui m'ont précédé dans cette carrière, quoiqu'il y en ait plusieurs dont les travaux pénibles & bien dirigés fournissent des preuves évidentes de leur capacité & de leur expérience, qui méritent la reconnoissance du Public. Indiquer toutes les idées & les tentatives, qui se rapportent à ce sujet, tout ce que les Savans & les ignorans ont jugé à propos de publier concernant la nielle des bleds, ce seroit une chose directement contraire à nos vûes, qui ne consistent pas à perfectionner l'histoire de la Nielle, mais à contribuer





tribuer, autant qu'il possible, à la plus parfaite connoissance de cette maladie. Si l'on est curieux de savoir jusqu'où je m'écarte des opinions précédentes, & de s'assurer que j'ai été plus loin que les autres, & par conséquent que j'ai mis les Naturalistes sur la voye de se former une doctrine plus exacte au sujet de la Nielle, on pourra suffisamment se satisfaire en comparant cette Dissertation avec les autres Ecrits qui ont été publiés sur le même sujet.

La Nielle, comme la plupart des autres accidens funestes aux Plantes, est en général plus connue par le fait que par l'examen. Si l'on a fait quelques découvertes sur sa nature, cela ne s'étend guères qu'à quelques especes particulieres de fleurs ; & encore ne s'y est-on pas toujours pris avec l'attention & l'exactitude nécessaire. Toutes les Plantes de l'Univers sont néanmoins sujettes à ce mal ; il se manifeste dans toutes les contrées, & presque dans toutes les saisons de l'année, au moins dans celles où les Plantes continuent à prendre leur accroissement d'une maniere naturelle, & sont par conséquent propres à être examinées. Il n'y a ni température, ni exposition, ou situation de terrain, qui en soit parfaitement exempte. Je ne prétens pas que la Nielle vienne de la température de l'air directement & sans exception ; je veux dire simplement qu'on la rencontre dans toutes sortes de saisons. On ne pourroit pas donner des preuves certaines de la premiere de ces suppositions, puisqu'au contraire la véritable cause de la Nielle des blés doit être principalement cherchée dans la négligence, & dans les mauvais arrangemens de ceux qui cultivent les terres. Ceci est beaucoup plus assuré que la plupart des causes qu'on a coutume d'alléguer.

Qu'il n'y ait aucune espece de Plante à l'abri de ce mal, c'est ce que la raison enseigne, quand on réfléchit solidement sur la structure organique de ces corps, & sur les mouvemens naturels qui s'y exécutent, tant en général, quand la force intérieure ou extérieure de l'air agit différemment sur les sucres prodigieusement subtilisés de toutes les parties des Plantes, & cela dans un tems plus que dans un autre ; &



même en ces moments, où la Nature agit en développant & poussant les parties fluides ; en particulier, par rapport aux mouvemens qui produisent l'extension des particules des fleurs les plus tendres & les plus délicates, jusqu'à ce qu'elles aient atteint le point de perfection qui leur convient.

De plus l'expérience commune confirme suffisamment, que la Nielle existe, non seulement dans toutes les especes de Plantes, mais encore dans toutes leurs parties. Aussi, parmi cette multitude de Plantes, que j'ai eu occasion d'examiner depuis plusieurs années, je ne puis m'en rappeler presque aucune, où dans quelque occasion je n'aye remarqué de la nielle, une ou plusieurs fois, & dans leurs différentes parties.

Mais je n'ai pas laissé d'y observer fort bien cette différence, c'est que dans les jeunes Plantes, encore spongieuses & pleines de suc, aussi bien que dans les parties des Plantes qui étoient dans l'état d'accroissement, la Nielle étoit beaucoup plus forte & plus étendue, que dans les vieilles Plantes dures & sèches, ou dans les parties qui avoient pris tout leur crû ; quoiqu'il y ait des tems où la Nielle attaque aussi celles-ci. En effet on la voit à de vieux arbres, arbrustes, & autres Plantes ligneuses, qui ont cessé de croître, & tout à la fois dans le bois dur & dans l'écorce, tout comme dans les rejettons & les branches qui ont poussé nouvellement ; mais elle est bien plus fréquente dans les dernières parties que dans les premières, & si l'on ne s'en apperçoit pas toujours, c'est la multitude des feuilles qui en empêche. J'ai remarqué ici, qu'il est très rare que cette espece de nielle s'étende plus loin que les nouveaux yeux, ou les rejettons les plus tendres, qui périssent seuls, sans que cela ait d'autres suites. Cette Nielle est différente de celle des bleds ; & il me semble qu'on pourroit plutôt la nommer *carie des végétaux*. Car il y a une différence considérable par rapport aux petites Plantes qui n'ont qu'une racine annuelle, & par conséquent ne portent qu'une fois du fruit, après quoi elles meurent.





L'Expérience nous fait encore connoître d'une manière certaine, qu'une Plante, plus elle est délicate, & plus ses parties sont tendres, (& celles qui le sont toujours le plus, ce sont les yeux, ou les rejettons qui ont nouvellement poussé, ou bien les fleurs mêmes,) plus aussi elle est exposée à souffrir de la Nielle, & cela précisément dans ces parties les plus tendres. Le cas arrive effectivement, non seulement à l'égard des fleurs, soit en tout, soit en partie, mais aussi dans les semences, ou graines humides, arrivées à une parfaite maturité, quoique beaucoup plus certainement dans celles qui ne sont pas mûres & parfaites, ayant encore le suc laiteux qui les rend plus tendres. La Nielle attaque surtout cette partie supérieure de la plantule féminale, qu'on nomme *plumula* ; & pendant qu'elle se développe avec une extrême délicatesse, le mal gagne successivement, & vient du suc nourricier gâté dans les coryledons.

Ainsi, quoiqu'il n'y ait, comme on l'a déjà dit, aucune partie des Plantes qui ne soit sujette à la Nielle, c'est pourtant aux fleurs qu'on la rencontre surtout ; & tantôt elle les détruit entièrement, tantôt elle se borne aux parties tendres de la fleur qui appartiennent essentiellement à la fructification, telles que sont le pistille & les étamines avec toutes leurs dépendances, dans le tems où leur évolution s'exécute ; ce qui fait que peu à peu le reste de la fleur en souffre plus ou moins. Les autres parties de la plante ne paroissent pas à l'extérieur s'en ressentir précisément dans le même tems ; ce qui devroit se manifester dans le premier état de la plante encore toute tendre ; & cependant on ne s'en apperçoit que lorsqu'elle a pris entièrement son crû.

Entre les fleurs elles-mêmes il y a quelque différence à remarquer, en ce que quelques unes sont plus aisément & plus fréquemment exposées à la nielle, que les autres. Ce sont celles qui, bien que simples, ne laissent pas d'avoir beaucoup de pistilles, d'étamines, de glandules, de nectaires, &c. On peut mettre au même rang celles qui, dans un calice quelquefois simple, mais communément



ment composé, renferment plusieurs fleurs, par exemple, celles qu'on nomme *flores aggregati*, *compositi flosculosi*, *semiflosculosi*, *plantæ umbelliferæ*, *racemosæ*, *amentaceæ*, *spicis*, *strobilis*, *conisæ donatæ*, & toutes les autres qui portent de gros bouquets bien garnis, lesquels avant leur développement sont étroitement serrés & entassés dans des especes d'étruis, ou calices. Ces especes sont trop connues pour que nous ayons besoin d'en faire ici l'énumération ; & nous nous bornerons à indiquer ici pour toutes les autres la nombreuse famille des herbes, ou *gramina*. Ces herbes sont, ou sauvages, ou cultivées ; les unes portent des semences d'une extrême petitesse, & ce sont les herbes proprement dites ; au lieu que les autres produisent de gros grains, qui sont propres à servir de nourriture, & que les hommes employent à leur usage sous le nom de bleds, *cerealìa*. Les herbes sauvages se reproduisent d'elles-mêmes, en conduisant leurs semences à une entière maturité, à moins qu'on ne les en empêche en les fauchant trop tôt : la nielle s'y met rarement. Les bleds au contraire, aussi bien que toutes les herbes cultivées, dépendent particulièrement des soins & des attentions de l'oeconomie & de l'agriculture ; & les accidens qui leur arrivent, procedent le plus souvent de l'ignorance, de la négligence, de la précipitation, & de diverses mauvaises coutumes qui ont lieu en labourant, en moissonnant, en recueillant, & en conservant ces productions de la terre. On peut en général, & sans en rejeter principalement la cause sur la température de l'air, affirmer avec certitude que, lorsqu'on coupe trop tôt les bleds, & surtout l'orge & le froment qui mûrissent un peu plus lentement, & qu'ensuite on les rassemble encore tout humides, & qu'on les entasse dans les granges, il en résulte plusieurs suites très fâcheuses, & qui méritent qu'on y fasse une extrême attention.

Parmi les Plantes sauvages il y a quelques especes où l'on trouve la Nielle, mais fort rarement. Telles sont les roseaux proprement dits, *Arundo*, le jonc nommé *typha palustris* ; & entre les herbes celles qui sont appelées *carex*, *gramen anatum*, *panicum*, *lolio*, *lolium*  
temu-



*tumulentum*, &c. Cela s'étend aussi à quelques Plantes, dont les fleurs ont dans leur structure quelque affinité avec les herbes ; comme les suivantes, *polygonum*, *persicaria*, *lapathum*, *pistorta*, & *fagopyrum*.

Pour venir aux especes de graines, ou bleds, elles éprouvent la Nielle véritable & proprement dite, qu'on appelle, pour la distinguer des autres accidens semblables, la Nielle des fleurs, *necrosis floralis*. Le seigle y est moins sujet, mais l'orge & le froment en ont beaucoup à craindre ; & elle n'est pas rare dans l'avoine & le millet. Le vrai fondement de cette différence est assez facile à découvrir pour un Observateur attentif de la Nature.

Ce qu'il faut particulièrement remarquer ici, c'est que la même nielle des fleurs se manifeste quelquefois dès les mois de Janvier, Février, Mars, & Avril, dans les Plantes étrangères qu'on fait pousser de meilleure heure au moyen des serres ; & dans cette saison de l'année on ne peut pas attribuer le mal, comme on a coutume de le faire, à quelque rouille, ou rosée, chargée d'une espece de farine, de miel, ou d'autres parties grasses & venimeuses pour les Plantes. Ce n'est pas que je veuille nier qu'il existe jamais des cas où une pareille rosée est préjudiciable aux Plantes ; mais les détails où j'entrerai dans la suite de ce Mémoire feront voir, que cette rosée n'a que fort rarement, ou peut-être jamais, de l'influence sur la nielle des fleurs, telle qu'on la trouve dans les bleds.

Je ne m'étendrai pas davantage pour le présent sur la diversité de la Nielle relative à la différence des Plantes ; mais je ne considérerai uniquement que la nielle des bleds, comme un des accidens les plus dommageables aux gens de la campagne : puisque toute autre espece requiert une discussion toute particulière.

Toutes les fois que pour mon instruction je me suis attaché à l'examen de quelque espece d'herbes, sauvages ou cultivées, sur lesquelles la Nielle avoit fait du dégât, je n'ai jamais manqué d'y observer les circonstances suivantes.

Cette Nielle se trouve, tant dans le froment d'hyver, l'orge hâtive, & l'avoine de Mars, que dans le froment d'été, l'avoine ordinaire, & la petite orge d'été, & cela toujours dans le tems où ces plantes commencent à pousser leurs tiges ; après quoi la nielle devient toujours plus sensible, à mesure que les bleds en question font sortir leurs épis en fleurs des feuilles qui leur servoient de gaines.

Dans les campagnes de *Berlin*, j'ai trouvé la Nielle indifféremment sur l'orge & sur l'avoine, soit qu'on les eut semées dans des terres exposées à un air tout à fait libre, sur des hauteurs, & dans des contrées sablonneuses vers le Midi & l'Orient, ou qu'elles eussent été mises dans un terroir gras, bas, humide, argilleux, & froid. D'autres campagnes qui étoient au Septentrion ou à l'Occident, entre des forêts ou des buissons qui les couvroient, n'en étoient pas plus exemptes ; & il n'y avoit point de différence à remarquer non plus entre celles dont les unes avoient étéensemencées plutôt, & les autres plus tard. Tout ce qu'on pouvoit observer, c'est que la Nielle étoit une année avant les autres plus abondante sur quelques terres que sur le reste ; encore cela n'étoit-il pas bien certain, & ne s'étendoit qu'à des champs d'une médiocre grandeur : car il m'est arrivé de trouver sur une suite de champs contigus, & partagés en plusieurs subdivisions, ici une nielle épaisse & abondante, tout près quelques plantes éparées seulement qui s'en étoient ressenties, & un peu plus loin point du tout. Quoique depuis plusieurs années j'aye parcouru souvent & exactement la campagne dans l'intention d'observer la Nielle, & que je me sois surtout donné beaucoup de peine pour examiner des champs séparés, je ne me flatte pas pourtant d'être en état de ne rien avancer sur quoi l'on ne puisse faire fonds.

Dans le territoire de *Frisack*, de *Ferbellin*, & auprès de *Nauen*, aussi bien que dans la contrée de l'Oder, autour des Villages & Métairies de *Wiesengrund*, *Sachsendorff*, *Hatenow*, *Reitwen*, *Manchenow*, *Tucheband*, *Letzschin*, *Goltzow*, & *Wollup*, où se trouvent de grandes prairies d'une extrême fertilité dans les fonds bas & argil-



gilleux autour de *Selow & Zschernikow*, & en delà de l'Oder près de *Göritz*, où l'on recueille beaucoup de froment & d'avoine, tant de la grande que de la petite espece, j'ai eu de tems en tems des occasions de faire diverses remarques là dessus ; mais elles n'ont pu encore me conduire à des résultats déterminés & certains. Les terres mêmes qu'on ne laisse jamais reposer, & qui portent tous les ans, n'ont différé à cet égard en rien des autres, quoique les gens de la campagne débirent là dessus dans ces quartiers bien des choses, mais trop vagues pour y compter.

En parcourant les contrées que je viens de nommer, j'ai souvent rencontré, dans l'espace d'une verge quarrée, vint à trente tiges de froment, ou d'orge, les unes auprès des autres, gâtées par la Nielle ; au lieu qu'en d'autres tems j'ai eu de la peine à en rassembler dans tout un champ dix, éparfes de côté & d'autre. Si l'on compare cette inconstance & cette inégalité, jointes aux différences de situation & de bonté du terroir dont on a fait mention ci-dessus, avec la température des saisons, & le tems avancé ou retardé de la culture des terres qui s'y rapporte, on fera pleinement convaincu, que la Nielle des bleds ne dépend point proprement & nécessairement de ces dernières causes, & peut-être n'y a même aucun rapport ; de sorte qu'il faut en chercher de tout autres, qui soyent mieux fondées, & qu'on puisse alléguer avec plus de vraisemblance. Il y a encore des gens, d'ailleurs fort entendus dans l'Agriculture, qui s'en tiennent à ces opinions, parce qu'ils n'en connoissent point d'autres ; & cela les rend excusables.

Pour venir présentement aux tiges mêmes que la Nielle a endommagées, on ne sauroit encore les distinguer des autres, tant que ces tiges n'ont pas fait leur jet, & que les épics avec leurs barbes ne sont pas sortis de l'étui des feuilles. La Nielle des fleurs demeure cachée tout ce tems là dans l'intérieur de la Plante, sans se trahir par aucun signe suspect, au moins dans la plupart des especes de bleds. La figure, la grandeur, la situation, la couleur, l'odeur, le goût, l'éclat, & l'accroissement, demeurent à l'égard du reste de la Plante



frappée de nielle, dans un état naturel & parfait, pareil à celui des autres ; & la nielle qui demeure cachée dans les petites parties les plus tendres de la fleur, qui ne sont pas encore développées, n'est pas capable, tant que les fleurs ne sont pas ouvertes, de troubler le mouvement régulier & la filtration des sucs dans le grand corps entier de la plante ; au moins n'est-ce qu'au bout d'un long espace de tems qu'on peut s'en appercevoir. Mais, dès que les tiges de froment ou d'orge ont conduit à leur perfection les parties qui constituent la fleur, & que les écus des feuilles commencent à s'ouvrir un peu, pour laisser passage aux épics, (quoique ces foibles tuyaux aient à peine un empan de hauteur, ou guères au delà,) il est alors très aisé de trouver sur un champ entier de ces tiges enniellées ; & à la fin on peut les distinguer de loin d'avec les autres.

N'ayant donc dans les commencemens, comme je viens de le dire, rien trouvé dans les plantes extérieurement qui pût les rendre suspectes, (quoiqu'elles fussent réellement atteintes de ce mal incurable,) & voyant qu'à la fin elles ne laissoient pas de périr presque toutes, je dis presque, sans multiplication ultérieure, je me proposai d'en faire l'objet d'observations encore plus fréquentes, & d'autant plus attentives. Plusieurs tiges, proportionnellement à la bonté du terroir, avoient 6, 10, jusqu'à 16 tuyaux, comme plusieurs n'en portoient que 2 à 4, & la plupart un seul. Mais toutes ensemble, à l'extérieur, étoient parfaitement semblables aux autres : toute leur surface ne présentait, ni à la vue simple, ni même à la loupe, rien de suspect, qu'on pût attribuer, soit à des Insectes, soit à ces rosées que les gens de la campagne croient chargées d'impuretés nuisibles.

Cependant, afin de ne pas courir risque de me tromper, en me bornant à l'examen d'un trop petit nombre de ces plantes gâtées par une nielle cachée, & pour ne laisser échapper aucune circonstance capitale, ni aucune différence essentielle, sans y faire attention ; pendant plusieurs années, depuis le mois de Mai jusqu'à la mi-Aout, soir & matin, la température de l'air variant d'une fois à l'autre, & sur des champs





champs différens, j'ai comparé ensemble autant de riges enniellées qu'il m'a été possible d'en rencontrer. Mais toutes ces attentions ne m'ont fait découvrir aucune exception remarquable, malgré toutes les traditions qui sont fermement reçues à ce sujet.

Plusieurs de ces riges gâtées, ayant déjà poussé quelques rejettons qui participoient au même mal, je les ai tirées de terre avec toutes les précautions possibles, & après avoir bien examiné les racines, je les ai trouvées parfaitement saines. La plupart avoient de jeunes plantes à côté d'elles, & de nouveaux germes ; j'en transplantai quelques unes sur le champ, après les avoir rognées jusqu'aux deux derniers nœuds. Il y en eut auxquelles je retranchai tout ; d'autres furent transplantées avec toutes leurs branches enniellées, & les jeunes plantes, ou germes, qui s'y trouvoient jointes, sans en rien détacher, ni retrancher ; & elles crûrent de nouveau à l'ombre avec beaucoup de succès. Les riges attaquées prirent leur accroissement en longueur & en largeur ; les jeunes plantes contiguës poussèrent leurs tuyaux : & au bout de trois ou quatre semaines, les germes profondément enfoncés dans la terre produisirent encore des riges toutes nouvelles.

Mais, avant que de transplanter ces riges, je m'imaginai avec beaucoup de vraisemblance, qu'un nouveau terroir, en fournissant une meilleure nourriture, pourroit corriger le vice même des plantes, & je demeurai dans cette opinion, jusqu'à ce que j'eusse examiné de plus près, au moyen de la loupe, les jeunes plantes, ou nouveaux rejettons, qui avoient poussé autour de ces riges. J'en mis donc les parties les unes après les autres sous le foyer de la loupe, pour découvrir.

1. Dans quelles parties proprement la Nielle commençoit, à se manifester d'une manière sensible ?

2. Dans quel tems cela arrivoit, & quel étoit celui où la Nielle s'étendoit ?

3. Si elle existoit tout à la fois, & se dévelopoit ensuite proportionnellement à l'accroissement des Plantes ; ou bien, si elle naissoit suc-



cessivement, dans le tems que certaines parties fort tendres Venoient à éclore, &c ?

Autant qu'il m'a été possible de bien voir ces parties tendres des petites plantes qui avoient nouvellement poussé, le commencement de la nielle y étoit tout à fait sensible, soit à l'oeil, soit à la loupe ; & plus la plante étoit considérable, plus il étoit aisé d'appercevoir distinctement, que les particules des fleurs pressées, & fortement entassées au centre de la plante, étoient mortes, & que leur noirceur s'étendoit de plus en plus aux parties voisines. Cet accroissement de noirceur, ou plutôt cette contagion, que les parties gâtées répandoient dans la plante, alloit de jour en jour en augmentant, jusqu'à ce que le tuyau venant à sortir de sa gaine, l'épic eut pris une hauteur & une grosseur considérable.

Ces petites parties dont il s'agit ici, & que j'ai toujours trouvées les premières endommagées par la nielle, étoient uniquement les parties essentielles des fleurs, sçavoir les étamines & les pistilles. Il n'y avoit qu'elles qui, dès le commencement, parussent entièrement mortes, sans qu'on pût néanmoins remarquer aucun changement dans la figure extérieure. Quelquefois ces enveloppes intérieures & tendres, que les Botanistes appellent *glumas* & *corollas*, étoient mortes en même tems, & l'on n'en appercevoit plus que quelques restes.

Sur les calices, qui sont des enveloppes extérieures & plus dures, on voyoit en même tems des taches séparées, comme une poussière d'un noir bleuâtre, ou d'un bleu foncé ; ce qui est un indice déjà connu & infailible dans la plupart des plantes, de la nielle qu'elles renferment au dedans. J'aurai occasion de parler ci-dessous avec plus d'étendue de la vraie constitution de ces parties actuellement détruites par la nielle.

Les Expériences que je viens de rapporter, & que j'ai eu occasion de faire, sur l'état intérieur de ces jeunes Plantes qui croissent à côté des tiges enniellées d'orge, ou de froment, lorsqu'elles ont à peine at-

teint





teint 3 à 5 pouces de hauteur, me convinquirent bientôt que je m'étois beaucoup trompé dans ma première conjecture ; & il me fut aisé de prévoir que mon dessein de transplanter des tiges enniellées, dont les fleurs étoient actuellement mortes, & avec cela tout à fait imparfaites, n'auroit aucune réussite, ni pour y apporter quelque changement, ni surtout pour les améliorer. Ce nonobstant, je ne perdis pas toute espérance de tirer, du moins après la transplantation, quelques nouveaux rejettons des nœuds de la racine, qui pussent porter quelques épis parfaits avec des fleurs & des semences ; & cela d'autant plus que tout le reste de la Plante étoit encore sain, Mais à cet égard je me trouvai aussitôt trompé, quoique dans d'autres tems quelques essais, ou expériences, me rejettassent dans le doute, de façon à me persuader qu'il n'étoit pas impossible qu'une tige enniellée produisît un, ou divers épis parfaits. Néanmoins depuis ce tems là toutes les tiges enniellées d'orge d'été, & de froment, que j'ai transplantées, ont bien poussé de nouveaux rejettons, & produit d'autres plantes, mais il n'en est venu que des épis gâtés, ou même actuellement morts. J'ai souvent rencontré dans le millet tout le contraire de ce que j'avois remarqué dans le froment, l'orge, & l'avoine, comme je le ferai voir avec plus d'étendue dans une autre occasion. D'ailleurs, quand quelque Plante est attaquée d'une maladie curable, on peut lui procurer du remède, soit par la racine en changeant la nourriture qu'elle reçoit, soit par une bonne & abondante humidité qu'elle tire de l'air ; mais, s'il s'agit d'une plante tout à fait jeune, qui a nouvellement germé, une semblable amélioration est beaucoup plus difficile & plus rare : on ne doit pas même l'espérer, lorsque le vice est caché jusques dans la moëlle.

La plupart des nouveaux rejettons dont je viens de parler, n'étoient pas encore visibles dans le tems de la transplantation, comme je l'ai fort bien remarqué en les comptant ; par conséquent il faut qu'ils soyent sortis depuis de la moëlle de la Plante. Cela me conduir à une conjecture tout à fait vraisemblable, c'est que quelquefois, dans une tige de froment ou d'orge, la moëlle est tout à fait enniellée ; au lieu que  
dans



dans d'autres tems la nielle ne se rencontre que dans quelques uns des filets qui sortent de la moëlle, & c'est avec eux qu'elle se répand dans les autres parties de la Plante ; ce qui arrive plus vite ou plus lentement, & au commencement tantôt dans une partie, tantôt dans une autre. C'est ce que paroît confirmer en quelque sorte la différence que j'ai remarquée dans les épis même d'orge & de froment que la Nielle avoit gâtés ; quelques uns étoient entièrement morts & noirs, au lieu que dans d'autres il n'y avoit que les pointes extérieures qui fussent enniellées, les autres parties de l'épic étant saines. Dans d'autres la moitié inférieure est morte, & celle d'enhaut dans son état de perfection ; ce qu'on doit aussi entendre des épis d'orge. Il ne faut pas non plus confondre avec la nielle cet accident qui arrive à quelques especes de bleds, où les grains entiers paroissent être évanouis dans les épis ; ce qui ne vient que de ce que l'épic n'a porté que des fleurs mâles, qui, après avoir fleuri, ne laissent jamais de grains.

Telles sont les observations que mes essais m'ont donné lieu de faire, sur l'extérieur des tiges enniellées avant & après la transplantation. Mais, ayant dit ci-dessus que la nielle n'est point sensible au dehors des tiges avant que les épis aient poussé, & qu'on l'apperçoit seulement après cela aux barbes, ou aux calices de l'épic, il sera nécessaire de déterminer avec plus d'exactitude, où est son siège propre, en quoi elle consiste, & comment elle s'étend.

Chaque tuyau qui pousse sur une tige enniellée, avant l'entière corruption qui se fait toujours, mais lentement, des petits canaux & réservoirs par lesquels le suc coule de la surface dans l'intérieur, & avant l'obstruction totale de la moëlle, paroît entièrement sain jusques dans les pointes les plus extérieures & leurs divisions ; de sorte qu'à en juger par les apparences, il paroît propre à prendre son accroissement pour arriver à la figure naturelle, à la force, & à la grosseur qui lui conviennent ; mais, dès que l'épic se montre, on découvre distinctement le vice de la plante.



Les fleurs au contraire, avec leurs dépendances, prennent seules dès le commencement la nielle entière, sans que, ni la simple vue, ni la loupe, puissent découvrir aucun indice extérieur de ce mal dans les petites queueux auxquelles elles tiennent, pas même lorsqu'elles ont pris tout leur accroissement. La différence qu'on remarque dans les riges enniellées, consiste en ce que quelques épics avec leurs barbes ont atteint leur état de perfection, tandis que d'autres tout retirés sont étroits & minces, & demeurent tels, de façon qu'ils paroissent avoir à peu près péri.

Dans le premier cas, les paquets de nielle dans les épics, surtout dans l'orge, sont souvent excités au développement, ou bien endurcis par une forte d'humidité, de sorte que les épics conservent leur force ; au lieu que, dans le second cas, l'air sèche & dissipe plus vite ces amas nielleux ; ce qui fait qu'on ne trouve que des épics fort courts, & fort minces, & même quelquefois qu'on n'en trouve point du tout.

La loupe fait souvent appercevoir cette différence dans les jeunes plantes qui ont nouvellement poussé ; ce qui donne à connoître d'un côté que dans la première espèce la nielle a fait tomber plus tard les parties extérieures des fleurs, & de l'autre qu'il faut que quelques unes de ces parties aient été détruites plus lentement ici que dans la dernière espèce. Quand on considère un épi d'orge enniellé qui est sorti de son tuyau, voici ce qui s'y présente à observer. Les enveloppes extérieures, (*involucra & glumæ*,) dont chacune en particulier, dans le cours ordinaire de la Nature, contient trois fleurs différentes, & qui a coutume de résulter de l'assemblage de six feuilles terminées en pointe, sont tellement détruites dans la plupart des épics enniellés, qu'à peine peut-on en découvrir quelques traces. Au contraire, les calices, ou enveloppes intérieures, qui sont proprement au nombre de trois différentes, dont chacune enveloppe ses propres étamines & ses pistilles, conservent encore pendant quelque temps, au moins en partie, leur figure extérieure ; & il en naît des épics, tantôt plus



courts, tantôt plus longs, quoique tout le reste y soit actuellement mort.

Chaque fleur à part, dans laquelle sont contenuës trois étamines & un double style, se trouve ensemble avec les deux autres fleurs, dès leur premier développement, tellement détruites par la Nielle, qu'on ne peut plus distinguer leur figure, leur grandeur, leur nombre, & la proportion de leurs parties. En effet, depuis que la pourriture les a dissous, elles n'ont pû continuer à se développer, mais depuis ce tems-là elles ont été réduites en paquets informes d'une poussière noire. Dans ces circonstances j'ai toujours trouvé, par rapport aux étamines & aux pistilles des fleurs de bled que la Nielle avoit attaquées, que, dès le commencement & avant tout le reste, elles avoient été entièrement anéanties. Quand donc les épis dont les fleurs ont été ainsi détruites par la nielle, sortent de leurs ruyaux, & paroissent en plein air, ils sont d'abord d'un gris foncé, ou bien les envelopes qui ont été en partie conservées, leur donnent une couleur de plomb; & tant qu'il y reste quelque humidité, ils ont l'apparence de contenir des grains bien poussés, & d'une grosseur considérable. Mais ces apparences ne manquent jamais d'évanouir, ces grains se dessèchent, & peu à peu deviennent une poussière noire comme du charbon, une espèce de fuye; ou bien les restes pulvérisés de toutes les fleurs, qui sont encore dans une ou plusieurs envelopes, se réunissent, & forment au bout de quelques jours un paquet informe, qui est d'une dureté notable.

Il ne faut pas au reste s'étonner que les parties intérieures des fleurs dans les especes de bleds, soient beaucoup plutôt détruites par la Nielle que leurs envelopes, puisqu'elles tirent leur corruption de la moëlle immédiatement & fort vite, au lieu que les envelopes qui ont des fibres & des canaux dont la force & la flexibilité sont plus grandes, peuvent résister bien plus longtems à une semblable corruption, d'autant plus qu'elles tirent leur principale nourriture des deux écorces. Les étamines au contraire & les pistilles sont tout remplis de  
de

de petits vaisseaux d'une extrême mollesse, & pour la plus grande partie remplis de suc ; ce qui ne leur permet pas de résister à l'impulsion rapide & véhémence des sucs endurcis & épaissis, à la force avec laquelle ils s'étendent, aux obstructions qui en résultent, &c. . Cela fait que, dès qu'ils commencent à prendre leur accroissement, ils crévent aisément, de façon que les autres sucs extravasés & croupissans dans la texture celluleuse se fondent en quelque sorte en une corruption prompte & forte, & deviennent enniellés, ou ce qui revient au même, il en résulte une mort complète. Si l'on suppose donc ici une semence imparfaite, & en quelque manière à demi gâtée & attaquée, comme on en trouve effectivement de semblables, il est fort naturel de croire que ce vice vient de la moëlle des grains de semence, & que dans la suite de leur accroissement il peut s'y étendre, tantôt dans une partie, tantôt dans l'autre. Quel est le siège de la corruption dans la plante enniellée, & où elle prend son commencement, c'est ce que nous ferons voir dans la suite d'une manière plus particulière.

Les calices des fleurs ne sont point entièrement exempts de nielle, comme nous avons déjà pu nous en convaincre par l'expérience, qui nous découvre extérieurement ces petites taches, semblables à de la poussière d'un bleu foncé, & qu'on doit regarder comme des signes d'une nielle intérieure. Il y a seulement cette différence certaine, c'est que dans toutes les espèces de bleds les étamines & les pistilles, avec leurs calices propres, sont dès le commencement tout à fait morts, quoiqu'à l'extérieur les calices des fleurs ne paroissent éprouver l'effet de la nielle que peu à peu & fort lentement, & qu'en partie leur mort n'arrive que pendant le développement des épis, savoir quand le tuyau a atteint à peu près sa grosseur ordinaire. C'est ce qui rend extrêmement vraisemblable, que les parties intérieures des fleurs qui sont mortes, produisent des sucs gâtés & enniellés, qui passant par le tissu celluleux se répandent successivement dans les autres parties. On peut s'assurer de la possibilité de cette supposition, en considérant la situation, la liaison, & la distribution des vaisseaux

L 2

qui



qui conduisent le suc du siège de la fructification aux étamines & aux pistilles, & qui s'étendent en même tems, en formant des conduits séparés, pour se rendre dans les envelopes & les feuilles des fleurs.

Ceci pourra suffire par rapport aux épics d'orge gâtés par la nielle. Nous allons à présent considérer d'une façon plus particulière les grains enniellés, ou les paquets de poussière nielleuse, qui restent après la destruction des fleurs, & qu'on trouve dans les épics; & pour répandre plus de jour sur cette matière, nous rapporterons quelques Expériences qui la concernent.

La poussière dans laquelle les fleurs des bleds sont réduites par la nielle, s'offre à la simple vue comme une poudre extrêmement fine, du noir le plus foncé; & cependant elle ne laisse pas d'être si grossière, que mise dans l'eau elle ne passe pas aisément par le filtre, ou plutôt elle n'y passe point du tout. Quand on met de cette poussière sous la loupe, on voit qu'elle est composée de morceaux d'une rondeur oblongue, & en partie cylindriques, de diverse longueur, qui sont mêlés ensemble, & placés d'une façon tout à fait irrégulière. Dans une goutte d'eau ces grains d'eau se montrent pendant quelque tems d'une manière un peu plus distincte, quoique sans subir aucun changement; mais, dès qu'ils sont imbibés, cette distinction s'évanouit.

La figure propre que cette poussière nielleuse irrégulièrement dispersée fait paroître, quand on la voit à travers la loupe, pourroit aisément être prise pour celle de vers-morts, par un Physicien qui en jugeroit avec précipitation, & auquel l'expérience manqueroit, surtout s'il n'en voyoit pas une quantité considérable à la fois; & qu'il n'eût pas occasion de considérer à diverses reprises ces parties de poussière, lorsqu'elles sont encore réunies ensemble, & qu'elles ont conservé leur situation naturelle. Cependant, à l'aide de la loupe, on ne doit pas tarder à s'apercevoir que ces petits grains de poudre immobiles, qui ont la forme de vers, ne sont autre chose, considérés dans leur réunion, ou séparément, que de véritables débris des petits vaisseaux où le suc couloit, qui ont été tout à fait suffoqués & comprimés; après






Après quoi l'air les ayant desséchés, ils ont éclaté. Il paroît que les sucs épais & gâtés qui y ont croupi, les ont tout à la fois obstrués, & extraordinairement distendus ; & ils conservent parfaitement à la loupe leur couleur d'un noir de charbon. Si quelquefois, dans le tems où les épics enniellés, pleins de suc, sortent des feuilles qui leur servent d'étui, il ne se rencontre point certaines especes d'Insectes très petits, qui y déposent leurs œufs, comme dans un lieu propre à leur nourriture ; c'est ce que je ne contesterai pas, quoique je n'aye jamais observé rien de semblable. Mais à plus forte raison je ne saurois l'affirmer. Je ne ferai donc pas plus disposé à confondre cette circonstance particulière avec la vraie nielle des fleurs, que celle qui vient du vice fort connu de l'ovaire, qu'on rencontre dans les fleurs de seigle, & que nous désignons en Allemand par le nom de *Zapffen-Korn*, ou *Mutter-Korn*. Beaucoup moins encore mettrois-je ici en ligne de compte ces grains gâtés, que Mr. *Needham* avoit reçus de Portugal, ou d'ailleurs, & dont il a donné la description accompagnée de ses Observations ; puisque c'est un cas entièrement différent de la nielle.

En continuant à examiner les parties de la poussière nielleuse, lorsqu'elles sont toutes réunies entr'elles, on achève de se convaincre qu'elles ne sont autre chose que des restes réels de pellicules réticulaires & transparentes, dans lesquels les vaisseaux qui contiennent le suc sont demeurés par rapport à leur figure, leur situation, leur nombre, & leurs proportions, dans le même état de liaison que requiert un semblable tissu rétif, & tels qu'on a coutume de les trouver dans les pétales & dans les calices des fleurs.

On peut s'en faire une idée assez juste, si l'on se représente le squelette d'une feuille qui a été renduë transparente par une macération qui a précédé. Quelquefois aussi les parties réunies de la poussière nielleuse ressemblent tout à fait à de l'amorce, telle qu'elle se montre à la loupe. Il n'est pas rare aussi que cette même poussière ait tout à fait l'air à l'extérieur d'une pellicule écailleuse, que l'on remarque



aisément dans les Jardins annuellement, toutes les fois qu'on tire de la terre, ou qu'on y met certaines plantes à cayeux, dont la vieille représente au naturel les plus beaux tissus, comme on peut l'observer dans les bulbules du saffran, du glaycul, de la *Victorialis longa*, & de plusieurs autres.

 Ce que je viens de dire du tissu, de la couleur, & des autres caractères de la poussière nielleuse, tels que je les ai découverts à la loupe, doit être particulièrement entendu de la nielle des bleds, & des plantes dont la structure est analogue; car dans d'autres ces circonstances peuvent varier. En effet quoique la noirceur, par exemple, se trouve en général dans les plantes enniellées, & c'est par où elles sont principalement reconnoissables, elle ne laisse pourtant pas d'avoir des différences considérables, suivant la différente structure des Plantes, & de leurs parties, aussi bien que relativement à leur âge, à la nature des suc, & à la solidité des fibres. Quelques unes conservent encore longtems dans des parties mortes un suc noir; dans d'autres on trouve une farine humide, ou une sève sèche. Les plantes qui sont plus solides & leurs parties offrent le plus souvent une espèce de charbon; & dans quelques plantes aqueuses, j'ai trouvé une matière noire, friable, & spongieuse. Mais avec la noirceur qui se trouve dans toutes, l'indice capital c'est la mort, ou mortification complète de toutes les parties d'une plante; par où l'on peut connoître bien distinctement ce qu'il y a d'essentiel dans la nielle extérieure des bleds, & la distinguer en tout tems de quelques autres accidens qui y ont du rapport. Car, quoiqu'on trouve constamment la couleur noire jointe à la nielle, l'entière mortification (*necrosis*) de toutes les parties demeure pourtant la marque principale, de façon que la noirceur ne peut pas être prise seule pour telle dans toutes sortes de cas. Dans quelques plantes la nielle est jointe à une callosité de toutes les parties; dans d'autres elle vient à la suite de la callosité qui s'est manifestée dans certaines parties. Il y en a où la nielle est placée au centre des parties devenues calleuses & endurcies; mais on en trouve plusieurs où tout est mort, noir, & ré-



réduit en fuye, sans qu'on puisse découvrir rien de calleux, ni de durci. Réciproquement la callosité & la dureté peuvent exister sans aucun mélange de nielle.

En comparant les essais & les expériences dont j'ai rendu compte jusqu'ici, on ne doutera pas un instant, combien il y a peu de fondement dans l'opinion commune au sujet de la nielle, & dans les prétendues expériences que les gens de la campagne ont coutume d'alléguer en sa faveur. Néanmoins je ne révoquerai jamais en doute, qu'une mauvaise saison, surtout quand elle se trouve jointe à une culture irrégulière des terres, peut en général beaucoup contribuer à multiplier & à étendre la nielle des bleds ; mais la principale cause de ce mal ne sauroit être cherchée proprement, ni constamment, beaucoup moins uniquement, dans la température de l'air, mais elle réside plutôt pour l'ordinaire dans la corruption de la semence. Je suis bien moins disposé encore à compter au nombre des véritables causes de la Nielle, & spécialement de celle des fleurs, le dégât fait par les Insectes, ou les prétendues pluies de miel & de farine, aussi-bien que diverses autres choses qu'on s'efforce d'appliquer ici, & que je n'ai jamais remarquées dans les tiges enniellées. La semence pleine d'un suc laiteux, qui n'a pas la maturité, & qui est en partie imparfaite ; ou bien cette même semence déjà mûre, mais encore fraîche & tendre, & qui a contracté trop d'humidité, sont beaucoup plus propres à rendre raison de la Nielle, que toutes ces autres causes auxquelles on a eu recours jusqu'à présent. Les gens de la campagne, à la réserve d'un petit nombre qui ont de l'intelligence, ne sont pour l'ordinaire pas fort attentifs aux circonstances des phénomènes ; & il ne leur arrive guères de soupçonner qu'il faille chercher les causes de celui-ci dans l'état de la semence. Il est donc essentiel d'entrer dans l'examen détaillé de toutes les causes qui peuvent gâter dès le commencement des grains que l'on a recueillis & renfermés trop tôt, avant qu'ils aient été tous également séchés ; ou même que l'on a ferrés lorsque quelque humidité s'y étoit répandue. Il faut, dis-je, considérer tout ce qui peut changer cette hu-  
midi-



midité en moisissure, & en général disposer les grains de telle sorte, que venant à s'échauffer, non seulement leurs sucres laiteux acquierent de mauvaises qualités, mais encore la moëlle de la partie supérieure de la plantule féminale, qui est destinée à produire les fruits & les semences, s'échauffe pareillement, & devienne aussi vicieuse : d'où s'ensuit que, dans le développement de toute la Plante, ces parties gâtées meurent entièrement.

Mais la Raison & l'Expérience répugnent de concert à la supposition qu'on fait ordinairement, que dans les fleurs attaquées de la nielle, telles que je les ai observées, il y a actuellement des grains enniellés, qui, bien que réellement morts & détruits, conservent pourtant la force de propager leur espèce vicieuse, comme si c'étoit une espèce particulière. L'existence de grains actuels de semence ne sçauroit être admise ici, puisqu'il n'y a encore aucune fleur de passée. Et comment d'ailleurs une chose morte pourroit-elle être en même tems vivante, & produire quelque chose de vivant ? Au contraire la contagion dans les grains laiteux, & qui ne sont pas encore secs ; ou pour m'exprimer plus distinctement, la corruption d'autres grains qui étoient sains, est quelque chose d'entièrement différent, qui procède de l'humidité, lorsque l'échauffement venant à s'y joindre fait que la pourriture pénètre & gagne toujours plus loin. Des grains dans cet état méritent à bon droit le nom de grains enniellés, puisque ce sont eux qui produisent effectivement les plantes attaquées de la Nielle ; au lieu qu'un épice enniellé, comme on l'a déjà remarqué, ne renferme point de grains de cette espèce, mais qu'il s'y trouve uniquement des paquets de nielle en poussière.

Les divers moyens de purification qu'on a coutume d'employer contre la Nielle, comme le soufre, la chaux, & d'autres semblables, paroissent être fondés sur les fausses opinions que nous avons rapportées ; peut-être que, s'il ne s'agissoit que de laver la semence, il suffiroit de la mêler dans l'eau avec un sable de rivière grossier : mais, quand des grains échauffés sont devenus réellement vicieux, il est bien difficile



difficile de croire que le soufre, ou la chaux, puissent venir à bout de les rétablir. Ceux qui ont de justes idées d'un grain de semence, de ce qui constitue sa perfection, & de la température proportionnée qui doit régner dans les sucs nourriciers, ne se persuaderont jamais, qu'une semence qui, n'ayant pas mûri, est demeurée imparfaite, ou qui, s'étant échauffée, a souffert une altération actuelle, puisse revenir à un état convenable, en la pénétrant des particules volatiles & salines du soufre & de la chaux ; & cela d'autant plus que les végétaux ne sauraient supporter l'action d'aucune substance concentrée & véhémence. Il seroit au moins nécessaire de s'assurer du fait par des essais accompagnés de toutes les précautions possibles, d'après lesquels on pût porter des jugemens solides, au lieu de ces conclusions précipitées qui sont si fort en vogue.

Le but que je me propose ici, étant d'arriver à une détermination exacte de la Nielle des bleds, je crois qu'il est à propos de m'expliquer en peu de mots au sujet des deux sortes d'accidens susmentionnés qui y ont du rapport, & entre lesquels est celui que nous nommons *Affter-Korn*, &c. On les a compris jusqu'ici sous la dénomination commune de Nielle, & l'on pourroit s'en servir pour me faire des objections, destituées à la vérité de tout fondement. La Nielle des bleds, que j'ai appelée *Nielle des fleurs*, consiste toujours dans une mortification & destruction lente & entière de toutes les parties qui appartiennent à la fleur & au fruit, mais non dans une destruction des grains & des semences, déjà arrivés à leur perfection. Car là où la fleur est détruite, il ne sauroit s'engendrer aucun grain. Le principe de cette Nielle est déjà dans le grain qui a été semé, & même dans la moëlle de la plantule féminale ; il s'étend à mesure que la semence vient à germer, & gagne imperceptiblement dans la jeune plante, tant que son développement dure, sans qu'il puisse jamais arriver que la fleur se déploie, ni que le grain de semence soit engendré. Mais, quand l'épic a commencé à paroître, cette nielle y fait des progrès rapides, & parvient bientôt à sa perfection & à son comble.



En suivant le fil de ces circonstances, qui sont toutes fondées sur l'Expérience, il est assez évident, que la Nielle des bleds, qui n'est véritablement autre chose que la Nielle des fleurs, doit être également distinguée de celle qui est connue sous le nom de *Zapfen-Korn*, ou *Affter-Korn*, & de cette corruption d'une graine étrangère, sur laquelle Mr. *Needham* a communiqué ses observations. Car l'accident qui arrive aux bleds qui fleurissent, & que les fleurs éprouvent en plein air, connu en Latin sous le nom de *Clavus*, & en Allemand sous ceux de *Brand-Korn*, *Mutter-Korn*, *Zapfen-Korn*, *Affter-Korn*, & *Stein-brand*, est entièrement différent de la Nielle dont il a été question jusques ici. C'est Mr. *Linnaeus* qui lui a imposé, avec beaucoup de raison, à ce qu'il me semble, le nom de *Clavus*. On le trouve non seulement dans quelques especes d'herbes, comme le *gramen anatum*, (*Schwaden-grasse*,) le *panicum*, ou queue de renard, &c. mais aussi dans quelques especes de bleds, parmi lesquels il faut compter l'orge, quoique rarement ; surtout dans le seigle, quand il est dans un sable brûlant où l'on a mis trop de fumier, & que dans le tems de la fleur il n'a point reçu de pluie. On remarque le même accident aux tiges de seigle, qui viennent quelquefois d'elles-mêmes sur des couches de fumier séches ; mais je ne l'ai jamais apperçu dans le froment. Le *Clavus Linnei*, ou *Affter-Korn*, appartient aux vices dont peut être attaquée une tige de bled qui prend son accroissement en plein air, lorsqu'elle est dans toute sa fleur ; & surtout quand des pluies abondantes se trouvent entremêlées à de violentes chaleurs, ou simplement quand il régné des vents chauds : ce qui gâte, dès le commencement, les étamines des fleurs, & les fait sécher.

Ce fâcheux accident arrive aussi fort souvent, lorsqu'un Insecte extrêmement petit, que Mr. *Linnaeus*, dans ses *Animal. Suecan.* p. 67. définit *Scarabæus minimus ater florilegus*, ou quelque autre espece de vermisseau, à laquelle on ne peut pas toujours prendre garde, ronge certaines parties des fleurs, ou ne fait peut-être qu'y mordre, à cause de leur suc, qui a la douceur du miel. Il arrive en conséquence que,  
ces



ces parties des fleurs venant à manquer, ou étant privées des suc qui devroient les remplir, se gâtent, & s'affaissant sur l'ovaire qui n'est pas encore entierement disposé à la fructification, le compriment si fort que la pellicule extérieure est obligée de crever.

La même défectuosité peut avoir lieu, lorsque de trop longues pluies sont cause que, pendant l'efflorescence, l'humidité s'amasse dans les calices, & dans le petit fruit tendre, y croupit, & comme l'expérience en fournit de fréquentes preuves, y cause une moisissure, de façon qu'elle dévore la pellicule extérieure ; sans compter que le suc mielleux est retenu par là, & que la sécretion convenable ne sçauroit s'en faire, comme elle arrive, & doit arriver dans les autres fleurs, au tems de l'efflorescence.

Les étuis, ou capsules des semences fructueuses, se dilatant & venant à crever, de la maniere qui vient d'être rapportée, sont en partie détruits, & prennent en partie leur accroissement avec le grain imparfait qui s'y trouve, & deviennent calleux.

Mais comme ces parties gâtées privent en même tems les autres grains de l'épic de leur nourriture, elles parviennent à une grosseur irréguliere & inaccoutumée, qui surpasse de 4 à 6 fois l'état naturel.

Un autre accident encore du même ordre, qui répand quelque jour sur l'accroissement contraire à la Nature de semblables grains de semence, se rencontre chez les hommes & les animaux, dans les glandes qui sont derriere les oreilles, au dessous des jouës, &c. qui parviennent quelquefois à une telle grosseur, que leur peau commune se déchire, ou qu'elle est rongée. Toute la substance de semblables grains, qu'on appelle *Affter-Korn*, est calleuse, farineuse, & d'un blanc bleuâtre, tandis que la couleur extérieure est noire. Le suc vicieux qui s'y trouve contenu, paroît avoir une acreté fluide toute particuliere, qui peut donner lieu à des maux singuliers, de l'espece des crampes, & qui vont jusqu'à rendre estropié, quand, par exemple,





ple, dans certaines années les gens de la campagne, mêlent beaucoup de ces grains dans leur pain, & surtout lorsqu'ils le mangent chaud.

On trouve aussi de l'analogie entre les grains susdits, & ces grosses excrescences calleuses & informes, qui surviennent aux prunes dans les années où la fleur des prunes sort d'un ovaire qui a poussé d'une manière contraire à la Nature, & sans qu'il y ait aucun grain qui y soit renfermé. Ces fausses prunes ont un goût agréable, & il ne s'y trouve aucune propriété nuisible ; elles deviennent plutôt meures que celles qui renferment leur noyau. En Thuringe & ailleurs on les appelle *Schaf-Sæcke*, & *Schaf-Mäuler*. Je laisse à d'autres à décider, si l'on possède, ou si l'on peut trouver, quelque moyen efficace contre la formation des grains susdits, & de ces autres productions défectueuses, tant que les saisons & les insectes feront des choses entièrement indépendantes de nous.

Pour dire à présent quelque chose brièvement de l'autre espèce d'accident, qui se manifeste dans les grains de seigle parfaitement mûrs, & qu'on a déjà fait sécher, voici les remarques qui peuvent éclaircir cette matière. Quelques Naturalistes ont été dans l'idée que la Nielle des bleds étoit une maladie que la chaleur occasionnoit dans les grains de semence. Mais, si l'on fait bien attention aux détails que l'exact *Needham*, & d'autres, nous fournissent sur de semblables grains étrangers de seigle, on trouvera qu'ils avoient été gâtés par les vers, & qu'ils ne sauroient être rapportés en aucune façon à la Nielle des fleurs que j'ai décrite. Il ne m'a jamais été possible de trouver des grains dans cet état parmi notre froment, avoine, orge, millet, &c. enniellés. Quelles sont les circonstances préjudiciable aux grains de seigle en Barbarie, ou même en Portugal, qui font que les vers s'y logent, en tirent leur nourriture, & s'y propagent ; c'est une autre question, qui ne peut être traitée que par ceux qui, étant sur les lieux, ont le tems & la patience nécessaires pour de semblables recherches. Peut-être qu'il arrive à ces grains de suer ; peut-être qu'ils sont endommagés lorsqu'on les charge sur des vaisseaux, ou qu'on les en décharge ;  
peut-





peut-être que les pluies ou l'eau de la mer leur donnent de l'humidité ; peut-être qu'ils s'échauffent dans les Magazins. De quelque manière que les choses se passent, ce doit pourtant être deux cas différens, que celui où du seigle bien mûr & exactement séché se gâte dans les Magazins, ou sur les vaisseaux par quelcune des causes qu'on vient d'indiquer, ou qu'une espèce particulière de vers le ronge ; & le cas dans lequel le suc encore laiteux qui se trouve dans une semence assez éloignée de sa maturité & de sa perfection, surtout vers le tems où cette semence acheve d'être nourrie par la plante qui la porte, vient à s'échauffer & à se gâter, de façon que dans la suite elle produit des plantes dont les fleurs sont enniellées. Il suffira pour le présent d'avoir parlé d'une manière succinte de ces accidens qui ont été confondus jusqu'à présent sans aucune raison avec la Nielle. Je ne me flatte pourtant pas d'être arrivé sur ce sujet au dernier degré de précision. Je ne laisserai pas d'essayer encore, si je puis dire quelque chose de plus certain qu'on ne l'a fait sur la génération de la Nielle ; & c'est par là que je vais continuer mes remarques.

Mais, pour toucher de plus près au but, il faut que j'expose d'une manière distincte ce que l'Histoire naturelle nous apprend des qualités d'une semence parfaite & mûre, afin de l'appliquer avec succès à l'explication de la nielle des bleds ; car cet état de maturité & de perfection étant une fois bien connu, il est aisé d'en conclure quels sont les caractères d'une semence imparfaite, qui n'est pas encore mûre, ou même qui est gâtée. Aussi-tôt donc que le tems arrive, qui est destiné par la Nature à l'accroissement annuel des Plantes, elles ne manquent jamais de préparer & de former au dedans d'elles, dans l'une ou dans l'autre de leurs parties, les tendres plantes nouvelles & à venir, qui doivent servir à leur multiplication future, & à la conservation de l'espèce ; ou bien il faut qu'il existe déjà des productions médullaires séparées, qui sont actuellement toutes formées, & qui doivent se détacher de la plante où elles existent, lorsque le tems de son accroissement sera fini. Le premier cas a lieu dans toutes les plantes qui



ont des yeux, des cayeux, des rejettons, &c. le second ne comprend que les semences.

Le grain de semence considéré comme un réservoir, contient, outre 1, 2, 3, ou plus de cotyledons, le cœur, ou le germe, qui n'est autre chose que la plante à venir en miniature. Cette tendre plante se divise en deux parties, qu'on appelle *plumula*, & *rostellum* ; & elle est régulièrement agencée dans son réservoir par le concours déterminé des plus petites particules qui servent à la former ; elle y est nourrie ; elle s'y étend, se développe, & devient aussi complète qu'il est nécessaire, pour se trouver disposée à l'accroissement qu'elle recevra dans son tems. La formation entière & le développement de cette tendre plante encore en semence, dépendent incontestablement d'une certaine direction & disposition essentielle du tissu extrêmement fin des canaux ; & il est de toute nécessité que l'ordre qui y règne ne souffre aucune atteinte depuis les premiers rudiments de la formation jusqu'à ce que la semence ait obtenu le véritable point de la perfection qui lui convient. Cependant tout cela ne serviroit encore à rien, & ne répondroit en aucune manière aux vûes de la Nature, si avant toutes choses le grain de semence n'étoit fécondé par la poussière des fleurs, ou pour dire la chose plus exactement, si cette fécondation n'avoit pénétré jusqu'au cœur, & au germe qui occupe le centre de la plante actuellement en semence.

Les cotyledons consistent en une substance celluleuse, ou spongieuse, qui suce, prépare, & conserve les sucs nourriciers, qui sont l'aliment convenable à la petite plante encore extrêmement tendre. Cette substance ressemble aux feuilles, en ce qu'elle est, comme elles, renfermée & pressée de toutes parts dans un fin tissu de vaisseaux, par lequel elle est très étroitement unie à la plante féminale, & qui servent à y conduire le suc nourricier dûment préparé. On doit donc faire également attention ici à la perfection nécessaire dans la structure tant de la plante féminale, que des cotyledons, aussi bien qu'aux qualités dont le suc nourricier doit être pourvu. Quant à celui-ci en  
géné-



général, il varie beaucoup, relativement à la différence des semences, & de leurs degrés de maturité. Dans l'orge, par exemple, & dans plusieurs autres plantes, il est blanc, doux, ayant les apparences de lait, aqueux, plus ou moins terrestre, & tenant de l'écume ; & il n'est pas rare d'y trouver des indices d'un vrai sel moyen. Plus les semences sont tendres & petites, c'est à dire, plus elles sont distantes du point de leur maturité & de leur perfection ; & plus les suc qui y coulent, sont déliés, fluides, & tempérés. Avant que le grain de semence ait atteint sa perfection, & se trouve susceptible d'accroissement, ce suc y existe déjà ; & non seulement il le nourrit jusqu'à son entière maturité, mais il lui sert encore d'aliment, lorsque dans la suite venant à germer, la nouvelle plante féminale se développe, jusqu'à ce qu'elle soit en état de tirer elle-même par ses racines une nourriture plus grossière de la terre.

Une des propriétés essentielles de ce suc nourricier est entr'autres, que les particules sont tellement constituées, qu'à l'aide de l'humidité qui pénètre du dehors au dedans de la semence, il peut être dissous & atténué, & par conséquent se répandre dans toute la substance de la tendre plante féminale, en parcourant avec une même régularité & une égale vitesse le tissu infiniment fin des vaisseaux dans lesquels coule le suc. Si, pour mieux expliquer notre pensée, nous faisons des suppositions directement contraires à celles qui viennent d'être proposées au sujet de la maturité & de la perfection d'un grain de semence, on pourra en tirer des conclusions satisfaisantes, tant par rapport à une semence imparfaite, & qui n'est pas encore mûre, que par rapport à une semence devenuë déjà vicieuse avant sa maturité.

En effet les semences fructifiantes, douces, glaireuses, & plus ou moins semblables au lait, peuvent aisément prendre des qualités contraires à la Nature, lorsqu'elles sont à demi mûres, imparfaitement séchées, ou même tout à fait humides, dans le tems où elles sont recueillies & entassées l'une sur l'autre, de sorte qu'elles ne tardent pas  
à s'é-

à s'échauffer, ou à contracter de la moisissure. C'est ce dont on ne sçauroit douter le moins du monde, quand on consulte les lumières de la raison, & celles de l'expérience. Il n'est donc pas nécessaire que nous entrions ici dans un détail de preuves, dès-là que nous savons que la coction & la putréfaction, en agissant sur les substances glaireuses, douces, & terrestres, sont capables de les altérer, de les dissoudre, de les corrompre, &c. Si nous supposons de plus qu'une pareille substance glaireuse est composée d'un amas de phlegmes, d'une terre subtile, d'un acide extrêmement délié, & d'une petite quantité d'inflammable, cela nous fera conjecturer bien aisément comment l'union de semblables principes est si tôt détruite par la coction & la putréfaction.

Pour revenir à présent aux semences imparfaites, & qui ne sont pas encore mûres, les circonstances qui viennent d'être indiquées, se trouvent en plus grand nombre dans les unes, & en moindre dans les autres, surtout certaines années où la saison demeure trop longtems froide & humide, dans les lieux où la culture de la terre est mal exercée, comme aussi dans les especes de bleds, qui de leur nature mûrissent un peu plus lentement. N'est-il donc pas naturel de chercher la source de la Nielle dans ces causes, préférablement à tout autres ? Elle est ensuite augmentée par le défaut de précaution avec lequel les grains sont trop tôt recueillis, & rassemblés dans les granges. Quoique puissent donc y opposer, sans aucun fondement solide, les gens de la campagne, nous croyons que le plus haut degré de vraisemblance se trouve dans notre explication de la Nielle ; & nous allons montrer que ce n'est pas une opinion fondée sur de simples conjectures, ou sur des expériences incertaines.

Entre les especes de bleds, celles qui produisent leurs grains dans de longs épis, peuvent, suivant la différence de la saison, de la culture, du terroir, de la semence, & de la tige même, porter tantôt beaucoup, tantôt peu de grains imparfaits ; & quand il ne s'en rencontre point du tout, c'est une marque assurée que toutes les circon-

stan-



stances favorables à la végétation se sont parfaitement réunies ; ce qui arrive très rarement. Du reste, suivant l'état naturel des choses, il se trouve déjà une triple, ou quadruple, différence des grains dans tous les épis, par rapport à la bonté. Communément ceux qui sont placés le plus bas & les premiers sont les plus parfaits, & doivent par conséquent être ceux qui produisent les Plantes les plus fortes ; au lieu que ceux qui les suivent, quoiqu'ils soyent à la vérité encore bons, ne valent pourtant pas autant que les premiers, & ne produisent que des Plantes médiocres, dont l'accroissement dépend beaucoup de la saison & de la bonté du terroir. Les autres grains qui sont vers le haut, au delà de la moitié des épis, se montrent d'une qualité considérablement inférieure, & le plus souvent ne poussent que des plantes fort foibles, chétives, vicieuses, & monstrueuses, qui s'améliorent à la vérité par rapport à l'extérieur de la fleur & du tuyau, mais quand, après avoir fleuri, elles doivent porter des semences, elles montrent leur foiblesse & leurs défauts, auxquels il n'est plus possible ensuite de remédier.

La quatrième & dernière sorte de grains, qui sont tout à fait à la pointe des épis, est la plus imparfaite ; ces grains n'ayant pas acquis une maturité suffisante, demeurent pour la plupart sans force, ils se séparent difficilement de leurs épis, lorsqu'on bat le bled, & il est rare, ou plutôt il n'arrive jamais, qu'ils germent bien en terre.

Cette différence entre les grains peut être appliquée à presque toutes les autres Plantes qui portent leur semence, & elle est très connue de toutes les personnes intelligentes dans l'économie champêtre ; qui, lorsqu'elles recueillent leurs grains, se débarrassent autant qu'il est possible de ces semences imparfaites, soit en battant les gerbes, soit en jettant le grain par pelées.

Les causes de cette différence entre les grains de bled, n'ont pas besoin d'être exposées plus au long, puisque l'histoire de la végétation les donne suffisamment à connaître. Tout ce qu'il est nécessaire d'ob-

server ici là dessus, c'est que l'épic le plus parfaitement mûr n'est jamais tout à fait exempt de ces foibles grains, mais qu'ordinairement ils y sont en fort petit nombre en comparaison des bons. Mais on sçait assez que le contraire arrive aussi souvent, surtout dans les especes de bleds qui mûrissent un peu lentement, comme l'orge, le froment, &c. dont les épis contiennent une beaucoup plus grande quantité de grains imparfaits que de parfaits.

Tant que cette derniere & nuisible circonstance est fortifiée par une saison froide & humide, qui dure trop longtems, il ne faut pas espérer de trouver beaucoup de grains mûrs; ou si, comme cela est assez connu aux gens de la campagne, les grains mûrissent l'un après l'autre, & pas tous ensemble, (*zweyschurig*), & poussent plusieurs tiges collatérales, il arrive nécessairement que les tiges affoiblies qui en naissent, & qui sont tout entourées de jeunes plantes précoces, deviennent encore plus mauvaises, & ne portent aucunes semences qui arrivent à maturité.

Une pareille graine, quand on coupe les bleds encore verts, ou qu'on les rassemble humides, étant employée de nouveau & toute fraîche pour ensemencer, contribuë sans contredit beaucoup à engendrer la Nielle des bleds, à cause de son imperfection, & de cette altération du suc nourricier, dont il a été parlé ci-dessus. Une circonstance qui mérite une attention particuliere, c'est qu'après avoir coupé trop tôt les bleds, ou les ferre tout humides. Il dépend uniquement, ou du moins en grande partie, des gens de la campagne, d'y apporter du remède; mais c'est à quoi ils ne pensent presque point. Une ancienne coutume qui a jetté de profondes racines, des préjugés reçus sans examen, la précipitation, & une culture très mal entendue dans quelques Villages, & quelquefois dans des Provinces entieres, par rapport à la maniere de recueillir les grains d'été, enfin une avarice aveugle, sont autant d'obstacles qui ne permettent guères d'espérer que les choses s'améliorent autant qu'il le faudroit: & cela ne fait pas beaucoup d'honneur à l'Economie de la campagne.

Voici



Voici en deux mots en quoi ces griefs consistent. En plusieurs endroits où les terres sont d'ailleurs des plus fertiles, on ne veut point, ou du moins on le veut très rarement, laisser aux espèces de bleds qui mûrissent lentement, comme le froment & l'orge, le tems convenable aux grains d'été pour arriver à la perfection & à la maturité nécessaires, & que nous avons décrites au long ci-dessus. Tout au contraire on coupe non seulement ces bleds avant le tems, mais encore on les serre, lorsqu'ils ne sont qu'à demi-féchés, ou même tout humides, & on les entasse ainsi dans les granges. Assurément, si un pareil usage devenoit universel, on recueilliroyt bien assés de bled pour la nourriture, mais on manqueroit dans la suite d'une bonne semence.

Les principales raisons qu'on allégué en général pour excuser ce mauvais usage, sont les suivantes. On dit,

1. Qu'il y a trop de choses à faire à la campagne, pour qu'on puisse avoir la patience d'attendre que les grains soyent parvenus à leur parfaite maturité.

2. Qu'il vaut mieux vendre l'orge & le froment, que de le garder pour semence.

3. Que quand les bleds murissent parfaitement, il y a trop de grains qui tombent & se répandent dans les campagnes.

4. Qu'il survient des mauvais tems, où l'on ne peut espérer de maturité, & qu'alors il faut se presser de moissonner.

5. Que c'est aussi le tems où il faut envoyer les bœufs au pâturage, de sorte que les bleds ne sauroient rester plus longtems sur terre.

6. Que quand l'orge ne mûrit pas parfaitement sur l'épic, il conserve un peu plus de blancheur, & qu'alors on le vend deux ou trois gros de plus le boisseau.



De toutes ces raisons on conclut qu'il n'y a point de milieu, & qu'il faut couper les bleds encore verds, aux risques de toute la nielle qui peut en résulter.

Sans entrer dans l'examen détaillé de tous ces points, je m'en tiens à la considération de ces grains de semence en partie plus ou moins mûrs, parce que leur constitution suffit pour mettre en état de juger, si les excuses précédentes peuvent être regardées comme valables. Nous avons déjà fait mention ci-dessus de ce qui peut arriver à de semblables bleds trop tôt coupés, en les séchant, les ferrant, les entassant, les remuant, & dans tous les autres cas par lesquels il passent, avant que la semence soit remise de nouveau en terre. Il n'est donc pas surprenant qu'avec d'aussi mauvaises dispositions il y ait diverses contrées où la Nielle se trouve toujours en très grande abondance dans les bleds, comme une expérience de plus de trente ans nous en a pleinement convaincus. Au contraire, quand on cultive le bled d'une manière régulière & conforme à la Nature, la Nielle diminue & cesse même entièrement, à la réserve des années où le froid humide a trop de durée, ou du moins elle n'est plus guères sensible. En effet dans certaines contrées où l'on regarde la Nielle des bleds comme une espèce de mal inhérent, elle se rencontre avec beaucoup plus d'abondance dans l'orge & dans le froment dans un an plus, & dans l'autre moins, quelques que soient d'ailleurs la température des saisons, la culture, la situation & l'espèce du terroir. Des gens qui étoient solidement versés dans l'agriculture, & qui à cause de cela s'étoient depuis longtems éloignés des principes communément adoptés, ont fait sans aucun préjugé les essais suivans.

Ils ont pris pour semer, de l'orge & du froment, du produit de leurs contrées ; & la nielle s'est manifestée annuellement dans ces bleds en plus grande quantité, tant qu'on a employé de pareille semence. Et il faut bien remarquer que, suivant la coutume de leur canton, ils faisoient aussi couper les grains un peu plutôt, & les faisoient ferrer encore humides dans des années où la moisson avoit été pluvieuse ; ou bien



bien les grains qui avoient été extérieurement séchés ne laissoient pas d'entrer dans la grange encore trop verts & trop frais, en liant & en battant les gerbes, comme de coutume. En procédant ainsi il étoit inmanquable que plusieurs mauvais grains seroient gardés, & que la nielle s'y mettroit, pour peu que la température de la saison y concourut.

Pour remédier donc à ce mal, on acheta de la semence étrangère avec toutes les précautions possibles ; & aussi tôt on s'aperçut d'une diminution notable de la Nielle ; mais en coupant de nouveau les bleds trop tôt, elle revint dès l'année suivante avec abondance. On essaya de l'en délivrer encore, en battant auparavant les gerbes, & en épluchant & choissant la semence ; mais, tant qu'on ne cessa pas de couper les bleds trop tôt, & qu'on ne remédia pas aux autres défauts de la culture des terres, la Nielle demeura avec toutes les circonstances précédentes.

On fit un nouvel essai pour extirper la nielle, qui consistoit à choisir de vieux froment pour la semence, parce qu'alors les mauvais grains sont pour l'ordinaire entièrement séchés, & qu'il est très difficile, ou même impossible, qu'ils levent. Alors on vit disparoitre la Nielle, au grand contentement des propriétaires ; mais, dès l'année suivante, elle reprit le dessus, parce qu'on avoit encore coupé trop tôt les bleds. C'est ce qui ne permit plus de douter que la Nielle ne consistât & n'eut sa véritable cause dans l'état des semences, lorsqu'on les recueille avant leur maturité, qu'on les fait sécher inégalement, qu'on les serre trop humides, & qu'elles viennent ensuite à s'échauffer & à se moisir. Depuis ce tems-là on laissa toujours un morceau de champ assez considérable, sans y toucher pendant la moisson, afin que le froment y mûrissant fut propre à servir de semence ; on en eut d'ailleurs les soins convenables, & tout se passa régulièrement dans la manière de le ferrer & de le garder.

L'effet de ces derniers arrangemens fut, que la Nielle diminua visiblement tous les ans, & commença à devenir rare. L'accord par-



fait qui régné entre tous les essais dont nous avons rendu compte jusqu'ici, est la chose du monde la plus aisée à comprendre ; & il n'est pas moins facile d'en conclurre, si la cause de la génération & de la propagation de la Nielle existe réellement dans la multitude des semences imparfaites & gâtées dont nous avons parlé, ou non ? La vieille semence, dans laquelle de semblables grains viciés sont déjà desséchés avant qu'on les sème, & se trouvent incapables de germer, me paroît confirmer puissamment le sentiment qui vient d'être établi.

Je me réfère encore à cet égard à toutes les remarques qui ont été faites ci-dessus au sujet de la perfection nécessaire à un grain de semence, entant qu'il doit renfermer une plantule féminale, & aux qualités du suc nourricier qui est requis pour cet effet. On peut y ajouter la comparaison de l'état que j'ai observé, en partie à la simple vue, en partie à la loupe, & cela en des tems tout à fait différens, tant dans les rejettons & les jeunes plantes qui tenoient aux tiges enniellées que j'ai transplantées, que dans ces tiges mêmes de froment & d'orge.

Cette considération m'a suffisamment appris, que la Nielle des bleds est *une destruction totale, & une mortification de toutes les parties essentielles de la fleur en particulier* ; & qu'elle prend son premier commencement sensible, en même tems que le premier développement de ces parties arrive, déjà au dedans des rejettons. Et c'est de là que la Nielle continue à s'étendre pendant le développement successif du reste de la plante, qui se fait tout comme avant la nielle. L'obstruction totale & irrémédiable du tissu entier des vaisseaux, dans certaines parties de la plante féminale, est, suivant ce qui a été dit, la cause incontestable de cette poussière enniellée qu'on trouve ensuite ; & il en résulte la rupture des vaisseaux, en vertu de laquelle les sucs irrégulièrement pressés, & dont le mouvement est dérangé, venant à se corrompre fort vite, contribuent beaucoup à fortifier & à étendre la Nielle.

Mais



Mais comme les germes, ou rejettons, que poussent les branches enniellées sont formés par certains filamens particuliers qui sortent du centre de la moëlle, (*processus medullares*,) il faut que les parties des vaisseaux qui contribuent particulièrement à la formation cachée dans les germes, y soient, ou en partie, ou peu à peu tout à fait obstruées, & périssent. C'est ce que donnent lieu de conjecturer avec beaucoup de vraisemblance ces épics qui ne se trouvent qu'à moitié enniellés, & cela tantôt en haut, tantôt en bas. Comme donc ce fâcheux accident de la semence qui contient la tendre plante future, y existe d'abord avant & après qu'elle a germé, dans le tems où elle reçoit sa première nourriture des suc contenus dans le grain de semence, il est bien aisé de comprendre de quelle manière l'obstruction souvent mentionnée dans le tissu rétif de canaux extrêmement subtils, & causée successivement par ce suc.

Il reste encore ici à la vérité quelques sujets de doute, que, malgré toute l'exactitude de mes observations, je ne suis pas en état de lever ; mais toutes les circonstances que j'ai indiquées étant réunies, il demeure toujours de la plus grande vraisemblance, que le véritable principe & le commencement de la Nielle existe dans la semence, & que le suc gâté & pourri dans les cotyledons communique des qualités nuisibles aux *processus* médullaires, qui, dans le premier développement de la plante féminale, doivent former les fleurs futures dans la partie ascendante du germe, ou dans la plumule. Que ce vice attaque uniquement les *processus* médullaires en question, sans toucher aux autres, c'est ce qui est de la dernière évidence, puisque, les fleurs exceptées, la racine porte une plante parfaite, qui à l'extérieur est parfaitement semblable à toutes les autres, que la nielle n'a point attaquées. Or cela ne pourroit arriver, si, dès le commencement la moëlle étoit endommagée & enniellée dans le *rostellum*, ou la partie descendante de la plantule féminale, aussi bien que dans la partie supérieure ; car de cette manière il seroit impossible que la semence germât & produisît une plante.

C'est

C'est là tout ce que je m'étois proposé de dire dans ce Mémoire au sujet de la véritable constitution de la Nielle des bleds, dont les causes & les moyens de la détruire doivent être regardés comme un supplément à son histoire naturelle, que j'ai voulu communiquer au public, dans l'espérance que les essais qui se feront dans la suite, si l'on y apporte l'attention nécessaire, & qu'on y procède avec un esprit exempt de préjugés, conduiront cette *histoire de la Nielle des bleds* à un degré de perfection, dont l'Oeconomie de la campagne pourra retirer une insigne utilité.



**M É M O I R E**  
**CONCERNANT QUELQUES NOUVELLES EXPE-**  
**RIENCES ÉLECTRIQUES REMARQUABLES,**

**PAR M. ÆPINUS.**

*Traduit de l'Allemand.*

**L**a Nature est un Trésor inépuisable de faits merveilleux. A' chaque pas que nous faisons dans leurs recherches, de nouvelles vues se découvrent à nos regards. Toutes les fois qu'on s'imagine être au bout de quelque discussion, un examen plus attentif fait voir que le but auquel on s'étoit proposé d'atteindre est encore infiniment éloigné, & que ce qui nous a fait croire que le chemin étoit si court, c'est que nos yeux sont trop foibles pour en appercevoir le bout.

Les nouvelles Expériences qui concernent l'Électricité, fournissent un exemple convainquant de ce que nous venons d'avancer. La découverte d'une multitude de phénomènes inopinés, & tout à fait singuliers, qui se rapportent à la force électrique, engage les Physiciens à croire, & en apparence avec raison, qu'ils sont au fait de la nature de cette force, & qu'ils connoissent exactement les Loix universelles auxquelles elle est assujettie ; mais on ne doit pas plus s'attendre ici à une connoissance complète, que dans toutes les autres parties de la Science naturelle. Les remarques que je vais produire ici au sujet de l'Électricité d'une pierre précieuse singulière de l'Isle de *Ceylan*, & qui ne pourront manquer d'étonner ceux qui ont quelque idée des loix des opérations électriques, confirment aussi combien la Nature est abondante en phénomènes, qui doivent exciter en nous la plus vive admiration pour elle, & pour l'Être tout-puissant qui en est l'Auteur.



La Pierre dont je veux parler, porte le nom de *Trip*, ou *Tourmalin*, auquel, à cause d'une propriété particulière qu'elle a, & dont je parlerai au long dans la suite de ce Mémoire, on a joint en Hollandois celui d'*Aschentrecker*, ou en Allemand d'*Aschenzieher*, qui veut dire *attirant les cendres*. Le terroir naturel de cette Pierre est l'Isle de *Ceylan*, où l'on a coutume de la trouver dans le sable sur le bord de la mer. Elle est transparente, & d'une couleur brunâtre, comme la hyacinthe, mais beaucoup plus obscure. J'ai pris de la peine pour déterminer sa pesanteur propre, mais comme je n'ai eu que deux de ces pierres fort petites pour toutes mes recherches, je ne puis pas me promettre d'avoir atteint la dernière précision en déterminant son poids. Quoiqu'il en soit, dans une suite de plusieurs Expériences, j'ai trouvé que la proportion de sa pesanteur spécifique à celle de l'eau n'étoit jamais moindre que 300, & jamais plus grande que 305 à 100. Cette Pierre n'est universellement connue que depuis peu d'années, & jusqu'à présent il est fort rare de la rencontrer. A peine y a-t-il un seul Ouvrage imprimé des Auteurs minéralogistes qui en parle; & les seuls qui paroissent en avoir eu quelque connoissance, sont Mr. *Zinck*, qui en dit quelque chose dans la dernière Edition qu'il a publiée, avec ses additions, du Dictionnaire de la Nature, des Arts, & du Commerce par *Hübner*, & Mr. *de Justi*, qui l'indique, mais seulement en passant, dans son Plan de Minéralogie universelle, §. 346.

Cette Pierre a une propriété qui la distingue de toutes les autres pierres connues jusqu'à présent, c'est que, quand on l'échauffe sur un charbon, elle attire & repousse alternativement les cendres qui se trouvent autour d'elle. Elle en fait de même avec les chaux métalliques, & en général avec tous les autres corps légers, de quelque espèce qu'ils soyent. Les Jouailliers qui l'ont mise au feu pour éprouver sa dureté, se sont apperçus les premiers de cette propriété, & lui ont à cause de cela donné le nom rapporté ci-dessus, de Pierre qui attire les cendres. Les Auteurs que j'ai cité, rapportent aussi ce phénomène; mais il n'a été jusqu'ici l'objet d'aucunes recherches plus particulières.

La





La première fois que j'entendis parler d'une singularité aussi remarquable, je formai aussi-tôt la conjecture qu'elle devoit son origine à l'Électricité. J'en ai l'obligation à notre digne Confrère, Mr. *Lehmann*, qui m'a instruit le premier de cette propriété, & qui m'a fourni les moyens d'en faire l'objet d'Expériences exactes. Pour cet effet il m'a non seulement prêté une pierre de *Tourmalin* qui lui appartenoit, mais il m'en a encore procuré une autre, trois fois plus pesante, dont j'ai fait l'acquisition. Si je n'avois pas possédé cette dernière, à peine aurois-je été en état de découvrir distinctement par la voye des Expériences la propriété étonnante de cette pierre, parce qu'il auroit été très difficile, à cause de la petitesse de la pierre de Mr. *Lehmann*, d'y démêler exactement les différens phénomènes.

C'est donc avec le secours des deux *Tourmalins* dont je viens de parler, que je me suis mis à faire mes Expériences ; & j'ai trouvé tout d'abord que ma conjecture au sujet de l'électricité de cette pierre étoit parfaitement fondée. Je n'alléguerai ici aucune preuve particulière de ce que l'attraction & la répulsion du *Tourmalin* procède de l'électricité. Les essais dont je rendrai compte dans la suite de ce Mémoire, ne pourront laisser aucun doute à cet égard.

Le *Tourmalin* est déjà doublement digne d'attention, en ce que, sans le frotter, & simplement en l'échauffant, il fait paroître une électricité considérable. L'unique moyen qu'on ait presque trouvé jusqu'ici pour exciter l'électricité dans les corps où elle réside, c'est le frottement. On ne connoit jusqu'à présent qu'un cas unique, qui fournisse une exception. Le soufre, la résine, la cire d'Espagne, & d'autres corps semblables, quand, après les avoir premièrement fondus, on les fait couler dans un vase sec de métal, ou de verre, en se refroidissant deviennent électriques, sans avoir besoin d'être frottés. Dans les corps de l'espece du verre qui possèdent l'électricité en propre, on n'a trouvé encore aucun exemple d'une semblable électricité, excitée sans frottement ; & le *Tourmalin*, qu'on doit sans contredit rapporter à cette classe, comme étant une pierre précieuse, est par



conséquent le seul exemple d'une pareille électricité, résidant dans un corps de l'espece du verre, sans y être produite par le frottement. Il y a outre cela encore ceci de particulier, c'est qu'il suffit d'échauffer le *Tourmalin* pour le rendre électrique. Qu'on essaye d'en faire autant avec le verre & les corps de son espece, on n'y réussira jamais ; & même le soufre, la cire d'Espagne, &c. qui sont pourtant susceptibles d'une électricité donnée à volonté, ne la reçoivent jamais quand on se contente de les échauffer ; mais il est nécessairement requis, qu'ils soyent auparavant fondus, après quoi, pendant qu'ils se refroidissent, ils acquièrent l'électricité.

Quoique cette propriété du *Tourmalin* soit déjà très digne d'être remarquée, j'y ai fait depuis bien d'autres découvertes beaucoup plus surprenantes. Mais, afin d'en rendre un compte plus intelligible, je vais commencer par faire connoître en peu de mots la différence qu'il y a entre l'électricité positive, & l'électricité négative.

Il y a réellement deux Electricités différentes, ou plutôt opposées. Les phénomènes confirment leur existence d'une manière tout à fait sensible ; & pour peu qu'on soit versé dans les Expériences électriques, on ne sauroit révoquer en doute cette double vertu. Les deux électricités opposées suivent, dans une de leurs principales opérations, une règle qui a aussi lieu dans les effets magnétiques. En effet on trouve par une expérience constante, & à l'abri de toute contestation, que ;

1. Quand deux Corps ont la même espece d'électricité, environ dans le même degré, ils se repoussent, à peu près comme deux aimans qui se présentent les mêmes poles.

2. Quand deux Corps ont une électricité différente, ils s'attirent l'un l'autre avec beaucoup de force, comme cela arrive à deux aimans dont les poles opposés se touchent.

Mr.



Mr. du Fay a déjà remarqué ces deux électricités contraires l'une à l'autre. Il nomme l'une *vitrée*, & l'autre *résineuse*, parce que dans ses Expériences il avoit toujours trouvé la première dans les corps de l'espece du verre, & l'autre dans ceux de l'espece de la résine. Ces noms sont incommodes, quand il s'agit de les appliquer aux nouvelles Expériences, qui montrent d'ailleurs, que l'électricité résineuse de Mr. du Fay peut être excitée dans le verre & dans les corps de son espece, tandis que réciproquement l'électricité vitrée se manifeste dans la cire d'Espagne & les autres corps résineux. Par conséquent ce qu'il a plu à Mr. du Fay de nommer électricité vitrée, n'est point propre aux corps de l'espece du verre, ni celle qu'il qualifie résineuse aux corps de cette dernière espece. Mr. *Francklin*, à qui on est redevable d'avoir en général répandu beaucoup de jour sur toute cette doctrine, a donné à cette double électricité un nom plus propre à faire connoître l'opposition qui s'y trouve, en appelant l'une positive, & l'autre négative. Il est à la vérité arbitraire à laquelle de ces deux électricités contraires, on donne le nom de positive, ou celui de négative. Cependant l'usage, & quelques raisons que ce n'est pas ici le lieu d'alléguer, ont déjà décidé que l'électricité qu'on produit en frottant un tube de verre uni, mais qu'on n'a pas émoulu, avec un morceau de drap de laine, s'appelle positive, au lieu que celle qui se trouve dans un bâton de cire d'Espagne, ou dans une piece de soufre, lorsqu'on l'y excite de la même maniere, doit être nommée négative.

C'est sur cette difference entre l'électricité positive & négative, que roule presque tout ce que j'ai observé de particulier sur le *Tourmalin*; & voilà ce qui m'a obligé de proposer préalablement à cet égard les remarques qu'on vient de lire.

Il m'a falu beaucoup de peine pour trouver les règles que le *Tourmalin* suit dans ses opérations, & pour les établir d'une maniere convainquante. La grande petitesse de la pierre, qui pesée à un trebuchet exact n'a que  $2\frac{3}{4}$  grains, m'a causé un extrême embarras; car, quoique le *Tourmalin*, à proportion de sa grosseur, montre une élec-



tricité peu commune, il n'étoit pourtant pas possible d'observer tous les phénomènes aussi distinctement, qu'on auroit pu le faire avec une plus grosse pièce. Avec, cela dans les commencemens, les phénomènes mêmes m'ont jetté dans une grande confusion d'idées, parce que le côté de la pierre où je venois de trouver l'électricité positive, montrait quelques momens après l'électricité négative, sans que je fusse en état de découvrir la cause d'une révolution aussi subite. A la fin, en observant exactement toutes les circonstances, en répétant plusieurs fois la même Expérience, & en la faisant avec toutes les variations imaginables, je suis venu à bout de trouver & de conduire à leur certitude les loix de cette électricité. Je vais rapporter simplement ici ces loix, sans entrer dans le détail des Expériences qui m'ont servi à les connoître. Quiconque a seulement quelque idée de la manière dont on procède aux Expériences électriques, comprendra facilement comment je m'y suis pris pour les miennes, & sera même en état d'en faire qui lui prouvent la vérité de mes assertions. Je souhaite que ce dernier cas arrive ; mais je dois seulement avertir que ces Expériences demandent une extrême circonspection, quand on veut pouvoir y faire un fonds assuré. Je puis bien me rendre caution de la vérité & de la justesse de celles qui servent de fondement aux loix que j'ai trouvées, parce que j'y ai apporté des précautions, qui, si je les rapportois, paroistroient incroyables, & que je ne me suis point lassé de les répéter.

## LOIX DE L'ELECTRICITÉ DU TOURMALIN.

### I.

**L**e Tourmalin a toujours en même tems une Électricité positive & une Électricité négative ; c'est à dire que, quand un de ses côtés est positif, l'autre est infailliblement négatif, & réciproquement.

Cette



Cette Règle est aisée à vérifier par les Expériences. Car, quand on a examiné l'électricité qui se trouve à un des côtés de la Pierre, il n'y a qu'à la retourner, & il ne manquera jamais d'arriver que l'autre côté montre distinctement l'électricité opposée. Mais, quoique cette Règle soit d'une justesse incontestable, la pierre se trouve néanmoins quelquefois, comme je le ferai voir dans la suite, dans une espèce d'état miroyen, où l'on ne sauroit appercevoir bien distinctement la vérité de cette loi. Je donnerai plus bas une manière de rendre le *Tourmalin* positif des deux côtés ; & ce cas formera encore une exception remarquable.

Dans cette Expérience, & dans toutes celles qui suivront, je mets ordinairement le *Tourmalin* sur un petit pied de verre, dont la surface supérieure couvre entièrement la pierre. Les Expériences réussissent de même, quand on le pose sur quelque métal, ou autre matière qui n'est pas électrique, mais par l'attouchement de ces corps non électriques il perd en peu de tems son électricité. Voilà pourquoi je donne la préférence à la première manière que j'ai indiquée.

II. *Que l'on tienne avec de petites pincettes, ou de telle autre manière qu'on voudra, le Tourmalin dans de l'eau bouillante, ou dans quelque autre fluide échauffé, & qu'on l'en tire au bout de quelques minutes. On trouvera toujours que, dans cette Expérience, aussi souvent qu'on jugera à propos de la répéter, un côté de la pierre est positivement électrique, & l'autre négativement. Le côté de la Pierre qui se présente toujours ici comme positif, je le nommerai dans la suite côté positif, & celui qui se présente dans l'état contraire, côté négatif.*

Il faut bien remarquer la production d'une forte électricité, excitée ici au milieu de l'eau, qui dans tous les autres cas paroît la chose la plus nuisible à la vertu électrique. Il n'est pas d'une exacte nécessité que l'eau soit actuellement bouillante. Un moindre degré de chaleur excite aussi l'électricité du *Tourmalin*, mais dans un degré inférieur. Quand l'eau n'est échauffée que jusqu'à 108. ou 110. degrés du Thermomètre-



momètre *de Fahrenheit*, à peine peut-on découvrir quelques indices d'électricité. La chaleur de l'eau bouillante me paroît en général être celle qui rend l'électricité du *Tourmalin* la plus vive. Si l'on chauffe cette pierre d'une manière sensiblement plus forte sur un métal chaud, elle ne montre qu'une foible électricité, qui ne s'anime bien, que quand la pierre s'est un peu refroidie. L'électricité que le *Tourmalin* acquiert dans l'eau bouillante, dure encore, quand il est entièrement refroidi, & je l'y ai même trouvée fort sensible dans des Expériences faites au bout de six heures.

La cause pour laquelle, dans cette Expérience, un côté déterminé du *Tourmalin* est toujours positivement électrique, & l'autre négativement, m'a paru au commencement dépendre de la figure qu'on lui avoit donnée en le taillant. Le mien, comme le sont ordinairement les autres pierres précieuses, est taillé d'un côté tout plat, & de l'autre à plusieurs petites facettes, qui se terminent en pointe au milieu de la pierre. Le premier de ces côtés est toujours le côté positif de la pierre, & l'autre le côté négatif. Mais, en comparant ma pierre avec celle qui appartient à Mr. *Lehmann*, j'ai trouvé que ma conjecture étoit dénuée de fondement. Cette dernière pierre est à la vérité plus petite, mais d'ailleurs parfaitement taillée comme la mienne. Cependant, malgré cette conformité, son côté plat est toujours le côté négatif, tandis que dans la mienne il est positif; & réciproquement le côté inégal de la pierre de Mr. *Lehmann* est toujours positif, tandis que dans mon *Tourmalin* il est constamment négatif. Je trouve là dedans une conviction suffisante, que la cause pour laquelle un côté de la pierre est toujours positif, & l'autre négatif, ne doit pas être cherchée dans la figure extérieure, ni dans la manière de la tailler, mais qu'il faut recourir, comme par rapport à l'aiman, à la structure intérieure, & à la constitution essentielle de la Pierre.

III. On peut, en se servant des moyens qui vont être rapportés, rendre le côté positif du *Tourmalin* négatif, & donner réciproquement au côté négatif l'électricité positive. Quand cela est arrivé, la pierre retourne





*tourne ensuite d'elle-même dans son état naturel, c'est à dire que son côté positif cesse d'être négatif, & redevient de lui-même positif, & le côté négatif, cessant pareillement d'être positif, reprend sa vertu négative.*

J'alléguerai plus bas un cas qui fait exception à cette règle, laquelle est très digne d'attention, puisqu'elle répand un fort grand jour sur la nature & les opérations du *Tourmalin*. Pour que tout ce qui vient d'être rapporté, se passe, il faut deux ou trois minutes, & même davantage, quoique d'autres fois cela s'exécute plus vite. De plus tout n'arrive pas à la fois, ou dans tous les points susdits, mais il y a déjà quelques circonstances passées, tandis que d'autres durent encore ; & de là vient que la pierre, pendant la durée de ces états successifs, paroît réunir à la fois, & du même côté, les deux électricités, la positive & la négative. C'est de cet état que je parlois ci-dessus, lorsque je disois que l'on ne pouvoit toujours appercevoir d'une manière distincte la justesse de la première règle.

Cette Loi de l'électricité du *Tourmalin* a été la principale cause des grandes difficultés que j'ai trouvées dans les commencemens, à réduire tous les phénomènes que cette pierre m'offroit, à certaines règles. Cela venoit de ce qu'après avoir trouvé un côté de la pierre, par exemple, positif, bientôt après il se montroit à moi comme négatif, sans que j'eusse pû remarquer la moindre cause d'un changement aussi subit. Quand le *Tourmalin* en étoit à son passage pour retourner à l'état naturel, je ne pouvois pas seulement distinguer si le côté que j'observois, devoit être réputé positif, ou négatif. Il en résultoit une très grande incertitude dans les conclusions que je cherchois à tirer de mes premières Expériences.

IV. *Si l'on met le Tourmalin sur un métal échauffé, sur une plaque de verre, ou sur un charbon ardent, il devient électrique en s'échauffant, & observe cette règle, c'est que, de quelque manière qu'on fasse l'expérience, & quelque côté de la pierre qu'on mette sur la plaque échauffée chacun de ces côtés acquiert toujours l'électricité opposée à celle*





*qui lui est naturelle, c'est à dire que le côté positif de la pierre devient négatif, & le côté négatif se change en positif. La même chose arrive, quand on met le Tourmalin sur un pied de verre, & qu'on l'échauffe ensuite aux rayons du Soleil réunis par un miroir ardent.*

Cette Expérience nous découvre la troisième Règle que le *Tourmalin* suit infailliblement, en ne manquant jamais de reprendre au bout de quelque tems son état naturel. Il n'y a aucunes circonstances qui puissent faire manquer cette Expérience ; mais quand, pour la faire, on échauffe le *Tourmalin* au dessus d'un charbon ardent, il faut, si l'on a dessein d'observer ce phénomène d'une manière tout à fait distincte, ne point ôter la pierre de dessus le charbon, mais l'y laisser posée, & ensuite examiner quelle sorte d'électricité elle montre. Car, si on vouloit l'ôter de dessus les charbons, & la mettre sur le pied de verre susdit, l'Expérience échoueroit presque toujours. En effet, quand on ôte le *Tourmalin* de dessus le charbon, le retour à l'état naturel se passe fort vite, & avant qu'on ait eu le tems de le mettre sur le pied de verre ; & de là vient qu'en examinant la pierre, on la retrouve ordinairement déjà dans son état naturel, & qu'il est fort rare d'observer de foibles indices de l'électricité négative sur le côté positif, ou de l'électricité positive sur le côté négatif.

J'ai beaucoup de raison de croire, que dans l'Expérience qui vient d'être rapportée, & dans la manière d'y procéder, l'inégalité inévitable dans l'échauffement des deux surfaces, devient la cause pourquoi, toujours au commencement, le *Tourmalin* passe à un état opposé à celui qui lui est naturel. Car, quand je l'ai mis entre deux métaux également chauds, ou entre deux plaques de verre aussi d'une même chaleur, il arrive tout d'abord qu'il obtient son état naturel, tout aussi bien que quand il a été mis dans l'eau, ou dans quelque autre matière fluide qui l'échauffe de toutes parts. Il y a encore d'autres Expériences, outre celle dont il s'agit ici, qui me conduisent presque à une pleine conviction que les deux Loix suivantes peuvent être posées comme des règles fondamentales.

1. Quand



1. „ Quand un côté du *Tourmalin* est considérablement plus  
„ échauffé que l'autre , il est toujours dans l'état opposé à son état  
„ naturel.

2. „ Quand les deux côtés de la pierre ont une chaleur à peu  
„ près égale , la pierre est toujours dans son état naturel.

Il paroît au moins qu'on peut comprendre par là , pourquoi la pierre retourne toujours d'elle-même à son état naturel , puisqu'il est connu que la chaleur , dans toutes sortes de corps , se distribue en fort peu de tems partout d'une manière égale. Ces règles paroissent aussi fournir la cause , pourquoi le passage à l'état naturel se fait d'autant plus vite , que la chaleur a été plus grande d'un côté , ce que j'ai remarqué en diverses Expériences. Cela est aisé à comprendre , puisqu'il est certain que la communication de la chaleur d'une partie d'un corps à toutes les autres , se fait d'autant plus vite qu'il y avoit eu une différence plus considérable entre la chaleur de cette partie & celle des autres. Je soupçonne que c'est là la raison pourquoi , quand on échauffe le *Tourmalin* sur un charbon , le passage souvent mentionné se fait si subitement. Probablement la même chose arriveroit sur une plaque de métal ardent , ou du moins fort chaud ; mais je ne sçaurois pourtant l'affirmer d'une manière décisive , faute d'avoir pû faire jusqu'à présent les Expériences nécessaires.

V. *Le Tourmalin devient aussi électrique en le frottant. Afin de pouvoir bien déterminer les règles qu'il suit par rapport à l'électricité qui lui est donnée de cette manière , il faut distinguer les cas suivans.*

1. „ Quand on frotte le *Tourmalin* contre un drap de laine avec  
„ la main , & qu'on le fait assez fort pour qu'il acquière par ce moyen  
„ une chaleur sensible , alors le côté frotté devient toujours positive-  
„ ment électrique , & l'autre négativement. En frottant ainsi alterna-  
„ tivement les deux côtés , on peut changer celui qui étoit positif en  
„ négatif , & réciproquement. Mais , dès qu'on a cessé , le *Tourma-*



„ *lin* retourne toujours de lui-même à son état naturel. Cette Expé-  
„ rience réussit toujours, pourvu seulement que la pierre ait acquis  
„ une chaleur sensible en la frottant.

2. „ Si au contraire l'on frotte de nouveau la pierre comme au-  
„ paravant, simplement avec la main contre un drap de laine, mais  
„ foiblement, & si peu qu'il n'en acquière pas partout une chaleur sen-  
„ sible, tout se passe comme auparavant, excepté que le retour à l'état  
„ naturel n'a pas lieu. Car, si en frottant le côté négatif de la pierre  
„ contre le drap, on fait passer le *Tourmalin* à l'état qui ne lui est pas  
„ naturel, (& pour cela il suffit de le passer une ou deux fois sur le  
„ drap,) ensuite, tant qu'il reste quelque trace d'électricité, le côté  
„ positif demeure négatif, & le côté négatif positif.

3. „ Quand on affermit le *Tourmalin* par devant à un tube de  
„ verre, & qu'ensuite on le frotte contre un drap de manière qu'il ne  
„ s'échauffe pas, & en prenant la précaution, que, soit pendant le  
„ frottement, soit aussi après, le côté non frotté de la pierre ne soit  
„ touché, ni par les doigts, ni par aucun autre corps non-électrique,  
„ alors les deux côtés du *Tourmalin* se trouvent doués de l'électricité  
„ positive, & le retour à l'état naturel ne s'ensuit point.

4. „ Enfin, quand on affermit comme auparavant le *Tourmalin*  
„ à un tuyau de verre, & qu'on observe encore les précautions qui  
„ viennent d'être indiquées, sçavoir que le côté de la pierre qui n'a  
„ pas été frotté, ne soit touché par aucun corps non-électrique; si  
„ après cela on frotte la pierre jusqu'à l'échauffer d'une manière sen-  
„ sible, alors comme auparavant les deux côtés deviendront positifs,  
„ mais le *Tourmalin* retourne ensuite infailliblement de lui-même à  
„ son état naturel.

De ces Loix, rapportées jusqu'à présent, & que le *Tourmalin*  
fuit, lorsqu'il devient électrique, on peut tirer les conséquences sui-  
vantes, comme autant de propositions incontestables.

a) Le



α) Le *Tourmalin* possède deux sortes d'électricités tout à fait différentes l'une de l'autre, & qui n'ont aucune liaison entr'elles. La première lui est commune avec toutes les autres pierres précieuses, aussi bien qu'avec le verre, & les corps de la même espèce ; ainsi à cet égard il ne renferme rien de merveilleux, ou du moins rien qui lui soit particulier. La seconde espèce d'électricité lui est, autant qu'on le sçait, entièrement & uniquement propre ; elle a ses loix qu'elle suit, & qui ne conviennent qu'à elle seule : & c'est jusqu'à présent un exemple qui n'a pas son semblable.

β) De la première électricité du *Tourmalin* découlent tous les phénomènes qui arrivent en le frottant assez doucement pour que la pierre ne s'échauffe point. C'est ainsi qu'il devient électrique en le frottant contre un morceau de drap. Si, pendant qu'on le frotte, les mains nues, ou quelque corps non-électrique, touchent le côté qui n'est pas frotté, celui qui l'est, devient positivement électrique, & celui qui ne l'est pas, négativement ; mais, quand on l'affermi à un tube de verre, & qu'ensuite on le frotte, les deux côtés deviennent positifs. Cependant aucun des deux côtés de cette pierre, relativement à cette électricité, n'a rien qui le distingue des autres corps électriques. Toutes ces circonstances se trouvent dans les corps électriques de l'espèce du verre, & dans le verre commun tout aussi bien que dans le *Tourmalin*.

Il est suffisamment connu que toutes les propriétés que j'ai décrites se trouvent dans chaque corps de l'espèce du verre, à l'exception peut-être du second point, c'est à dire, que tout le monde n'est pas également au fait du changement qui arrive, lorsqu'on touche avec les mains nues des corps de l'espèce du verre qui ont été frottés, le côté non frotté devenant alors négativement électrique. Quand on voudra répéter l'Expérience, on trouvera qu'elle confirme toujours ce phénomène de la manière la plus complète ; & quiconque est instruit des Expériences mémorables de Mr. *Francklin*, & de tout ce qui a été dit au sujet de la fameuse Expérience de *Leyde*, qui est accompagnée



d'une si violente secousse, s'appercevra bien d'avance, que les choses doivent arriver & se suivre, conformément à mon exposé. Les mêmes circonstances qui sont nécessaires pour charger le verre dans l'Expérience de la secousse, se trouvent ici, & par conséquent il en doit naître les mêmes effets. J'ai fait des observations toutes semblables par rapport aux corps résineux, avec cette différence, que quand on les frotte avec la main, le côté frotté devient négativement électrique, & celui qui ne l'est pas, acquiert la vertu positive. Je remarque en passant, que c'est là une preuve qui ne sauroit tromper, que même sans verre, avec des corps résineux, l'Expérience de la secousse est possible ; ce que tous les Auteurs qui ont écrit jusqu'à présent de l'électricité, s'accordoient à nier.

γ) L'électricité propre du *Tourmalin* est entièrement différente de la précédente. Elle suit aussi de tout autres loix. Chacune de ces deux électricités peut être excitée indépendamment de l'autre ; & bien qu'elles puissent exister ensemble, c'est pourtant toujours sans qu'il y ait aucun rapport, ni aucune liaison entr'elles. Cette électricité particulière au *Tourmalin* n'a besoin pour être produite que d'un certain degré de chaleur ; & il est parfaitement indifférent quelle sorte de chaleur on emploie. Dès qu'il en existe une qui a le degré requis, aussi-tôt, en vertu de la structure intérieure & de la constitution de la pierre, un côté se trouve doué de l'électricité positive, & l'autre de l'électricité négative. Quand les côtés de la pierre sont également échauffés, alors il y a toujours un côté déterminé qui est positif, & l'autre négatif ; mais, quand les côtés reçoivent une chaleur inégale, le côté qui est ordinairement positif, devient négatif, & celui qui étoit négatif, se change en positif, ce qui dure aussi longtems que la distribution inégale de la chaleur.

Cette électricité propre au *Tourmalin*, dont nous venons de donner la description, ne peut manquer de lui attirer l'attention de ceux qui étudient la Nature, sans qu'il soit besoin de leur en dire davantage, pour les engager à tourner leurs recherches vers cet objet.

Je



Je profiterai de cette occasion pour parler encore d'une autre Expérience électrique remarquable, sur laquelle il n'y a pas longtems que je suis tombé : voici dequoi il s'agit. Il est connu que presque tous ceux qui ont fait des Expériences sur l'électricité, ont cherché dans la nature particuliere du verre la raison de la secousse électrique qui arrive dans l'Expérience de Leyde. Mr. l'Abbé *Nollet* a essayé si la même chose pouvoit arriver avec des vaisseaux de poix, ou de la cire d'Espagne ; mais il déclare qu'il n'a jamais réussi à produire par cette voye le phénomène en question. Mr. *Francklin* lui-même croit, que le verre est indispensablement nécessaire pour cette expérience, & qu'il produit l'effet observé, en vertu de sa structure intérieure, au sujet de laquelle ce Physicien a imaginé une hypothese tout à fait forcée & dénuée de vraisemblance. En attendant, la propre théorie sert à prouver le contraire, puisque tout ce qui est requis, suivant cette théorie, pour produire la secousse, ne se trouve pas dans le verre, entant que verre, mais entant que corps qui possède l'électricité en propre, & qui en cette qualité ne fait rien autre chose que de mettre obstacle au passage de la matiere électrique d'une surface à l'autre. La secousse même peut s'expliquer beaucoup plus aisément par cette propriété de la matiere électrique, que Mr. *Francklin* a lui-même découverte, & qu'il a démontrée par des Expériences très convaincantes ; propriété en vertu de laquelle les parties de cette matiere se poussent réciproquement, ou coulent l'une devant l'autre. C'est là sans doute la cause immédiate de la secousse ; & elle peut servir en même tems de principe pour expliquer d'une maniere tout à fait naturelle & satisfaisante toutes les autres circonstances qui se manifestent dans les phénomènes de l'électricité. Le verre n'entrant donc ici pour rien de particulier, & ne servant qu'à empêcher le passage de la matiere électrique d'une surface à l'autre, & à arrêter le cours des étincelles entre ces surfaces, on peut supposer, & mettre à la place du verre, toute autre matiere, qui sera en état d'effectuer les mêmes choses, & qui par conséquent produira tout aussi bien la secousse électrique. Tous les corps qui possèdent l'électricité en propre, se trouvent dans le cas ;  
&





& par conséquent on doit pouvoir parvenir à exciter la secousse par le moyen du soufre, de la cire d'Espagne, & même avec le seul secours de l'air, qui est aussi du nombre des corps électriques par eux-mêmes. De semblables réflexions, que j'eus lieu de faire dans une certaine occasion, me convinquirent de la possibilité de la chose, & m'engagerent à essayer si l'Expérience s'accorderoit avec les conséquences que j'avois tirées de la théorie de Mr. *Francklin*. Je m'y suis pris pour cet effet de la manière suivante. Je suspendis deux surfaces couvertes de métal l'une à côté de l'autre, de manière qu'elles étoient parallèles, & la distance de l'une à l'autre dans tous leurs points étoit d'un pouce à  $1\frac{1}{4}$ , sans qu'elles se touchassent nulle part médiatement, ni immédiatement. L'électricité fut conduite du globe électrisé à une de ces surfaces, & l'autre la reçut par le moyen d'une chaîne, qui trainoit sur le plancher, & qu'on y avoit fait parvenir, afin que la matière électrique qui en étoit chassée par la répulsion, s'écoulât, & que la surface même pût acquérir l'électricité négative. Tandis que ces choses se passoient, j'éprouvai une forte secousse, tout à fait semblable à celle qui est communément produite par le moyen du verre. Cette Expérience ne réussiroit pas avec de petites surfaces; & son effet devient d'autant plus sensible que les surfaces qu'on emploie sont grandes. Celles dont je me suis servi, avoient chacune  $7\frac{1}{2}$  pieds quarrés, & elles étoient de bois, couvert de ces feuilles d'étain qu'on applique aux glaces de miroir.

Après le succès de cette Expérience, on ne sauroit douter, que toute matière électrique par soi-même, tant fluide que solide, ne soit capable de produire l'effet de la secousse. Peut-être que les gobelets de poix de Mr. l'Abbé *Nollet* ont eu trop d'épaisseur, le verre lui-même, lorsqu'il est trop épais, affoiblissant le coup qui arrive dans cette Expérience; ou, ce qui me paroît encore plus vraisemblable, comme la poix & la cire d'Espagne, quand on les fond, se remplissent de bulles d'air, & de cavités intérieures, peut-être que le vaisseau de ce Physicien avoit quelque ouverture cachée, par laquelle la matière électri-





électrique s'écouloit, & passoit d'une surface à l'autre, sans qu'on s'en apperçut. Si Mr. l'Abbé *Nollet* avoit employé le soufre qui se laisse fondre d'une manière plus compacte, son Expérience auroit eu probablement le succès qui lui a manqué.

Je laisse à ceux qui s'occupent de l'étude de la Nature le soin de tirer de l'Expérience que je viens de rapporter les conséquences qui en découlent, & qui sont extrêmement favorables aux notions que Mr. *Francklin* a données de l'Électricité.

# EXPÉRIENCES CHYMIQUES CONCERNANT L'ÉTAIN,

PAR M. MARGGRAF.

*Traduit de l'Allemand.*

## I.

Dans le Mémoire inséré au Tome III. de ceux de notre Académie, où j'ai prouvé l'existence de l'Arsenic dans l'étain, aussi bien que la solution réelle de ce métal dans les acides des végétaux, vérités que je crois avoir mises au dessus de toute exception ; j'ai promis en même tems, dans le dernier paragraphe de ce Mémoire, que j'examinerois plus au long, & d'une manière plus directe les relations de l'étain avec les autres corps ; mais le tems & les circonstances où je me suis trouvé depuis, ne m'ont pas permis jusqu'à présent d'effectuer entièrement mon dessein, & de dégager ma promesse. Je vais donc commencer à le faire, en tirant du Journal de mes opérations chymiques le récit de quelques essais que j'ai déjà faits sur l'étain ; & je les continuërai dans la suite, pour parvenir à découvrir, s'il est possible, les parties constitutives de ce métal.

II. Il arrive souvent, dans la fusion des métaux, lorsqu'elle se fait à un feu véhément dans des vaisseaux ouverts, ou légèrement fermés, que les parties déliées, sur lesquelles celui qui travaille voudroit faire des recherches ultérieures, s'échappent, & qu'on ne sçauroit les recueillir, tant qu'on ne prend pas d'autres arrangements. La même chose arrive à l'égard de l'étain, surtout quand on le calcine à découvert. C'est ce qui m'a fait prendre la résolution d'essayer une fois la fusion continuée plusieurs heures, de ce métal dans des vaisseaux exactement fermés. Pour cet effet donc, je pris une retorte de terre bien

bien garnie, qui pouvoit contenir environ douze onces d'eau ; j'y mis deux onces de l'étain d'Angleterre le plus pur & le plus fin, rapé ; j'y appliquai un récipient : & après avoir bien placé mon vaisseau dans le fourneau dont je me sers pour la distillation du phosphore, & auquel je puis donner le degré le plus véhément de feu ; je conduisis ce feu par degrés jusqu'à l'incandescence ; je l'augmentai ensuite jusqu'à ce qu'il eut atteint sa plus grande véhémence, & je le fis durer trois heures de suite, après quoi je laissai refroidir les vaisseaux. Je trouvai après le refroidissement dans le cou de la retorte un sublimé blanc qui s'y étoit attaché ; mais il y en avoit trop peu pour qu'on pût le soumettre à aucune épreuve. Mon étain dans la retorte paroissoit fort beau & brillant, & s'étoit fondu en une masse, qui s'étoit affaissée au milieu, où il y avoit un creux profond. Mais je remarquai aux côtés une matière vitrescente, d'une couleur d'hyacinthe un peu obscure, qui entouroit le bord de l'étain réuni par la fusion. Là dessus ayant pesé mon étain, je trouvai qu'il me rendoit une once, sept dragmes, & deux scrupules ; de sorte que dans le travail précédent il avoit souffert vingt grains de perte. Quant au sublimé dont j'ai fait mention, j'estime jusqu'à présent qu'il étoit arsenical : & pour ce qui regarde ces scories couleur de hyacinthe, elles me paroissent venir des particules déliées de fer qui se sont trouvées dans l'étain.

III. Je recommençai le même travail de fusion avec deux onces de mon étain d'Angleterre, mais en m'y prenant d'une autre manière. Je mis l'étain dans un creuset ordinaire à fondre de Hesse proportionné ; je le couvris avec un autre creuset semblable qui s'y ajustoit exactement ; & ayant bouché le mieux qu'il étoit possible toutes les ouvertures, je mis le tout dans un fourneau de fusion, auquel je pouvois donner le feu le plus véhément. J'entreteins ce feu pendant la durée de trois heures. Quand ensuite le creuset fut refroidi, & que je l'eus brisé, je trouvai mon étain tout à fait au même état où il étoit resté dans l'opération précédente, & ayant le bord pareillement entouré d'une matière vitrescente. Le déchet étoit aussi le même ; mais je ne pus rien remarquer qui se fut attaché au creuset supérieur.



IV. Là dessus je mêlai une once de la limaille d'étain susdite bien nette avec parties égales de charbon pilé ; je mis ensuite ce mélange dans une retorte d'argille bien garnie, & dont le cou étoit très exactement nettoyé ; & quant au reste je procédai tout comme dans le §. II. avec l'étain pur, ayant aussi donné au feu la même véhémence & la même durée. Mais de cette manière je ne trouvai aucun sublimé dans le cou de la retorte ; & pour l'étain, malgré la violence du feu, il ne s'étoit point fondu ensemble, mais il paroissoit noir & pulvérisé. En ayant lavé le charbon, je trouvai mon étain réduit en fort petits grains.

V. Je pris encore une once de l'étain net susdit, & je le mis dans un creuset de Hesse, qui pouvoit contenir environ quatre onces d'eau ; je posai dessus une plaque de cuivre parfaitement poli, & taillée tout exprès pour s'ajuster au creuset, de façon qu'elle ne touchât point l'étain en fusion, en étant environ à un pouce de distance. Là dessus je couvris le creuset avec un autre qui s'y ajustoit exactement, & ayant bien luté toutes les ouvertures, je plaçai le tout sur un pié d'estal dans un fourneau de fusion, & je le couvris avec des charbons, en sorte pourtant que le creuset de dessus n'en étoit pas touché. Après cela je donnai pendant environ une heure à une heure & demie un feu modéré, afin qu'il put cuire l'étain, sans fondre la plaque de cuivre. Ayant ensuite laissé refroidir les vaisseaux, & ôté le creuset supérieur, je n'y trouvai point de sublimé. La plaque de cuivre n'avoit été enduite d'écume nulle part, & je n'y remarquai aucun endroit qui eut commencé à se disposer à la fusion, excepté qu'il ne parut plus aussi poli. Cependant, après l'avoir écurée avec du sable, je n'y vis rien de blanc, comme je m'y étois attendu, à cause de l'arsenic contenu dans l'étain, & que le feu devoit nécessairement avoir fait monter en vapeurs ; mais toutes les apparences du cuivre étoient demeurées les mêmes. Néanmoins, sous cette plaque d'étain se trouva une pellicule blanche, friable, & tout à fait semblable aux fleurs de zinc, qui couvroit l'étain, & qui n'étoit peut-être autre chose en effet



fer que des fleurs de zinc. C'est ce que je ne saurois pourtant encore décider, jusqu'à ce que je m'en sois faitement convaincu, en continuant mes expériences sur l'étain. En attendant je ne crois pas que ce soit l'arsenic sorti de l'étain, parce que

1. Cette matiere fourient un feu assez fort ;
2. Son tissu semblable à de la laine témoigne plus de chaux que de zinc ; &
3. Elle ne blanchit pas le cuivre, comme le fait fort aisément l'arsenic. Qui sait au juste quelle sorte de produit ce peut être ? Des travaux ultérieurs & de nouvelles observations pourront nous le faire mieux connoître.

VI. Les raisons que je viens d'alléguer dans le §. précédent, ne sont pas les seules qui m'engagent à prendre cette matiere pour analogue au zinc ; car le célèbre Mr. *Henckel*, dont l'habileté est suffisamment connue, dans sa *Pyritologie* imprimée à Leipzig en 1725. p. 574. dit déjà de l'étain, qu'on peut sans aucun mélange en tirer du zinc, & qu'en rompant les fourneaux où l'étain a été en fusion, on y trouve une matiere de zinc ; & dès la p. 272. il témoigne qu'il avoit là dessus des Expériences suffisantes. Je ne manquerai pourtant de m'attacher dans la suite à conduire cette assertion à une plus grande certitude.

VII. L'espece de bruit que fait l'étain le plus pur, lorsqu'on le plie, étant quelque chose de particulier, qu'autant que je le sache ne convient pas aux autres métaux ; je n'ai pas balancé à l'attribuer à l'arsenic qui y est encore caché, & aux parties martiales qui ont été fonduës ensemble. Cela m'a engagé à chercher s'il n'y auroit point quelque moyen d'ôter à ce métal cette propriété. J'ai pris deux onces de mon étain pur d'Angleterre, & deux onces de sel de tartre bien net, (& l'on pourroit mettre à la place de ce sel tout autre alcali bien purifié ;) j'ai arrangé le sel & l'étain par couches dans un creuset à fondre spacieux, que j'ai couvert avec un autre qui s'y ajustoit ; je les ai soigneuse-



neusement lutés, puis je les ai mis dans un fourneau de fusion, & j'ai donné un feu violent pendant une heure. J'ai ensuite laissé refroidir le tout, & ayant brisé le creuset inférieur, j'y ai trouvé mon étain d'un beau brillant, & couvert par dessus de scories d'un blanc verdâtre. J'ai séparé ces scories; j'ai fondu encore une fois mon étain doucement, & je l'ai versé dans une lingottière. Cet étain pesoit encore une once, cinq dragmes, & quinze grains, ayant ainsi perdu deux dragmes & demie, & quinze grains. Ce métal n'étoit pas à la vérité dépouillé du bruit, ou frémissement, dont nous avons parlé; cependant, en le rompant, il paroissoit avoir souffert un changement considérable.

Je ne manquerai pas de donner la continuation de ces Expériences sur l'étain, me trouvant à présent dans une situation assez favorable pour m'y remettre avec une nouvelle force.



# DISSERTATION

## SUR DES FLEURS

DE

*L'ASTER MONTANUS, ou PYRENAÏQUE,*

PRE'COCE, A' FLEURS BLEUËS, ET A' FEUÏL-

LES DE SAULE, EMPREINTES SUR L'ARDOISE,

PAR M. LEHMANN.

*Traduit du Latin.*

**L**a Nature se jouë en mille manieres, & produit des milliers de formes & de figures différentes, non seulement sur la surface de la terre, mais même dans les lieux les plus profonds & les creux les plus souterrains. C'est ce que ne sçauroient nier ceux qui ont la moindre teinture de l'Histoire Naturelle. Je passe sous silence pour le présent tant d'especes de pierres précieuses, de métaux, & de minéraux, & ce nombre innombrable de toutes sortes de pierres, de terres, de sels, &c. Si je voulois entrer à cet égard dans quelque détail, cela donneroit beaucoup trop d'étendue à ce Mémoire. Mais ce que j'admire particulièrement, c'est cette espece de passage des végétaux & des animaux au règne minéral ; passage où règne tant d'art, & dont nous avons une foule d'exemples si manifestes, qu'ils doivent suffire pour convaincre tous ceux qui ne sont pas guidés par un esprit de contradiction, & ne se plaisent pas à combattre la Vérité, les yeux fermés, à la façon des anciens Andabates. On peut appeller ici en témoignage tant de coquillages pétrifiés, & néanmoins couverts encore de leur coquille naturelle, aussi bien que les os & les bois sans nombre qui ont éprouvé le même état de pétrification, & qui déposent hautement



ment en faveur de la vérité de cette étonnante métamorphose. Pour ne pas garder cependant un silence entier sur ces phénomènes, je remarquerai qu'on ne doit pas être si surpris de voir des coquillages revêtir une forme pierreuse, que de ce qui arrive à des corps plus mous, plus tendres, & mucilagineux, tels que sont les végétaux, qui dépouillent souvent ces qualités sous terre, pour prendre la plus grande dureté des pierres. En effet les testacées, avant que de subir ce changement, contenoient déjà une terre calcaire, & se trouvoient par là dans une plus grande proximité du règne minéral ; au lieu qu'il en est tout autrement des végétaux. Cependant, puisque l'expérience quotidienne nous apprend que la chose arrive, & que tant de collections faites par les plus savans hommes, en mettent sous nos yeux des exemples si frappans, nous regardons le fait comme incontestable, bien que nous ne puissions encore découvrir de quelle manière la Nature procède en opérant ce changement. Tous ceux qui rapportent les témoignages & les exemples dont nous venons de parler, à de simples jeux de la Nature, sont dans l'erreur ; & les idées qu'ils se trouvent réduits à concevoir sur l'origine de ces productions, manquent de toute vraisemblance.

II. Cependant les végétaux qu'on trouve dans les lieux souterrains, diffèrent de plusieurs manières entr'eux. Les uns sont devenus totalement pierreux, les autres seulement en partie. C'est ainsi, par exemple, que, dans ma petite collection, je conserve un lithantrace, ou charbon de terre véritable, qui n'est lithantrace qu'en partie, & qui en partie a conservé son ancienne nature ligneuse, de façon que le couteau y peut entrer : ce morceau a été trouvé près de Dresde. Quoique de pareils cas se présentent rarement, ils ne laissent pas de suffire pour prouver la vérité dont il s'agit. Une quantité innombrable de morceaux de bois, principalement de chêne, ont été changés en mine de fer ; surtout à *Orbisau* en Bohême, où l'on a trouvé en abondance de ce bois pétrifié, & même des arbres entiers, dont on s'est servi pendant plusieurs années avec profit, en les fondant avec les autres



tres minieres de fer, pour en tirer ce métal. Je ne m'arrête pas aux bois changés en agathe. Il y a encore une troisième sorte de végétaux, qu'on peut trouver dans les minéraux, où ils sont imprimés & exprimés. C'est à quoi il faut rapporter tant de dendrites dont on trouve l'empreinte non seulement sur des ardoises, mais encore sur des pierres cornues, des cailloux, des agathes, & même sur des grenades, principalement sur les orientales. On peut alléguer à ce sujet en témoignage tant d'espèces d'herbes, qu'on voit peintes, surtout sur l'ardoise; par exemple, la fougere, le capillaire, le polypode, l'hépatique, le glayeul, la prêle, ou queue de cheval, l'herbe des morets noirs & rouges, &c. dont les Curieux gardent une infinité d'exemples dans leurs Cabinets, de façon que personne ne conserve plus aucun doute au sujet de ces plantes. Mais je ne me rappelle pas qu'il y ait beaucoup de Naturalistes qui aient parlé de fleurs imprimées sur des pierres, ou plutôt je n'en sache aucun; tandis que plusieurs au contraire soutiennent qu'on trouve bien des Plantes empreintes, mais jamais des fleurs. C'est ainsi, par exemple, que le célèbre *Henckel*, qui s'est rendu immortel dans la Minéralogie, dit à la p. 545. de sa *Flora saturniana*. „Parcourez tous les Cabinets & toutes les collections de  
„ curiosités naturelles, & dites-moi si vous y trouverez rien dans ce  
„ genre, outre la queue de cheval, la fougere, le polypode, les mo-  
„ rets, le glayeul, les deux sortes d'hépatiques, & d'autres plantes  
„ semblables, d'une nature sèche & dure. Un peu plus bas il ajoute :  
„ s'il faut regarder toutes ces empreintes comme des jeux de la Natu-  
„ re, pourquoi ne trouvons-nous pas aussi des fleurs de rose, des ca-  
„ lices de tulipe, &c. Pourquoi la Nature ne s'est-elle pas proposée  
„ de travailler à l'imitation des fleurs les plus élégantes? „ *Wallerius*  
parle dans sa *Minéralogie*, de pierres où l'on trouve des figures de ri-  
ges, de feuilles, de fruits, mais il garde un profond silence sur les fleurs. On n'en trouve non plus aucune mention dans *Scheuchzer*, ni dans *Buttner*. Le premier à la vérité dans son *Herbar. Diluv.* Tab. III. f. 3. rapporte d'après le *Litophylac. Britann. Ichnograph.* de *Luidius*, la figure d'une fleur qu'il prend pour le gratteron à feuilles épaisses, ou



pour l'Alyffe, ou pour le Myagre ; mais j'avouë ingénument, qu'après avoir attentivement examiné cette figure, je n'y ai trouvé aucune ressemblance avec les Plantes susdites. On diroit plutôt que c'est la queue de cheval ; car au milieu manque le rond où les étamines doivent être placées. Je n'ai remarqué non plus aucunes découpures aux pétales de ces fleurs, quoiqu'il dût s'y en trouver, si ç'avoient été les especes indiquées. Ainsi on ne sauroit alléguer ces figures à bon droit pour des figures de fleurs. Le célèbre Mr. de *Jussieu*, dans l'Histoire de l'Académie des Sciences de Paris de 1718. & dans un Mémoire de la même année, *sur des empreintes de Plantes dans les pierres*, rapporte plusieurs Plantes imprimées sur l'ardoise, surtout d'entre celles qu'on tire de la mine de charbon de pierre qui est près de *Chaumont* ; mais il ne dit pas un mot d'empreintes de fleurs. *Suedenborg*, dans son Ouvrage minéral sur le cuivre & le léton, a fait graver, p. 168. plusieurs figures de plantes empreintes sur l'ardoise ; mais, ni lui, ni aucun autre Auteur de Minéralogie, ne paroissent avoir la moindre connoissance des fleurs. J'ai donc dessein de communiquer ici au Monde savant l'histoire d'une fleur empreinte sur une ardoise noire, non pour acquérir par là une vaine gloire, mais pour fournir occasion à d'autres d'examiner la chose plus attentivement, & s'ils font quelque découverte plus importante, de ne pas l'envier au public.

III. Il y a quelques semaines que, pour m'acquitter de mes fonctions dans la visite des mines dont l'inspection m'a été confiée, je parcourus la contrée qui est auprès de *Nordhausen*, dans le Comté de *Hohenstein*. La curiosité, jointe à quelques autres raisons, m'engagea d'entrer dans cette carrière voisine du Cloître d'*Ihlefeld*, d'où l'on tire des charbons de pierre. Avant que de m'enfoncer dans les entrailles mêmes de la Terre, je considérai fort attentivement les monceaux de charbons déjà tirés de la mine, aussi bien que ceux des pierres qu'on avoit détachées en même tems, & que les Mineurs appellent *Berge*. Mon intention étoit, au cas que le hasard me présentât des empreintes d'herbes sur l'ardoise, d'en grossir ma petite collection de

de curiosités naturelles ; & voici , contre toute attente & espérance , que parmi diverses pierres en forme d'ardoises qui se trouvoient dans ces monceaux , j'apperçois des ardoises noires presque toutes brisées , qui me présentent les plus belles figures de fleurs . Je laisse à juger de l'excès de ma joye à ceux qui prennent plaisir aux mêmes recherches . Il n'y en avoit pourtant pas assez pour satisfaire ma curiosité & celle de mes amis ; car , excepté trois ou quatre pieces qui représentoient des figures entieres , le reste ne consistoit qu'en fragmens & en vestiges effacés , qui paroissoient avoir été détruits sans l'action d'aucune force extérieure . Ne pouvant d'abord découvrir la cause de ce que je voyois , je regardois avec inquietude de tous côtés , jusqu'à ce que je découvris de grosses boules , en assez grande quantité , éparées çà & là , & qu'on avoit tirées de la terre en même tems que l'ardoise . Les ayant brisées avec le marteau , je trouvai qu'elles étoient pyriteuses , & par conséquent qu'exposées au grand air , elles attiroient l'humidité , s'affaïssoient , & détruisoient avec elles les minéraux qui les environnoient . Tout ce que je viens de rapporter , s'étoit passé en plein air . Mais , comme un Physicien ne doit pas borner les recherches aux apparences extérieures , & qu'il ne s'estime heureux qu'autant qu'il peut découvrir les causes mêmes .

*Felix si possit rerum cognoscere causas ;*

j'entrai dans le fonds même de la carrière d'où l'on tire les charbons de pierres , & j'observai que cette espece d'ardoise étoit une couche placée au dessous des charbons , qui reposent sur elle ; & que les Mineurs nomment *das liegende* . J'observai de plus que cette ardoise n'étoit pas partout de la même forme , nature , & épaisseur . Car tantôt c'étoit un plan où l'on ne voyoit aucun vestige d'empreintes , tantôt il étoit plus épais ou plus mince , ayant quelquefois à peine un pouce d'épaisseur , & bientôt après allant à trois ou quatre pouces . Il n'est pas rare de trouver cette ardoise compacte , dure , & d'une couleur cendrée ; mais on en rencontre aussi de tirant sur le noir , qui est divisée par lames , & fragile . Assez souvent plusieurs figures de fleurs ,



roujours cependant d'une seule & même espece, sont empreintes sur un morceau d'ardoise ; quelquefois il y en a moins, ou même une seule. J'ai trouvé des morceaux à la surface desquels ces figures étoient seulement marquées, tandis que dans d'autres elles se suivoient réciproquement en forme de couches. Cette ardoise n'étoit pas cachée partout sous les charbons, mais elle s'y rencontroit par intervalles, étant interrompuë, ici par une couche des globes pyriteux dont nous avons fait mention ci-dessus, là par une autre espece d'ardoise d'une couleur plus bleuâtre, nommée par les Mineurs *das blaue Schiefer-Gebürge*. Il y avoit dans cet arrangement des preuves certaines, que cette couche n'avoit pas existé dès la création du Monde, mais que quelque cas extraordinaire l'avoit portée & placée là. Voilà donc tout ce qui concerne l'histoire de ces fleurs souterraines ; il me reste à définir botaniquement, quelle est l'espece de fleurs à laquelle ces empreintes doivent être rapportées.

IV. C'est sur quoi j'ai longtems réfléchi avec attention, prenant tantôt les empreintes en question pour des fleurs de soucy, & tantôt pour des têtes de chardon. Enfin je leur trouvai une plus grande ressemblance avec les especes d'*Aster*, & en particulier avec celle qu'on nomme *Aster montanus*, ou *pyrenaicus*, à feuilles étroites, semblables à celles du saule, & ayant des fleurs bleuës. En effet il y a de la conformité entre cette espece & les pétales non seulement des fleurs, mais encore la forme du disque où les étamines sont placées, tant à l'égard de la figure, que de la grandeur & de la circonference. Les feuilles qui paroissent empreintes çà & là s'accordent avec celles de la même Planre ; de sorte que j'oserois presque affirmer comme une chose certaine, que ce sont les fleurs de l'*Aster montanus* à feuilles de saule, qui se trouvent représentées sur cette ardoise. Mais ce ne sont pas ces fleurs seules dont on y voit les empreintes : il y a encore des feuilles de roseau, & des traces de l'herbe de capillaire. Au premier coup d'œil je croyois devoir rapporter cette figure à quelque espece de soucy ; mais, après avoir comparé entr'eux plusieurs signes caractéristi-



tériftiques, j'ai conclu que c'étoit une efpece d'*After*. Les Botaniftes demeureront d'accord avec moi à la fimple vuë, que ces figures font tout à fait femblables à l'*After*. J'accorde volontiers qu'il eft très difficile de déterminer à quel genre proprement on peut les rapporter, & cela d'autant plus que la couleur des fleurs n'eft pas en Botanique un des moindres caractères tant des fleurs que des Plantes mêmes. Or il feroit inutile de chercher ces couleurs & leur éclat dans de femblables empreintes. Je n'ai pourtant confervé aucun doute fur la folidité de ma conjecture, ayant trouvé fur les montagnes les plus élevées de la forêt noire (*Hartswald*), & furtout fur celles qui font fituées aux environs de cette carrière de charbon de pierre, une grande quantité de la même herbe en fleur. Mais venons plus directement au fait. Il s'agit de décrire la figure de ces fleurs, telle que l'ardoife la repréfente, lorsqu'elle y existe tout entière. Dans une ardoife d'un noir cendré affez dur, on voit des fleurs dont les feuilles s'étendent du difque qui tient lieu de centre vers la circonférence. A la pointe chaque feuille eft légèrement découpée. Le difque offre quelquefois à la fimple vuë, & plus fréquemment à la loupe, des veftiges d'étamine. Sur un petit efpace font fouverit réunies plufieurs de ces fleurs empreintes. Je conferve, par exemple, une piece longue de fix pouces & large de trois, où l'on voit, outre plufieurs figures rompuës, fept fleurs entières. Ça & là font mêlées avec beaucoup d'élégance des feuilles de cette plante, & des veftiges de jonc, de capillaires, &c. Quelques foins que j'y aye apporté, je n'ai découvert aucune trace de poiffons, ou d'autres appartenances du règne animal.

V. Jusqu'à préfent j'avois fatisfait ma curiosité, éntant qu'elle avoit pour objet la connoiffance des figures d'*After*. Mais je brûlois encore d'un ardent defir d'approfondir la nature de l'efpece d'ardoife où ces figures étoient empreintes. Pour cet effet il faloit trouver le tems & les occasions de recourir aux Expériences. La premiere que je fis, deftinée à connoître fi cette ardoife étoit d'une nature calcaire, confiftoit à y verfer de l'acide de vitriol, de nitre, & de fel



commun ; & comme il n'en résulta pas la moindre effervescence, je fus convaincu que cette ardoise étoit d'une nature argilleuse. Une partie de la même ardoise, mêlée avec deux parties de borax, fut changée par la force du feu en un verre noir. Une autre partie, avec trois parties de sel alcalin, donna un verre de couleur d'ambre, mais ce ne fut qu'à un feu des plus violens. Par rapport aux métaux, qui prennent souvent l'ardoise pour matrice, les divers essais que j'ai faits, m'ont appris que cette recherche ne mérite aucune attention. A'une première épreuve, de cent livres d'ardoise j'ai tiré trois onces & demie de cuivre, & à une seconde une livre & demie. Au reste cette matière résistoit très longtems au feu, & se fondoit difficilement. Notre ardoise exposée à un feu plus libre ne rendoit aucune odeur, quoique j'eusse soupçonné qu'il dût en sortir une pareille à celle des charbons de pierre, étant née avec eux, & ayant été tirée en même tems de la terre. Cette même ardoise, en la brûlant plus longtems, donnoit peu d'odeur de soufre, mais on respiroit d'autant plus celle de l'arsenic ; phénomène dont je crois devoir attribuer la cause à ces boules de pyrite blanc, dont il a été fait mention ci-dessus. Aucun travail d'essayeur n'a pu y découvrir la moindre trace d'argent. Au reste cette ardoise, à cause de sa grande dureté, ne se laissoit pas fondre aussi facilement que les autres espèces d'où l'on tire le cuivre, ou dont on couvre les toits. Le défaut de tems, & des occupations plus importantes, ne me permirent pas de pousser plus loin ces Expériences.

VI. Je m'attachai ensuite à rechercher plus exactement la situation souterraine de cette ardoise. Mais, avant que de pénétrer dans l'intérieur, il falloit parcourir les routes qui y conduisent, pour observer ces différentes couches qui couvrent les veines horizontales, dites *flötze und deren dach*, & celles sur lesquelles ces veines reposent, *des flötzes ligendes*. Cela méritoit d'autant plus qu'on s'y arrêrât, que je remarquois fort bien, que ce n'étoit pas en vain que ces couches avoient été ainsi disposées. Il auroit été aussi inutile que dangereux de recourir là dessus aux Auteurs qui ont traité ces matières. J'avoué  
que





que le célèbre *Swedenborg*, dans l'Ouvrage que j'ai déjà cité, p. 168. dit qu'il a observé les couches des veines horizontales dans le Comté de *Mansfeld*, mais sans y remarquer aucun ordre. *Kiesling*, qui a fait la description des mines du même Comté, donne à la p. 8. un assez grand détail sur ces couches; mais, comme elles ne sont pas égales partout, & qu'en particulier, dans notre carrière de charbon, elles diffèrent beaucoup des autres, tant pour la forme que pour la matière, les observations de ces Auteurs n'ont pû m'être d'aucun usage. A' quoi il faut ajouter que ces deux Naturalistes n'ont pas descendu en terre plus avant que jusqu'à cette couche d'une pierre dure, martiale & rougeâtre, dite vulgairement *das wahre rothe feste todte*, sur laquelle repose l'ardoise qui contient le cuivre. Je voyois bien des peines & des travaux à effuyer pour aller plus loin, mais m'étant armé de courage, & ayant employé quelques Mineurs pour me seconder, je pénétrai dans les couches inférieures, & je les trouvai disposées de la manière suivante.

	Toises metalli- ques ( <i>Loebter.</i> )	Pieds.	Pouces.
1. Une terre grossière, ou terre de Jardin; <i>Garten Erde.</i>	-	-	-
2. Une pierre calcaire qui se laisse fendre, & qui put comme l'urine de chat, vulgairement <i>Stinckschiefer.</i>	6	-	-
3. L'alabastrite blanche dont on fait le gypse.	30	-	-
4. Le tuf, dit <i>Rauchvacke.</i>	-	1 $\frac{3}{4}$	-
5. La Pierre calcaire qui entre en effervescence avec les acides, vulgairement <i>Zechstein.</i>	2	-	-
6. Une pierre calcaire plus sablonneuse & plus grossière; <i>die Ober-Fäule.</i>	$\frac{1}{2}$	-	-
7. Une pierre compacte de terre argilleuse; <i>der Ueberschufs.</i>	-	-	1

8. Un



	Toises métal- liques V. (Lachter.)	Pieds.	Pouces.
8. Un composé de terre calcaire & d'argille ; <i>die zarte Fäule</i> .	$\frac{3}{4}$		
9. Une ardoise cendrée plus épaisse & plus impure, composée d'une terre calcaire & argilleuse ; <i>das Dach</i> .	—	1	4
10. Une ardoise d'une terre argilleuse noirâtre, contenant un peu d'argent & de cuivre ; <i>Mittelberge</i> .	—		6
11. Une véritable ardoise noire, purement argilleuse, contenant un peu de cuivre ; <i>Kamm-Schale</i> .	—		1
12. Une ardoise noire argilleuse, contenant un peu de cuivre ; <i>Mittel-Schiefer</i> .	—		4
NB. L'ardoise noire ordinaire, plus abondante en cuivre que les précédentes ; ( <i>gemeine Kupfer-Schiefer</i> .)	—		1
14. Une ardoise où se trouve la mine de cuivre, brillante & abondante ; <i>Flötz-ertzte</i> .	—		$\frac{1}{2}$
NB. Entre les Nos 12. & 14. il n'est pas rare de trouver des veines dont la situation se présente pour l'ordinaire plutôt perpendiculaire, ( <i>ganghaftig</i> ), qu'horizontale, ( <i>flötz-artig</i> ; ) de pareils intervalles s'appellent intervalles de veines horizontales, ( <i>wechsel</i> , ) & ils ont coutume d'être remplis de cadmie fossile métallique, de pyrite fort riche en cuivre, de verd de gris natif, & quelquefois aussi d'une galene plus ou moins abondante en argent.			



15. Un lit formé d'un peu de terre calcaire, mêlée avec de gros sable & de gros gravier ; les Mineurs l'appellent assez improprement *Hornstein*.

16. De l'argille bleuâtre ; (*der blaue Lettenschmitz*.)

17. Un lit d'un peu de terre argilleuse, calcaire, mêlée de parties martiales, de miette, de talc, de sable, & tout rougeâtre ; *das zarte todte*.

18. Une pierre dure, martiale, rougeâtre, composée de terre calcaire, de cailloux, de sable, &c. *das wahre rothe feste todte*.

NB. C'est jusqu'ici que sont parvenus les Auteurs cités ci-dessus dans l'examen des veines horizontales. Voici présentement ce que j'ai observé sous ces couches.

19. Un lit dur, pierreux, n'entrant point en effervescence avec les acides, & appartenant à cette espèce de pierres cornuës qu'on nomme peu exactement *Aspidos*. Il y a souvent dans ce lit des mimieres de fer, dures cependant pour la fonte, & pauvres, (*feuerwäcker Eisenstein*.) elles se laissent polir, & alors on les nomme *felsiges Gebürge*.

20. Une pierre sablonneuse composée d'un gros sable & d'une terre martiale, & toute rougeâtre ; *rother grober Sand*.

21. Une pierre sablonneuse composée d'un sable plus délié, & d'une terre martiale rouge ; *klarer rother Sand*.

Toises métalliques. V. (*Lachter*.)

Pieds. Ponces.

$\frac{1}{2}$

—

—

—

—

—

8

1

—

—

30.40.50.&c.

—

—

16

—

—

$\frac{1}{4}$

—

—

1

—

—



	Toises métal- liques V. (Lachter.)	Pieds.	Pouces.
22. Une ardoise rouge d'une terre ar- gilleuse avec des parties martiales ; <i>rothe</i> <i>Schiefern</i> .	6 — 8	—	—
23. Une pierre de couleur hépatique, composée de terre argilleuse, & de particu- les martiales, mais en petite quantité ; <i>le-</i> <i>ber-farbenes Gebürge</i> .	7 — 8	—	—
24. Une ardoise bleuâtre de terre ar- gilleuse ; <i>das blaue Kohlen-Gebürge</i> .	8 — 10	—	—
25. Une pierre cornuë cendrée fort dure ; <i>das Dach der Kohlen</i> .	$\frac{1}{4}$	—	—
26. Les lithantraces mêmes ; <i>Stein-</i> <i>Kohlen</i> .	$\frac{1}{4}$	—	—
27. Une ardoise bleuâtre d'une terre argilleuse de même couleur ; <i>Blaue-</i> <i>Schiefern</i> .	$\frac{1}{4}$	—	—
NB. C'est dans ce lit que se trouvent les empreintes dont on a parlé jusqu'ici, & les petites boules pyriteuses.			
28. Une pierre noirâtre, en forme d'ardoise, mais plus dure.	10	—	—
29. Un lit formé de terre calcaire ar- gilleuse, de sable, de cailloux, &c.	10	—	—
30. Un lit rouge tout à fait semblable à celui du No. 18. <i>das rothe Todte unter den</i> <i>Kohlen</i> .	20 — 30.	—	—
NB. On trouve souvent dans ce lit des corps de la grosseur & de la figure d'un œuf d'oye, qui sont de la même matière que le lit même, plus durs cependant, & qu'on peut en séparer.			

31. Une

31. Les veines métalliques perpendiculaires, & leurs matrices qui s'étendent à une profondeur plus ou moins grande, suivant les montagnes où elle se trouvent; *das Gang-Gebürge.*

Toises métalliques V. ( <i>Lachter.</i> )	Pieds.	Pouces.

On voit par ce qui vient d'être rapporté : 1. Que les lits mêmes qui pris ensemble composent les veines horizontales, descendent perpendiculairement dans les montagnes qui ont existé depuis l'origine du Monde, & y parviennent en quelques endroits jusqu'à la profondeur de  $205 \frac{3}{4}$  toises, (\*) & 4 pouces; ce qui revient à 1449 pieds & 7 pouces. 2. Puisqu'à une si grande profondeur on trouve des empreintes de fleurs qui sont au dessus de toute exception, il est évident que ces lits ont été formés, soit en un moment, soit peu à peu, certainement par hasard. 3. Les figures des fleurs & des plantes qui s'y trouvent empreintes, montrent qu'il y a eu un tems où la surface de la Terre a été submergée & inondée dans cet endroit, ou que tous ces lits y ont été transportés d'ailleurs; en un mot que leur arrangement est postérieur à la création du Monde. L'observation suivante fortifie mon sentiment. En considérant que les collines & les côteaux où ces lits sont renfermés, depuis le village de *Sachswerfen* qui est plus bas, vont toujours en montant, & cela pendant l'espace d'un mille, en suivant la pente de la montagne qui va se réunir aux montagnes les plus élevées de la forêt du Hartz, qui y sont adjacentes; j'ai d'abord mesuré cette pente qui donne une hypothenuse des 8000 pieds ci-dessus mentionnés; & la profondeur des lits étant égale à  $205 \frac{3}{4}$  toises & 4 pouces, ou à 1440 pieds & 7 pouces; ce qui fait l'autre côté du triangle; il en résulte que la base est égale à  $1 \frac{1}{2}$  mille d'Allemagne. Cela étant présupposé, il paroît avec la plus grande évidence que tous les

S 2

(\*) La toise métallique, dite *Lachter*, est de 7 pieds; ou de 84 pouces; mais la Géométrie souterraine l'a réduite en 100 pouces plus petits, afin de pouvoir profiter de la commodité du calcul décimal.

les lits dont on a donné l'énumération, sont tombés originairement des hautes montagnes de la forêt voisine, & que divers accidens les ont ensuite augmentés & accumulés. Il y a environ un an & demi que j'ai fourni au public une explication plus complète de l'origine des veines horizontales, dans un essai historique sur cette matière ; ainsi je me borne pour le présent, afin de ne pas donner trop d'étendue à ce Mémoire, à rechercher l'origine de ces fleurs empreintes sur l'ardoise.

VII. Quoique l'observation de semblables empreintes soit assez rare, elle n'a rien pourtant par elle-même qui doive causer une trop grande surprise. Le seul Auteur qui ait fait mention d'une fleur semblable à la nôtre, est Mr. *Volckmann*, dans sa *Silésie souterraine*, P. I. C. IV. §. 38. p. 113. Tab. XV. fig. 5. Il rapporte qu'auprès de *Lassig* en Silésie, parmi d'autres figures d'herbes empreintes sur une ardoise couleur d'orange, on en trouva une qu'il appelle *Aster angustifolius*, vel *pyrenaicus præcox*, flore cæruleo majori Horti regii Parisini, Et *Morisson*, Hort. Bles. Mais cette ardoise avoit été rencontrée presque à la surface de la terre ; & cette contrée montagneuse étant toute couverte de fleurs de cette espèce, il n'est point du tout surprenant, & c'est une chose très facile, que dans des tems peu éloignés, il y en ait eu quelcune que le hazard ait imprimée sur une terre martiale argilleuse, sans compter qu'on n'en a trouvé qu'une seule. Mais d'où peut venir l'abondance de ces fleurs dont nous avons rencontré les empreintes à une si grande profondeur, puisqu'il n'y a que les montagnes des environs qui en produisent ? Nous ne voyons ici que deux suppositions à faire ; car nous ne comptons pour rien une troisième qui consiste à recourir aux jeux de la Nature : on est en droit de la regarder comme l'asyle de l'ignorance, tant que les faits sont encore expliquables par des causes naturelles. Le premier cas qu'on peut donc supposer, c'est celui d'une inondation qui aura été répandue autour d'*Ihlefeld*, & des montagnes de la forêt voisine. Le second seroit celui de l'affaissement de ce même district. Quand on parle d'inondation, il ne faut pas d'abord penser à un Déluge universel, tel que ce-  
lui



lui qui est rapporté dans l'Ecriture Sainte, dont toute la face de l'Univers ait été couverte ; car il peut arriver des inondations particulieres, & l'expérience le prouve tous les jours. Les nuës surtout qui crévent, ne sont pas rares dans ces contrées, où l'on voit de fort hautes montagnes. L'immense quantité d'eau que le Ciel y verse dans ces occasions, arrache les arbres, jette la terre & les plantes du sommet des montagnes dans les vallées qui sont au dessous, de façon que les rochers demeurent tout nuds. On en rencontre beaucoup qui sont ainsi dépouillés dans le voisinage de cette mine de charbon de pierre, entre lesquels les plus remarquables sont le *Nadelöhr*, & le *Gänsechnabel*, sur lesquels *Behrens* a fait plusieurs remarques dans sa *Hercynia curiosa*, p. 116. & 118. Dans des tems plus récents & postérieurs à *Behrens*, une semblable rupture des nuées a encore changé l'état de deux autres rochers en dépouillant leurs sommets ; & à cause de la ressemblance de leurs figures, on les a nommés *le Moine & la Nonne*. Tous ces amas de terre, de pierres, de cailloux, ont insensiblement haussé les vallées, & produit des collines & des côteaux. J'estime donc que nos ardoises sont nées de la premiere cataracte semblable des nues, qui a entraîné les plantes & les fleurs dont on trouve l'empreinte sur ces ardoises. Dans la suite des tems, les pluies qui sont survenues, ne trouvant plus de terre à emporter, ont amolli les pierres les plus dures, le sable, & même la terre argilleuse & calcaire, & ont entraîné tout cela dans les vallées. De là plus les lits dont nous avons parlé sont placés vers le haut, plus ils sont durs, mêlés, & composés. Ce que nous voyons encore arriver tous les jours dans ces contrées, confirme mon sentiment. Les pluies détachent presque annuellement de ces montagnes, & surtout des rochers mis à nud, des pieces d'un poids énorme, qui monte assez souvent jusqu'à une centaine de quintaux ; les pluies, dis-je, entraînent ces masses, & les font rouler jusqu'au fonds des vallées. Faut-il s'étonner donc, si de pareilles choses arrivant depuis plusieurs milliers d'années, il se trouve à la fin des collines & des côteaux là où existoient auparavant des vallées ? Mais j'altérerois la vérité, si je voulois attribuer le phé-



nomene en question à cette seule cause. L'affaissement des terres y entre aussi pour beaucoup. Il ne suffit pas de l'avancer ; il faut le prouver. En observant attentivement la situation de cette contrée, j'ai remarqué qu'il y avoit tout à l'entour plusieurs étangs, & marais, dont il a été impossible jusqu'à présent, aux montels même les plus curieux, de trouver le fonds. C'est ainsi, par exemple, que pas loin de notre mine de charbon de terre, se trouve l'étang dont *Behrens* a fait mention, l. cit. p. 91. sous le nom de *Tants-deich*. De pareils affaissemens de terre se présentent en plusieurs endroits, & presque tous les jours il en arrive de nouveaux, dont la cause est bien évidente. En effet on rencontre sous terre, comme je l'ai rapporté au §. VI. une pierre calcaire, & au dessous de l'alabastrite. Ces deux sortes de matieres sont amollies, & comme fonduës, par l'eau qui est cachée dessous. Il faut remarquer que, dans les lieux qui vont en pente, les eaux coulent continuellement suivant le cours de cette pente ; mais dans les plaines l'équilibre les rend croupissantes ; ce qui produit à la longue l'entiere solution de l'alabastrite & de la pierre de chaux, qui est suivie du bouleversement total.

*Sic collapsa ruunt subditis culmina fulcris.*

Je ne prétens point que personne m'en croye sur ma simple parole ; il y a des preuves de fait à portée, & toutes récentes. La curiosité me fit entrer, il y a environ six ans, dans la caverne qu'on nomme le *Ziegen-loch*, & que Mr. *Behrens* a décrite, l. c. p. 82. Alors l'entrée de cette caverne étoit assez ouverte, de façon que j'y trouvais un accès libre. Deux ans après, cherchant la même ouverture, ce ne fut qu'avec une peine infinie, & même avec un extrême péril, que je la trouvais ; mais y ayant enfin réussi, quel changement ne remarquai-je pas dans cette caverne ? tout y étoit rempli d'eau, on ne rencontroit point de fonds, en un mot il n'y avoit plus que l'entrée qui fut demeurée accessible. Surpris que l'eau ne s'écoulât pas par cette entrée, je soupçonnai qu'il y avoit quelque canal caché qui servoit à son écoulement, suivant les loix de l'équilibre hydrostatique.

Pour



Pour m'en assurer, je fis répandre une grande quantité de paille sur cette eau, & ayant bien observé la pente des lits de la montagne, je trouvai, au bout de deux jours, à un mille & demi de là, de l'eau qui sortoit de la montagne, entraînant cette paille avec soi. Les choses étant ainsi, & non seulement les collines, mais aussi les plaines de ces contrées, étant remplies d'alabastrite & de pierre calcaire, on n'a aucun lieu de s'étonner, si je crois que la terre a pu s'affaisser dans la plaine avec les plantes & les fleurs, lorsque ces soutiens de pierre ont été ôtés & délayés. On ne doit pas être plus surpris de ce qu'au bout d'un long espace de tems, ces marais & ces étangs s'étant desséchés, on trouve au fonds d'un abyme des vestiges d'herbes & de fleurs, dont la terre des contrées depuis submergées avoit été autrefois ornée & revêtuë.

VIII. Ceci me paroît suffisant pour rendre raison de la figure de l'*Aster pyrenaicus*, à fleurs bleües, & à feuilles de saule, trouvé à une si grande profondeur, & pour expliquer son origine. Il ne me reste, en finissant ce Mémoire, qu'à placer ici un petit nombre de theses qui concernent le sujet que je viens d'y traiter.

1. Nos empreintes de fleurs ne doivent point être regardées comme des jeux de la Nature.

2. Ces fleurs imprimées par hazard sont la preuve de quelque révolution, qui a fait descendre dans ces lieux profonds ce qui étoit auparavant placé au sommet des plus hautes montagnes.

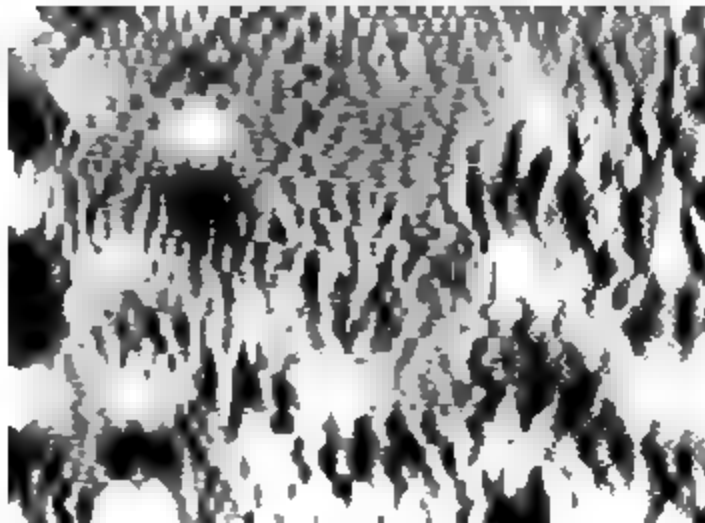
3. L'accident qui a causé cette révolution peut être expliqué, ou par l'inondation de la contrée, ou par l'affaissement de la terre; d'autant plus que quelquefois, ce que j'avois oublié de dire, on trouve en même tems des morceaux de bois changés en agathe. Cela est à la vérité assez rare; cependant j'en possède une piece trouvée dans cet endroit, où l'on peut fort bien distinguer l'écorce du bois, le tout étant d'agate.

4. On

4. On ne sauroit pourtant nier que, dans quelques endroits, ces deux causes n'aient pu concourir ensemble.

5. Ce n'est pas une opinion bien fondée que celle qui refuse aux plantes & aux végétaux remplis de suc, la force d'imprimer leur image, puisque l'*Asper* & ses fleurs ont plus de suc que l'hépatique, la fougère, &c.

6. Notre Globe terrestre n'a pas été encore suffisamment visité, pour que nous puissions avoir une parfaite certitude de tous les changemens qu'il a soufferts.





EXAMEN CHYMIQUE DU SEL,  
AUQUEL ON A VOULU DONNER LE NOM DE  
VÉRITABLE SEL ALCALI FIXE DE RHINOCEROS.

PAR M. MARGGRAF.

*Traduit du Latin.*

I.

**I**l n'y a pas longtems que notre illustre Académie Royale m'a remis un petit vase de verre, plein d'une certaine poudre saline, sur lequel celui qui l'avoit envoyée avoit écrit ; *sel alcali fixe de Rhinoceros*. On me chargea de soumettre à un examen chymique la nature de ce sel, dont on disoit beaucoup de merveilles dans un petit Ecrit qui y étoit joint, l'Auteur assurant qu'il l'avoit tiré de l'urine de ce Rhinoceros, dont il étoit le conducteur & le maître. Je me mis donc en devoir de faire à ce sujet les essais convenables, afin d'en présenter ensuite mon rapport à l'Académie.

II. D'abord le nom que l'Auteur donne à ce sel, m'a engagé à en prendre une portion que j'ai exactement pilée dans un mortier de verre avec la moitié de sel ammoniac, en humectant un peu ce mélange avec de l'eau chaude, pour découvrir s'il en sortiroit une humeur volatile ; mais mes narines n'ont pas saisi le moindre indice d'odeur urineuse. Cette seule expérience m'a suffisamment convaincu que ce sel ne pouvoit porter en aucune maniere le nom de sel alcali fixe. Je n'ai point pû y trouver non plus de sel ammoniac, ni rien d'ammoniacal, puisque l'ayant pilé avec un sel alcali fixe pur, il n'a pas donné le moindre indice d'urineux ; & même dans toutes les autres épreuves il n'a rien du tout fait voir d'alcalin.

III. Au contraire il a montré manifestement une disposition acide. Car ayant dissous une quantité de ce sel dans de l'eau distillée, & l'ayant filtrée, cette solution, en y versant de la solution de sel alcali fixe, a non seulement conçu de l'effervescence ; mais même, en laissant tomber une seule goutte de ladite solution sur du fer poli, elle l'a manifestement rongé, & y a laissé une tache cuivreuse, quoique fort petite ; & même ce sel, mêlé avec le sel alcali volatil, a produit une effervescence.

IV. Il s'agissoit donc présentement de rechercher de quelle nature étoit cet acide. Pour cet effet je mis deux dragmes de ce sel dans une petite retorte de verre garnie ; après quoi y ayant adapté un récipient, & luté les ouvertures, j'en ai entrepris la distillation par degrés à un feu découvert. Les vaisseaux étant ensuite refroidis, j'ai trouvé dans le récipient environ vint grains d'un esprit qui sentoit fortement le soufre. Cet esprit entroit dans une effervescence manifeste avec la solution de sel alcali fixe ; & l'ayant mêlé avec un sel alcali fixe dissous dans de l'eau, jusqu'à une saturation complète, j'y versai encore un peu d'eau, je procurai l'évaporation, je le disposai à la cristallisation, & j'obtins un tartre vitriolé ordinaire. Cela faisoit voir bien clairement qu'il y avoit dans ce sel un acide vitriolique.

V. Mais, comme de la manière susdite tout l'acide ne me paroisoit pas avoir passé par la distillation ; après avoir brisé la retorte, j'en tirai le résidu qui y étoit contenu, fort compacte & tout à fait blanc, pesant quatre scrupules, & dix grains. Ayant premièrement pilé ce résidu dans un mortier de verre, je le fis dissoudre dans de l'eau distillée, & je filtrai la solution, qui laissa dans le filtre une très petite quantité de terre blanche ; j'employai l'évaporation pour disposer cette solution filtrée à la cristallisation, & il se forma des cristaux, en partie tirant sur le blanc, & en plus grande partie un peu sur le verd, lesquels à la vue & au goût me parurent être d'une nature aluminoso-vitriolique.



VI. Je fis dissoudre de nouveau entièrement ces cristaux dans l'eau, & sur cette solution j'en versai peu à peu une de sel alcali fixe : alors il se fit une forte effervescence ; & une quantité médiocre de terre jaunâtre en se précipitant gagna le fonds. Ce mélange parfaitement saoulé de sel alcali fixe, fut filtré ; & la terre qui resta dans le filtre, ayant été édulcorée, j'observai qu'elle étoit manifestement martiale. Je fis évaporer la lessive claire qui avoit été filtrée pour la disposer à la cristallisation ; ce qui étant fait, j'obtins de nouveau un tartre vitriolé ordinaire. Cette Expérience fournit un nouvel indice que ce sel, quoiqu'on l'expose à l'action d'un feu couvert, conserve encore un acide vitriolique.

VII. De plus, je mêlai une dragme de ce sel avec partie égale de nitre dépuré pur ; je mis ce mixte dans une retorte garnie, & y ayant adapté le récipient, je conduisis la distillation par degrés jusqu'à l'incandescence. Depuis le commencement jusqu'à la fin de la distillation il s'éleva des vapeurs rouges. Tout étant refroidi, je trouvai dans le récipient un esprit acide de nitre, dégagé du nitre par le prétendu sel de Rhinoceros. Cet esprit saoulé d'une lessive de sel alcali fixe se mit d'abord en cristaux, qui étoient semblables au plus beau nitre. Je fis dissoudre dans de l'eau distillée chaude la masse saline, d'un brun tirant sur le rouge, qui étoit restée dans la retorte ; je fis évaporer cette solution auparavant filtrée, & je la disposai à la cristallisation : alors il se forma des cristaux qui étoient parfaitement semblables à ce sel qu'on nomme chez les Apoticaire *arcanum duplicatum*, & qui est préparé du *caput mortuum* de l'eau forte.

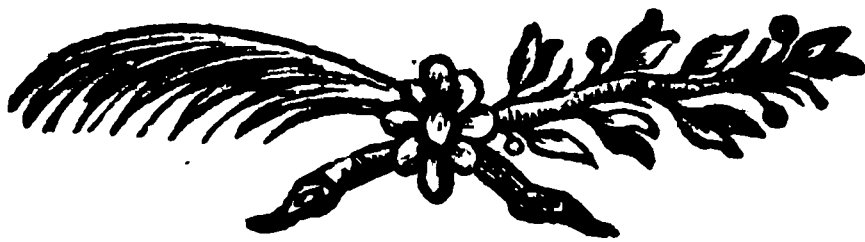
VIII. Qu'il y ait un acide vitriolique mêlé au prétendu sel de Rhinoceros ; c'est ce que démontre encore le mélange de ce sel, dissous dans l'eau, avec les terres calcaires mises en solution dans d'autres acides. La solution de craye, par exemple, faite dans l'acide du nitre, si l'on y verse la solution du sel de Rhinoceros, se précipite dans un moment, & fournit un magistère selenitique ; ce que produisent pareillement tous les sels moyens, dans lesquels se trouve un acide vi-



tristique. La solution de sel de Rhinoceros précipite aussi sur le champ la solution de Saturne ; mais je n'ai pu observer aucune précipitation sensible dans la solution d'argent & de mercure.

IX. Enfin, j'ai mêlé la solution du sel susdit avec cette lessive qu'on prépare du sel alcali fixe & du sang desséché par voye de calcination, & qu'on employe pour faire le Bleu de Berlin : ce qui étant fait, j'ai remarqué que, cette lessive étant versée, il tomboit aussitôt au fonds du vase un beau précipité bleu ; indice manifeste qu'il y a du fer mêlé dans notre sel.

X. Tout ce qui vient d'être rapporté au sujet de ce qu'on a voulu nommer sel alcali fixe de Rhinoceros, & les différentes épreuves auxquelles il a été soumis, découvrent assez à tous ceux qui sont versés dans la Chymie, ce que c'est que ce sel merveilleux & tant vanté, de quelles parties essentielles il est composé, & quel effet il est capable de produire sur le corps humain. Il sera en même tems très facile de comprendre que ce sel n'a dû en aucune façon être nommé sel alcali fixe, & qu'il est impossible qu'il ait été préparé de l'urine de Rhinoceros ; à moins qu'il ne se trouvât quelcun qui ose soutenir que l'alun & le vitriol de Mars chargé de quelques particules de cuivre, forment un sel alcali fixe, & que des sels de cette nature peuvent exister dans le corps d'un semblable animal ; ce qui, autant que je puis en juger, seroit tout à fait difficile à démontrer.







DESCRIPTION  
D'UN  
QUADRUPÈDE D'AMÉRIQUE,  
RAPPORTÉ  
PAR M. LINNÆUS  
AU GENRE DES OURS.

PAR M. ROLOFF.

*Traduit du Latin.*

Ayant eu, il y a quelque tems, l'occasion d'examiner un quadrupède de singulier, qu'on rencontre rarement dans nos contrées, j'ai crû devoir rendre compte en peu de mots des choses les plus remarquables que j'ai observées dans cet animal.

Sa grandeur répondoit à celle d'un gros Chat ; sa longueur, depuis l'extrémité de la trompe jusqu'à la queue, étoit de trois pieds & plus ; & la queue même avoit un pied & un pouce. Le corps étoit couvert partout de poils épais, assez longs & doux ; les plus longs étoient placés sous le ventre. La couleur de ces poils étoit variée, en partie noire, en partie mêlée de brun & de jaune. Le dos tiroit au noir, entremêlé pourtant de brun ; au contraire vers la tête, le cou, & la queue, les poils se montroient plutôt jaunâtres que noirs. Le front étoit blanchâtre avec des rayes jaunes, qui descendoient entre les yeux depuis le front jusqu'au nez. Autour des yeux tout étoit presque noir : les oreilles avoient plus de blanc que de jaune ; & la surface antérieure des pieds, tant de devant que de derrière, étoit garnie de poils bruns, courts, & clair-semés. La queue, au commen-



**Planche I.** cément & au milieu, avoit plus de largeur, que vers la fin; & on y voyoit trois anneaux noirs, & autant de jaunes, mêlés avec un art merveilleux; ceux d'enhaut étoit les plus larges, & ceux d'embas plus étroits. La tête représentoit presque la figure d'un triangle: la partie supérieure & postérieure étoit plus large; vers les narines elle diminuoit. Le nez lui même étoit fort aigu, tout à fait noir, avec deux narines semilunaires. A' chaque côté de la bouche on voyoit une barbe de poils blancs, roides, & recourbés; ceux de la lèvre supérieure étoient plus longs, & ceux de la lèvre inférieure plus courts.

**Pl. II. Fig. 1.** La lèvre supérieure surpassoit de beaucoup en longueur la lèvre inférieure, avançant par dessus d'un pouce & demi. Les oreilles étoient larges vers la base, & aiguës à la pointe; elles avoient une extrême mobilité, & étoient pourvuës pour cet effet de forts muscles.

**Planche I.** Les yeux de cet animal n'avoient pas une grandeur proportionnée à celle du reste du corps; l'œil gauche étoit attaqué d'une cataracte, & l'un & l'autre étoient revêtus d'une membrane clignotante fort manifeste. Cette membrane recourbée en forme d'arc, s'étendoit du coin intérieur à l'extérieur; & elle avoit une forte adhérence, non seulement dans cet endroit, mais aussi plus bas. Deux petites cornes dont elle étoit pourvuë, la lioient, l'une au coin intérieur, l'autre à l'extérieur. Vers l'œil elle étoit plus large, & vers le nez plus aiguë; plusieurs vaisseaux rouges la coloroient, & son extrême mobilité faisoit qu'elle pouvoit aisément être tirée en haut: alors elle fermoit parfaitement l'œil entier.

**Pl. II. Fig. 2.** Les pieds, ou pattes, tant de devant que de derriere, n'avoient pas une grande longueur; ceux de devant étoient plus étroits & plus foibles; ceux de derriere plus forts & plus larges. En bas & sous les plantes on n'appercevoit aucuns poils; mais ils étoient garnis depuis les ongles jusqu'au talon d'une peau épaisse d'un brun rougeâtre. Cette peau avoit plusieurs lignes, ou traits pareils à ceux de la paume des



des mains dans les hommes. Cette peau s'élevoit plus haut vers les pieds postérieurs, parce que l'animal étoit destiné à marcher aussi sur les talons.

Chaque pied se terminoit en cinq doigts séparés, qui par dessous Pl. II. Fig. 3.  
let. b. c. étoient épais, charnus, oblongs, pas bien ronds, comme les Ours ont coutume de les avoir. Les doigts des pieds de derrière étoient plus longs & plus forts que ceux des pieds de devant. Le premier étoit tout à fait court ; le second plus long ; le troisième & le quatrième égaux entr'eux, mais plus longs que le second ; le cinquième plus court que le quatrième, mais plus long que le premier. Chacun de ces doigts finissoit par un ongle noir & recourbé, qui proportionnellement aux doigts a plus ou moins de longueur ; ceux des pieds de derrière sont néanmoins les plus forts & les plus aigus.

Cet animal qui étoit fort gras, pesoit seize livres & demie. C'étoit une femelle, & l'uterus s'ouvroit au bas de l'abdomen par un grand orifice externe.

Les muscles de l'abdomen étoient fort minces. Le grand *omentum*, ou le *gastro-colicum*, étoit non seulement cohérent avec la grande courbure du ventricule, mais encore avec le commencement du duodenum, avec le gros intestin, & avec la rate. Cet *omentum* extraordinairement gras, étoit construit d'une façon singulière. Car, depuis la grande courbure du ventricule, il y avoit des rayes grasses, épaisses, & arrondies, toutes parallèles entr'elles, qui descendoient dans la cavité de l'abdomen vers le bassin : & l'on trouvoit entr'elles une membrane celluleuse de la dernière subtilité, semblable à une toile d'araignée. Ce grand *omentum*, composé de deux lames, de rayes subriles, & de petits quarrés de graisse, descendoit jusques dans le bassin, & couvroit tout à fait, non seulement les intestins, mais encore le sac du ventricule.

Le petit *omentum*, ou le *gastro-hepaticum*, étoit de même fort gras, & tenoit non seulement à la petite courbure du ventricule, mais aussi



aussi au petit lobe postérieur du foye, qui représentoit le lobe de *Spigelius*.

Pl. III. Fig. 1.

- let. *a.* Le foye, dont la couleur étoit mêlée de brun & de rouge, avoit une structure tout à fait singulière. Outre qu'il étoit adhérent à la voûte du diaphragme par un mince ligament qui le tenoit suspendu, & par les ligamens ordinaires à droite & à gauche, il étoit encore pourvû d'un autre ligament au dessus du rein droit. Il consistoit en six lobes, qui étoient tout à fait séparés les uns des autres par de profondes échancrures. Le premier lobe au côté gauche, étoit fait à peu près en demi-lune, & avoit en arrière un bord aigu, où l'on voyoit deux petites entailures. L'autre lobe étoit oblong, n'ayant pas autant de longueur ni d'épaisseur que le premier ; & entre celui-ci & le suivant il y avoit le ligament suspensoire. Le troisième lobe étoit le plus grand de tous, épais en haut vers le diaphragme, plus mince en bas, & pourvu d'un bord aigu. Presque au milieu, mais plus vers le bas, il y avoit dans ce lobe un trou quarré, qui y étoit comme taillé, & d'où sortoit le fonds de la vesicule du fiel, mais de façon que ce fonds ne s'élevoit point au dessus de la surface du foye. Au dessus du fonds de la vesicule, le lobe dont nous parlons, avoit deux petites échancrures perpendiculaires, qui ne pénétroient pas aussi profondément la substance du foye qu'une autre découpure, placée sous le fonds de la vesicule, qui s'étendant du bord postérieur à l'intérieur, partageoit en quelque sorte ce troisième lobe en deux autres. Le quatrième lobe étoit épais, en forme de cœur ; large par en-haut, plus pointu vers les bas. Le cinquième lobe, droit, n'étoit pas aussi long que le premier ; il avoit une figure irrégulière, qui approchoit cependant de la triangulaire ; au dessus & par derrière il étoit pourvu d'un appendice épais & rond, qui représentoit un sixième lobe, ou plutôt le lobule de *Spigelius* ; & cela d'autant plus, que le petit *omentum* y étoit lié. La veine cave pénétoit entre le troisième & quatrième lobe dans la substance du foye, de façon cependant qu'un rameau de cette veine perçoit aussi le cinquième lobe. La surface antérieure du
- let. *b. & i.*
- let. *c.*
- let. *d.*
- let. *e.*
- let. *f.*
- let. *g.*
- let. *h.*



du foye étoit convexe, la postérieure concave ; & dans cette surface postérieure du troisième lobe, on voyoit une fosse pour la vesicule du fiel, & surtout pour son col.

La ratte avec le pancréas avoient une figure oblongue, & l'on n'y trouvoit rien de remarquable. Le ventricule étoit semblable au ventricule humain.

Les reins n'étoient pas assez grands en comparaison du reste du corps, & chacun d'eux avoit sa capsule rénale. Leur substance étoit compacte, & l'on n'y remarquoit rien qui tint de la structure lobuleuse qu'on rencontre dans les Ours.

Tout le conduit intestinal, depuis le pylore jusqu'à l'orifice de l'anus, étoit de sept aunes. La longueur des intestins grêles alloit au delà de six aunes ; & le conduit des gros intestins n'avoit qu'une demi-aune. Ce qu'il y avoit de plus remarquable dans ces boyaux, c'est que vers la fin du boyau grêle, & au commencement du gros, il n'y avoit ni valvule, ni rien qui ressemblât au *processus vermiformis*, & à l'intestin *cæcum*. Cependant tous les boyaux n'étoient pas d'une égale épaisseur, comme le prétend Mr. *Linnaeus*, mais à la fin de l'intestin grêle, le gros boyau se gonfloit d'abord ; seulement il formoit avec le grêle un canal continu, & sans aucune interruption.

Pl. III. Fig. 2.

let. a. b. c.

On n'observoit aucune différence, tant entre le commencement & la fin de l'intestin grêle, qu'entre le commencement & la fin du gros intestin. La fin du grêle avoit la même capacité que le commencement ; & il en étoit ainsi du gros.

La surface intérieure du conduit intestinal grêle, à l'exception du *duodenum*, étoit remplie de douze amas de glandules, ou follicules. Elles étoient d'une couleur cendrée ; adhérentes par longs amas à la tunique villeuse, & assez ressemblantes à quelque tissu réticulaire. Chaque amas étoit distant d'un autre de quelques pouces, sans qu'on



Pl. III. Fig. 2.  
let. d. d.

trouvât dans ces espaces intermédiaires, ni dans tout le *duodenum*, aucun vestige de semblables follicules. A' la fin du *duodenum* se présentait un de ces amas, qui étoit fort court. Mais plus ils descendoient vers le gros boyau, plus ils avoient de longueur & d'épaisseur ; en sorte que le dernier amas, placé à la fin du boyau grêle, étoit le plus long & le plus remarquable de tous. Cet amas atteignoit bien jusqu'à la fin du boyau grêle, mais il n'entroit pas le moins du monde dans le commencement du gros.

La surface interne de celui-ci étoit non seulement tout à fait destituée des amas de glandules qu'on vient de décrire, & de valvules, ou de rides valvuleuses ; mais à leur place elle étoit remplie de plusieurs pores excrétoires, semblables à des points noirs & livides, qui dispersés çà & là, se rencontroient dans le plus grand nombre vers l'orifice de l'anüs.

La vessie de l'urine étoit d'une figure ovale, avec un col de trois pouces de long, qui descendoit en courbure. Ce col, cohérent au vagin & au col de l'uterus par une forte celluleuse, s'ouvroit en un angle aigu au milieu du vagin. Le vagin même avoit plus de largeur au milieu, & devenoit plus étroit vers le haut & le bas, étant formé d'un canal membraneux de cinq pouces de longueur. Il se continuoît en un *uterus* mince & presque cylindrique, pourvu de deux cornes, tellement étroites & presque destituées de toute cavité, qu'on ne pouvoit y introduire le moindre air, ni la pointe la plus fine d'un Instrument. L'orifice du vagin étoit assez grand par rapport à l'*uterus* ; & il y avoit au dessus un *clitoris* fort & osseux, que couvroit un prépuce d'une grandeur considérable.

Les viscères du thorax n'offroient presque rien de remarquable. Le poumon droit étoit formé de quatre lobes ; le gauche de deux seulement, séparés l'un de l'autre par de profondes incisures. Il ne montoit de l'arc de l'aorte que deux troncs, dont le droit se partageoit en



en deux autres, après avoir parcouru un court espace, comme simple & unique.

On ne sauroit rien dire de certain, au sujet des mammelles, parce que l'abondance de la graisse les avoit tout à fait effacées.

Quant aux os de cet animal, les deux mâchoires avoient chacune vingt dents, sçavoir douze dents molaires, six incisives, & deux canines. Les dents incisives de la mâchoire supérieure étoient plus fortes que celles d'embas ; en sorte cependant, que celles du milieu étoient plus foibles, au lieu que celles qui approchoient des dents canines avoient plus de force. Les dents canines de la mâchoire supérieure étoient plus droites ; mais en bas elles étoient recourbées en crochet, & fort aiguës. Les dents molaires d'embas surpassoient en force celles d'enhaut. On en trouvoit six dans chaque côté de la mâchoire, dont les trois antérieures étoient plus foibles, & avoient une pointe triangulaire, tandis que les trois postérieures au contraire avoient plus de largeur & de force.

Toute la colonne de l'épine étoit composée de quarante cinq os, sçavoir des six vertèbres du cou, de quatorze vertèbres du dos, de six vertèbres des lombes, & de dix-sept petits os du coccyx. Les vraies vertèbres, surtout les dernières du dos & des lombes, étoient formées par neuf apophyses, dont il y en avoit une de l'épine, deux transverses, quatre obliques, & les deux dernières étoient des *processus*, ou avances, placées sous un angle tout à fait aigu à côté du corps de la vertèbre, & qui embrassent en quelque sorte les apophyses obliques supérieures de la vertèbre suivante.

Chaque côté du thorax avoit quatorze côtes ; & elles étoient par conséquent en tout au nombre de vingt-huit. Les dix supérieures de chaque côté étoient de vraies côtes, & les quatre inférieures fausses, parce que les cartilages de ces dernières n'atteignoient pas au *sternum*. La structure de celui-ci consistoit en huit petits os cylindriques, séparés les uns des autres par le moyen d'un cartilage, & par embas il étoit





étoit garni d'un petit cartilage xiphoïde ; de façon que les côtes s'articuloient avec les symphyfes cartilagineuses du *sternum*. A' l'égard des os des pieds, chaque pied étoit composé des cinq os du metatarse, & chaque doigt de trois osselets séparés ; à l'exception néanmoins du pouce, qui tant dans les pieds de devant que dans ceux de derrière n'a que deux osselets. Les autres os n'ont rien qui mérite qu'on s'y arrête.

L'animal que nous décrivons, se tenoit comme les singes sur les pieds de derrière, & se servoit de ceux de devant pour prendre sa nourriture, en guise de mains. Si on lui donnoit un morceau de pain, ou quelque autre chose, qu'on eut jetté auparavant dans l'eau afin qu'il s'y amollit, il l'en tiroit avec les pieds de devant, & le dévorait. Il se nourrissoit d'amandes, de raisins secs, de biscuit, de poisson cru, & de chair ; mais il aimoit surtout beaucoup le poisson frit.

La patrie de cet animal est l'Amérique, tant méridionale que septentrionale ; car, suivant *Marggraf*, on le trouve dans le Brésil, & *Ray* témoigne qu'il existe dans la Virginie.

Les Auteurs sont fort peu d'accord, tant sur sa dénomination que sur sa description ; nous nous bornerons à examiner les principales opinions, pour tâcher d'abord d'en démêler le sens, & ensuite d'en concilier les contrariétés.

Les Brésiliens appellent ce quadrupède dans leur langue *Conti* ; & c'est le nom que *Marggraf* a conservé dans son *Histoire du Brésil*, où p. 228. il décrit notre animal en ces termes. „ Le *Conti* des Brésiliens, dit-il, est un Renard de la grandeur d'un Chat, avec de  
„ courtes jambes, & les mains d'un Singe. Ils grimpent aussi comme les singes avec vitesse sur les arbres, & courent jusqu'aux extré-  
„ mités des branches ; ils vivent de fruits, mais très volontiers d'œufs  
„ & de poules ; les pieds de derrière sont plus grands que ceux de  
„ devant ; & à chaque pied ils ont cinq doigts avec des ongles aigus.  
„ Leur



„ Leur tête est pointue comme celle du Renard, avec des oreilles  
„ courtes & arrondies comme celles du Chat : ils ont la partie inféri-  
„ eure de la bouche plus courte que la supérieure, qui s'avance en  
„ une longue trompe pointuë, avec d'amples narines, comme des  
„ fentes. Les yeux sont noirs. Les poils de tout le corps, longs,  
„ ont une couleur d'ocre foncé. La queue est plus longue que tout  
„ le corps ; l'animal l'a porte relevée & recourbée en haut ; les poils  
„ de cette queue sont variés en forme d'anneaux, mêlés d'ombre &  
„ d'ocre. Quand il mange, il tient la nourriture comme les chiens  
„ avec les pieds de devant. „

Cette description même de *Marggraf* a été inférée par *Jonston*, presque sans rien changer aux termes, dans son *Histoire Naturelle*, p. 95. Elle s'accorde avec la nôtre dans toutes les parties, à l'exception de la queue, qui est non seulement plus courte que le reste du corps, mais que l'animal ne porte pas recourbée & dressée vers le haut.

*Wormius*, à qui on avoit envoyé le *Coati* d'Amsterdam sous le nom de *Chat d'Amérique*, en fait dans son *Musæum* p. 319. une courte description, dans laquelle il confirme expressément que la queue de cet animal est épaisse & large vers les fesses, mais qu'elle n'est pas aussi longue que le corps même. Il diffère d'ailleurs de nous en ce qu'il attribue aux poils une couleur plutôt cendrée, que jaunâtre & brune. Mais une aussi légère différence de couleur peut venir de l'âge, ou de quelques autres causes peu importantes, & n'apporte aucun changement au fonds même des choses. Car nous observons tous les jours dans les animaux de nos contrées, que plusieurs individus du même genre & de la même espèce, diffèrent les uns des autres, non seulement en couleur, mais encore en quelques autres circonstances qui ne sont pas plus considérables.

*Roy*, dans sa description des quadrupèdes, p. 179. appelle le nôtre un animal d'Amérique semblable au Renard ; & *Mr. Linnaeus*,



dans son *Système de la Nature*, le met dans la classe des Ours, l'appelant un Ours à longue queue. Dans le Tom. IX. des Mémoires de l'Académie de Suede, il en fait une courte description, à laquelle il a joint une figure, mais qui n'est pas tout à fait exacte. Je ne vois pas assurément de quel droit Mr. *Linneus* compte ce quadrupede parmi les Ours. Je fais à la vérité que ce Savant met entre les marques caractéristiques de l'Ours, d'avoir cinq doigts aux pieds, & le pouce placé en dehors. Je ne nie pas non plus, que le doit extérieur de notre *Conti* ne paroisse au premier coup d'œil un peu plus court que les autres ; mais cela n'a lieu que dans l'animal vivant, & lorsque les pieds sont couverts de leur peau. Car, si nous considérons attentivement les os, il paroît alors de la maniere la plus manifeste, que le doit extérieur est plus long que l'intérieur, l'extérieur étant composé de trois osselets, au lieu que l'intérieur n'en a que deux ; ce qui est encore plus manifeste dans les pieds de derrière. De plus, toute l'apparence extérieure non seulement, mais encore la structure interne, différent totalement de l'Ours, & n'ont rien de commun avec lui, que la faculté de se tenir sur les pieds de derrière, & de marcher sur les talons ; ce que nous ne laissons pas d'observer aussi en plusieurs autres animaux.

La figure extérieure de notre quadrupede avec la diverse couleur de ses poils, diffère beaucoup de l'Ours, comme cela paroitra d'abord à tous ceux qui les considéreront. La tête de l'Ours n'est pas aussi pointuë par devant, mais elle est beaucoup plus ronde ; les oreilles sont plus longues, les dents diverses, il n'a aucun vestige de barbe, ni de trompe, la lèvre d'enhaut étant de la même longueur que celle d'embas. Les pieds de l'Ours sont bien composés pareillement de cinq doigts, mais ils se terminent par embas en une tuberosité épaisse, ronde, & garnie partout de poils ; au lieu que dans notre animal les doigts ne sont pas ronds & tuberculeux, & qu'ils ont la surface entièrement rase, sans aucun poil. D'ailleurs le dos des Ours est beaucoup plus élevé, & plus arrondi vers le derrière ; & la queue est tout à fait différente. Cette diversité ne regarde pas seulement la figure extérieure ;



térieure ; elle s'étend aussi à la structure interne des viscères, qui n'a aucun rapport avec celle de l'Ours.

Les reins de l'Ours ont non seulement quelque chose de tout particulier, sçavoir d'être composés de plusieurs lobules ; mais leur ventricule resserré au milieu s'élargit vers la fin ; ce qui lui donne l'air d'un double ventricule. Or rien de tout cela ne se trouve dans le *Coati* ; ce qui a engagé *Marggraff* & *Ray* à le mettre avec beaucoup plus de raison dans la classe des Renards, avec qui il a un très grand rapport, tandis qu'il n'en a point du tout avec les Ours.

La courte description anatomique que Mr. *Linnaeus* en a donnée s'écarte en plusieurs endroits de la nôtre. Il a entièrement nié l'existence de la membrane clignottante, quoiqu'elle soit cependant très manifeste ; & il affirme que tous les intestins ont une épaisseur égale, & néanmoins elle diffère beaucoup. Je passe sous silence quelques observations qui répugnent encore aux nôtres.

*Major*, dans son *Anatomia miscellanea*, fait aussi mention de ce quadrupède d'Amérique, & le rapporte à l'espèce des bléreaux ; dont il diffère à plusieurs égards. Le même Auteur prétend aussi, que cet animal a un trou sous le ventricule, par lequel il suce un suc glutineux ; mais il n'y a pas le moindre vestige d'un semblable trou.

On nous apporte en abondance d'Amérique des peaux de ces Animaux ; & les Pelletiers, qui s'en servent pour garnir divers habillemens, leur donnent en Allemand le nom de *Schuppen-Felle*.

La structure des intestins étant ce qu'il y a de plus digne d'attention dans cet animal, nous allons examiner succinctement cette structure singulière.

On sçait par l'Anatomie comparée, que tous les animaux rapaces & carnaciers n'ont que des intestins courts, au lieu que les animaux que se nourrissent d'herbes ont le conduit intestinal beaucoup plus long. La fabrique du ventricule & des intestins dans le *Coati*, témoignent assez que la Nature l'a destiné à vivre de l'une & de l'autre manie-



maniere ; car il se nourrissoit de viande, mais en petite quantité, au lieu qu'il mangeoit beaucoup de végétaux. C'est à cause de cela qu'il falloit qu'il eut le conduit des intestins grêles, long, afin de pouvoir d'autant mieux digérer des alimens de toute espece, & en tirer le chyle nécessaire ; au lieu qu'une pareille longueur auroit été superfluë, s'il n'avoit vécu que de viande.

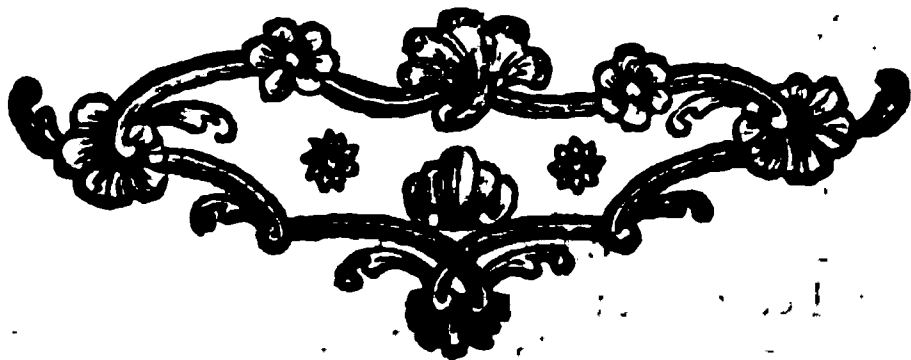
Le gros boyau, par rapport au canal intestinal entier, étoit fort court, pour faciliter la sortie d'autant plus prompte des excréments ; & c'est pour cela aussi qu'il n'avoit aucunes courbures, descendant tout droit dans le bassin. En effet un plus long séjour des excréments, en procurant la résorption des parties alcalines, auroit causé la pourriture & la destruction des fluides. Le défaut de rides valvuleuses dans la tunique intérieure du gros boyau, aidoit aussi beaucoup la descente des matieres fecales ; & cela fournit en même tems la raison, pourquoi ce que cet animal rend par l'anus, n'étoit pas figuré & dur, mais fort liquide. Car étant certainement persuadé, comme je le suis, que les gros boyaux n'ont point été faits pour l'extraction du chyle, puisqu'on n'y remarque, pas même dans l'homme, la moindre trace des villosités intestinales qui seroient nécessaires pour cet effet, mais qu'au contraire leur admirable structure est tout à fait différente ; on peut en conclure que la longueur des gros boyaux auroit été une chose tout à fait superfluë, & inutile dans le *Conti*.

Nous voyons encore clairement par la situation des intestins de cet animal, pourquoi la Nature n'a pourvû la fin du boyau grêle & le commencement du gros, d'aucune valvule du colon. C'est qu'il n'y avoit rien du tout à craindre pour le retour des excréments du gros boyau dans le grêle ; car le gros boyau n'étoit pas seulement fort court, mais il descendoit aussi tout à fait perpendiculairement, de sorte que le propre poids des excréments les forçoit toujours à descendre, sans pouvoir jamais remonter ; ainsi il n'étoit pas nécessaire de fermer l'accès vers le haut par une valvule dans ce cas, où les matieres étoient dans l'impossibilité de régorgier jamais par cette voye.

Cette

Cette même structure des intestins nous enseigne pourquoi le *processus* vermiculaire manque tout à fait ici. C'est que ce *processus*, qui est rempli partout de glandules muqueuses, est uniquement destiné à verser dans le *cæcum* la mucosité, dont les excréments durs doivent être enduits. Or le gros boyau, dans notre quadrupède d'Amérique, ayant été non seulement tout à fait destitué du *cæcum*, mais tout le conduit intestinal mince ayant été garni en plusieurs endroits, & surtout vers la fin, de plusieurs follicules muqueux, rangés d'une façon particulière, & dont nous avons donné ci-dessus la description ; il en résulte qu'un semblable *processus* vermiculaire n'étoit pas d'une absolue nécessité, parce que les glandules susdites le remplaçoient suffisamment.

En effet, quoique ce qu'on a coutume de décrire dans les intestins grêles de l'homme sous le nom de glandules agminées, ne soit autre chose que les poils des intestins accumulés en grands monceaux, & qui diffèrent beaucoup des vraies glandules intestinales nubeculeuses, comme je m'en suis amplement convaincu en examinant ces préparations anatomiques du célèbre *Lieberkühn*, qui surpassent tout art humain ; il demeure cependant fort vraisemblable, que l'homme auroit pu se passer également du *processus* vermiculaire, s'il avoit été pourvu de glandules intestinales dont la disposition & la structure eussent été les mêmes que dans l'animal dont nous venons de donner la description. Ce n'est pas à dire pourtant, & nous n'avons garde de l'avancer, que le *processus* vermiculaire soit une chose superflue & inutile dans l'homme.





# EXPLICATION DES FIGURES.

## PLANCHE I.

**O**n y voit les parties extérieures de l'animal, dessinées d'après nature, avec la membrane clignottante fort manifeste. let. *a. a.*

## PLANCHE II.

**Fig. I.** La partie inférieure de la tête & de la bouche.

- a.* La lèvre supérieure avec la trompe qui s'avance beaucoup.
- b.* La lèvre inférieure.

**Fig. II.** *a.* Un des pieds de devant.

- b.* La surface inférieure du pied, tout à fait dégarnie de poils, & où l'on voit plusieurs fentes, ou traits, comme dans la plume de la main humaine.
- c.* La surface inférieure des doigts de devant.

**Fig. III.** *a.* Un des pieds de derrière.

- b.* La surface inférieure, dégarnie de poils, & montant jusqu'au talon.
- c.* La surface inférieure des doigts de derrière.

## PLANCHE III.

**Fig. I** La surface convexe du foye.

- a.* Le premier lobe, en forme d'arc, placé à gauche.
- b.* Le second lobe.
- c.* Le troisième lobe & le plus grand.
- d.* Le fonds de la vesicule du fiel, sortant d'un trou quarré de ce lobe.
- e.* Le quatrième lobe, en forme de cœur, placé à droite.
- f.* Le cinquième lobe.
- g.* Le sixième lobule, postérieur, ou de *Spigelius*.
- h.* La veine cave.
- i.* Une partie du ligament suspensoire.

**Fig. II.** *a.* L'intestin grêle.

- b.* Le gros intestin.
- c.* La fin du grêle, & le commencement du gros intestin.
- d. d.* La partie d'un lieu glanduleux de l'intestin grêle, qui paroît au travers des tuniques, & qui tient la place du *processus vermiculaire*.



ME'MOI.





100

100

100

100

100

100

100

100

100















M É M O I R E S  
D E  
L'ACADÉMIE ROYALE  
D E S  
S C I E N C E S  
E T  
B E L L E S - L E T T R E S.

---

*CLASSE DE MATHÉMA-  
TIQUE.*



1871

1872

1873

1874

1875

1876

1877

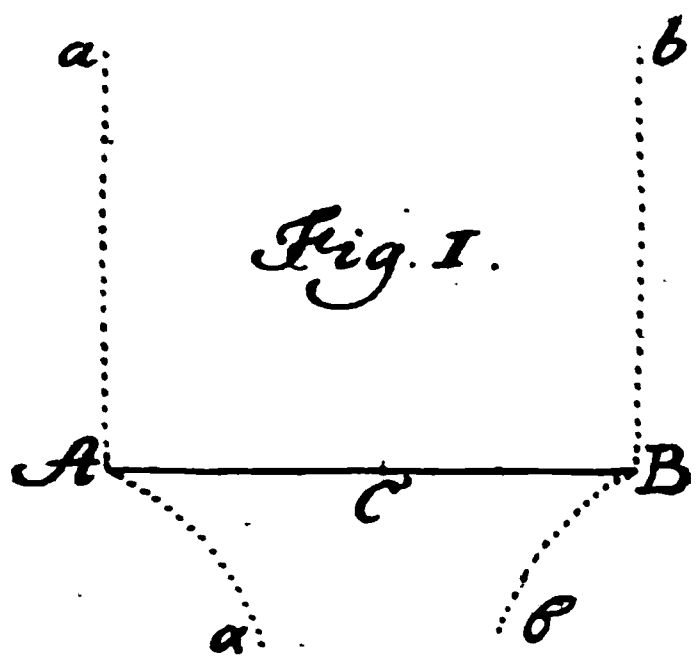


Fig. I.

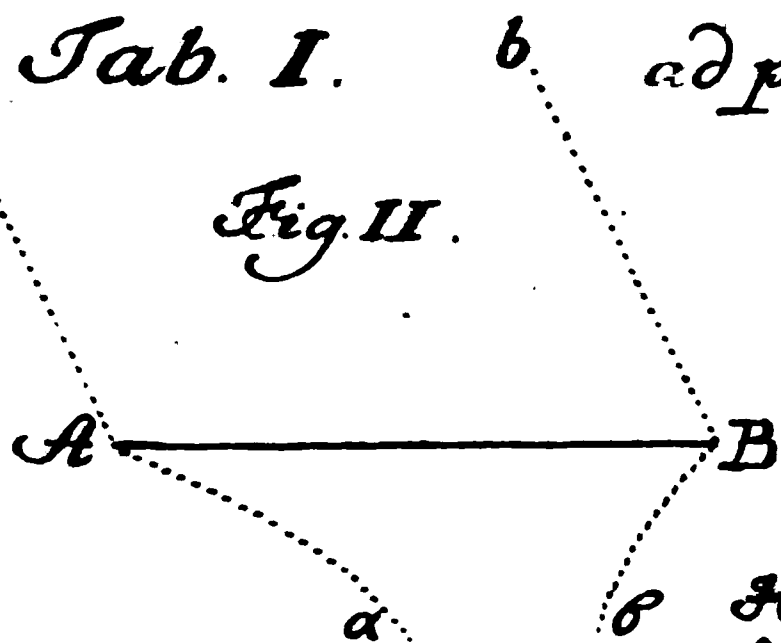


Fig. II.

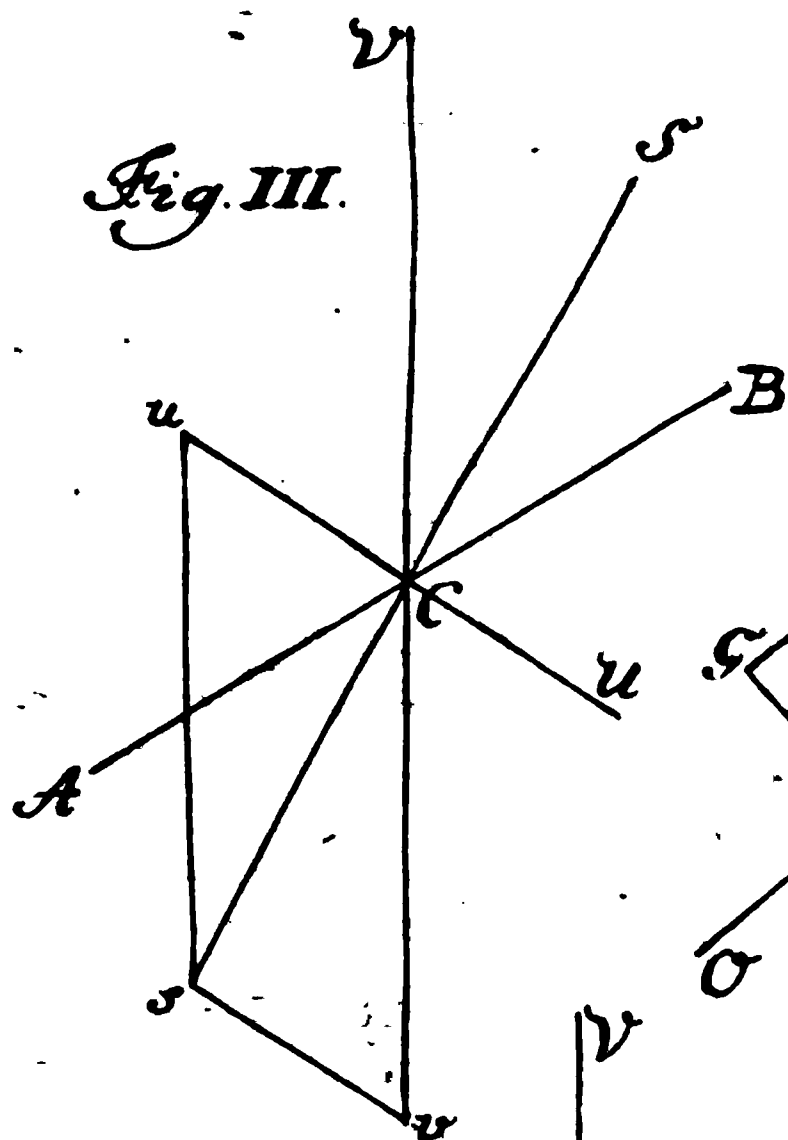


Fig. III.

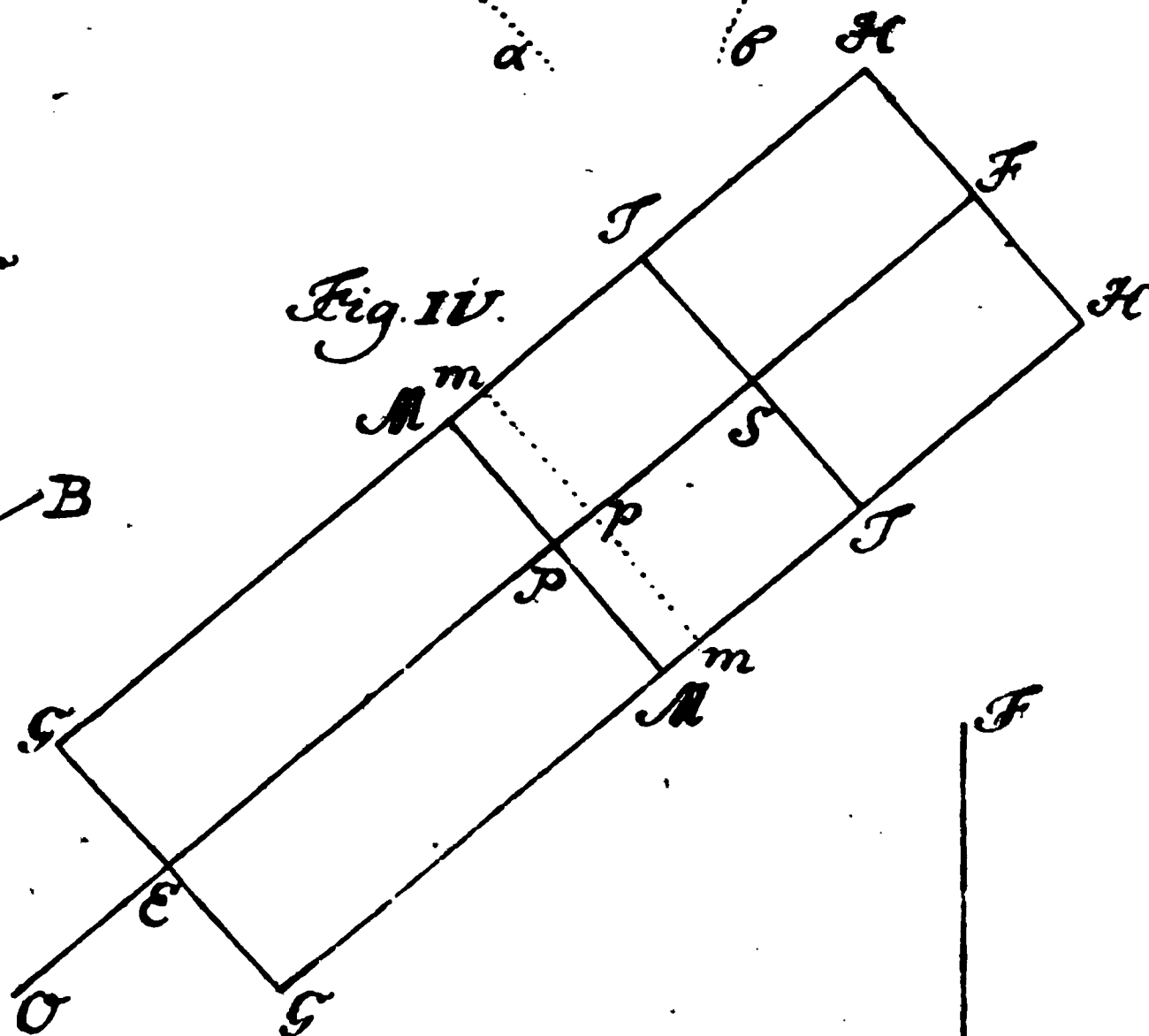


Fig. IV.

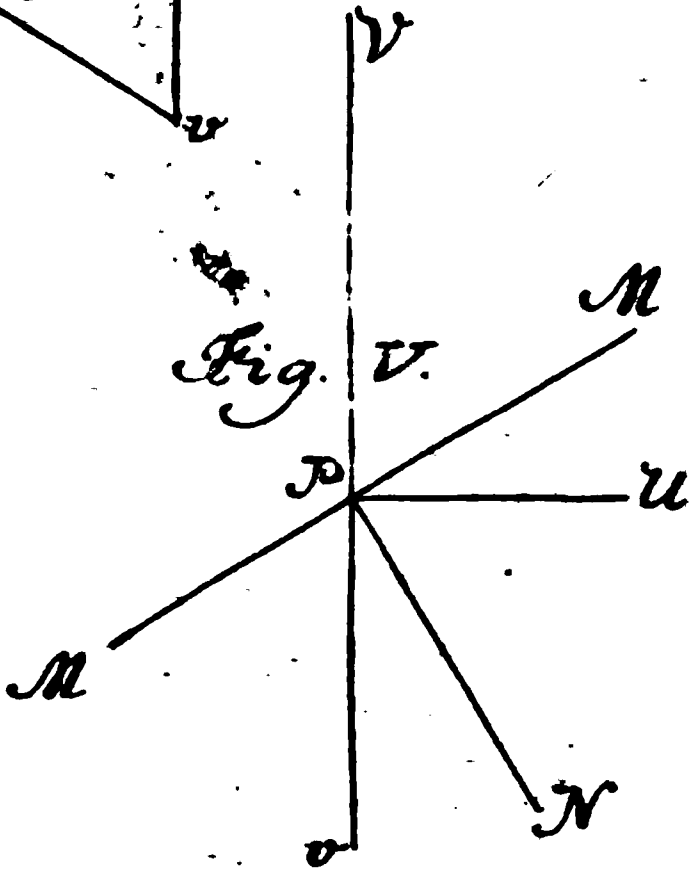


Fig. V.

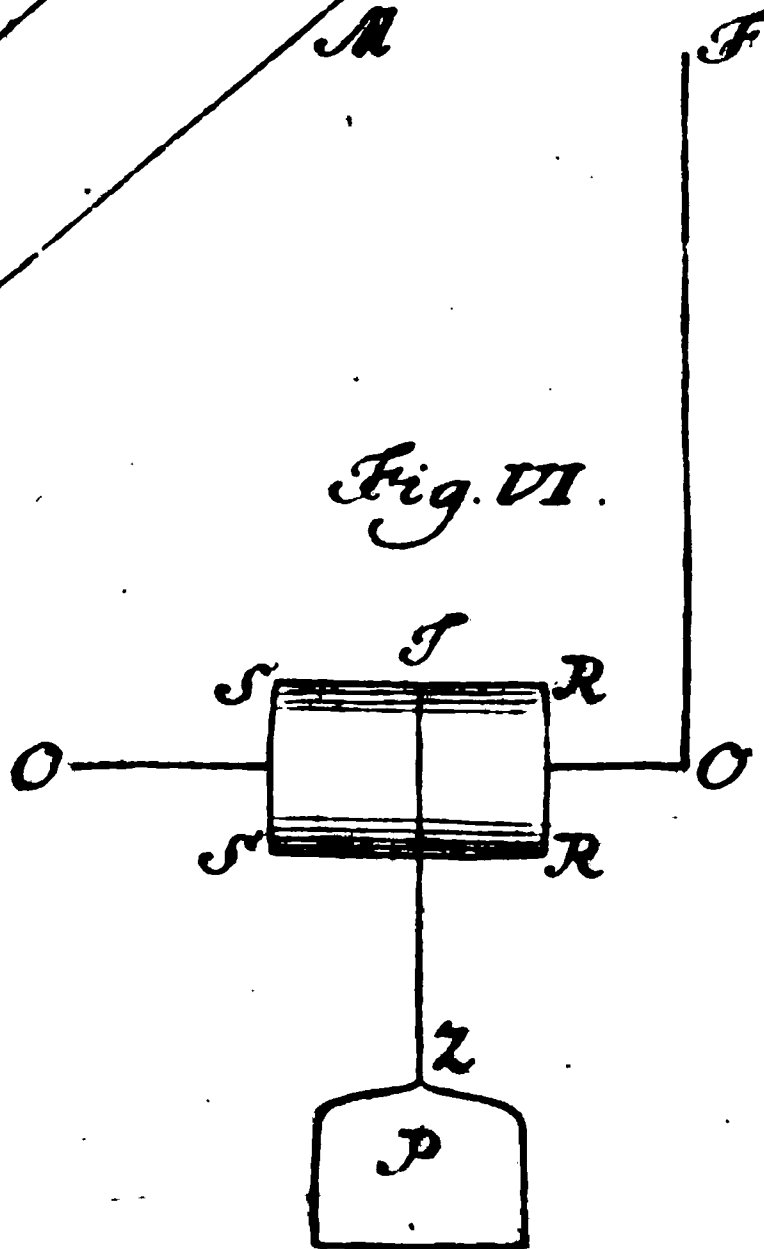


Fig. VI.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section.

Handwritten text in the upper right section.

Handwritten text in the middle right section.

Handwritten text in the lower middle section.

Handwritten text at the bottom left corner.

# R E C H E R C H E S

## PLUS EXACTES SUR L'EFFET DES MOULINS

### À VENT.

PAR M. EULER.

#### I.



Lorsque je traitai cette matière, il y a quelques années, j'ai fondé mes calculs sur l'hypothèse commune, que l'effet d'un fluide, qui heurte contre une surface, est en raison composée du quarré de la vitesse, & du quarré du sinus de l'angle d'incidence : non que je croyois, que cette hypothèse étoit entièrement conforme à la vérité, mais plutôt, puisque la véritable loi de ces forces est encore inconnue. Je conviens même que, dans la détermination de la force du vent, cette hypothèse peut s'écarter très considérablement de la vérité, à cause de la grande force de la pression de l'atmosphère, qui peut être fort dérangée par l'impulsion du vent, tandis que la même hypothèse, lorsqu'il s'agit de déterminer l'impulsion de l'eau, se trouve plus d'accord avec les expériences ; quoique les aberrations y deviennent aussi souvent assez remarquables. Donc, si j'ai employé cette hypothèse defectueuse dans mes recherches sur l'effet des moulins à vent, c'est uniquement à elle qu'il faudra attribuer les erreurs, que la comparaison du calcul avec les expériences nous donnera à connoître.

II. Or il est certain, qu'un corps en repos, qui reçoit l'impulsion d'un fluide, en est également frappé, que si ce même corps se mouvoit dans le fluide avec la même vitesse : & partant ce qu'on nomme impulsion dans le premier cas, ne diffère point de ce qu'on nomme résistance dans l'autre. C'est donc une complète connoissance de la résistance, qui nous manque encore dans ces sortes de recherches ; & avant qu'on parvienne à cette connoissance, on ne sauroit espérer, que la théorie sur les effets des machines, qui sont agitées par l'impulsion de quelque fluide, soit parfaitement d'accord avec l'expérience. Il y a longtems qu'on a remarqué ; que l'hypothèse commune de la résistance satisfait fort peu à quantité d'expériences, qu'on a faites sur la résistance des fluides : cependant on n'en a pu découvrir jusqu'ici la véritable théorie, qui semble même demander des recherches trop profondes, pour que nous puissions espérer d'y arriver si tôt. On ne doit donc pas être surpris, si dans le calcul on s'arrête encore à cette hypothèse, qu'on n'ignore pas être insuffisante.

III. Pour peu qu'on examine aussi les fondemens, sur lesquels cette hypothèse est établie, on les trouve d'abord très foibles & entièrement chimériques. On s'est représenté la résistance comme l'effet d'un choc, qu'un corps éprouve à chaque instant, en traversant un fluide : & afin que chaque partie du fluide, qui a déjà effuyé le choc, ne trouble pas le suivant, on s'imagine, comme si elle étoit subitement anéantie, & que le corps rencontre à chaque instant une nouvelle couche du fluide en repos, contre laquelle il choque avec sa vitesse entière. Or on voit d'abord que toute cette représentation est chimérique, & que lorsqu'un corps se meut dans un fluide, celui-ci en est d'abord mis dans un certain mouvement, par lequel le corps pousse le fluide devant lui, qui découle ensuite autour du corps pour remplir l'espace, qu'il laisse vuide derrière lui. Dans cet état le fluide exerce tout autour du corps une certaine pression sur lui, & la résistance n'est autre chose, que l'exots de la pression du fluide sur la partie antérieure, sur celle que la postérieure soutient ; d'où il est évident que la

résis-





résistance est fort mal représentée par une continuelle répétition d'un choc, que le corps exerce sur les parties du fluide.

IV. Cependant il faut convenir que, quelque contraires que soient ces fondemens de l'hypothese commune à la vérité, il y a pourtant des cas, où elle ne s'écarte pas beaucoup de la vérité, & où l'on s'en peut servir sans tomber dans des erreurs trop énormes. Cela arrive à peu près, lorsque la pression naturelle du fluide sur le corps est fort petite, comme si la question roule sur la résistance qu'un corps, qui nage sur l'eau, ou qui n'y est pas profondément submergé, éprouve. Mais, quand un corps est jetté dans l'air, la diverse pression de l'atmosphere peut causer de si grands desordres, que la résistance devienne très différente de celle que l'hypothese commune indique. On n'a qu'à concevoir le cas, où le corps se meut plus vite, que l'air ne sauroit occuper subitement les lieux, que le corps vient de quitter, de sorte qu'il se trouve toujours derriere le corps un espace vuide d'air, & on verra qu'outre la résistance ordinaire il s'oppose au mouvement du corps toute la pression de l'atmosphere ; qui agissant sur la partie antérieure du corps, & n'étant pas contrebalancée par une semblable pression sur la partie postérieure, doit très considérablement augmenter la résistance.

V. Aussi voit-on par les Expériences que Mr. *Robins* a faites sur le mouvement des boulets à canon, que la résistance est de beaucoup plus grande, qu'elle devroit être selon l'hypothese commune. Car, quand même leur vitesse n'est pas si grande, qu'ils laissent après eux un espace vuide, l'air y doit toujours être moins dense que devant le corps ; & alors, pour avoir la résistance entiere, il y faut encore ajouter l'excès de la pression d'avant sur celle de derriere. Il est aussi clair que, plus le mouvement du corps est lent, plus petit aussi doit être cet excès : & il y a apparence que cet excès croit dans une raison moindre que celle des quarrés de la vitesse, puisqu'il devient enfin constant. D'où il s'ensuit que la résistance totale est composée de deux parties, dont l'une est proportionnelle au quarré de la vitesse, mais



mais l'autre à une fonction des vitesses, qui croit moins que leur carré. Par conséquent la véritable résistance des corps mûs dans l'air, sera non seulement plus grande que l'hypothèse commune l'indique, mais encore, en augmentant la vitesse, elle croitra suivant une raison moindre que celle des carrés de la vitesse.

VI. Or, si la résistance qu'un corps jetté dans l'air éprouve, est plus grande que selon l'hypothèse commune, il s'ensuit nécessairement, qu'un corps exposé à l'impulsion du vent, en est poussé par une plus grande force que si on l'estimoit conformément à la même hypothèse. Ou bien il souffrira, outre la force qu'on attribue communément au choc, encore l'excès de la pression de l'atmosphère que la partie exposée au vent soutient sur celle de derrière. Car si un corps, comme une voile, est opposé à la force du vent, on conçoit aisément, que derrière ce corps la densité, & partant aussi la pression de l'air, ne sauroit être si grande, que si l'air étoit en repos ; & cela par la même raison, qu'un corps lancé dans l'air avec une fort grande vitesse laisse après lui un espace vuide. On pourroit s'assurer de cet effet en plaçant derrière la voile pendant un grand vent un barometre, qui montreroit infailliblement une moindre hauteur, que s'il étoit assez éloigné de la voile. Plusieurs expériences de cette espèce fourniront aussi le plus sur moyen de nous donner à connoître cet effet : puisque la théorie est encore trop peu développée pour nous conduire à cette connoissance.

VII. Lorsque je déterminai dans le VIII. Volume de ces Mémoires la quantité d'eau, qu'un moulin à vent est capable d'élever à une hauteur donnée, je n'ai eu égard qu'à la partie de la force, qu'on attribue à l'impulsion, ayant fondé mes calculs uniquement sur l'hypothèse ordinaire. Mais, dans un Mémoire inséré au IX. Volume sur le mouvement des bombes, j'ai observé que la résistance actuelle est environ trois fois plus grande, que si on la déterminoit par l'hypothèse commune. Donc, puisqu'il est à présumer, que la force actuelle du vent reçoit une pareille augmentation à peu près, il n'y a aucun doute que



que l'effet des moulins à vent ne surpasse très considérablement celui que je leur avois assigné, & qu'il ne puisse devenir jusqu'à trois fois plus grand : lorsqu'on observe tous les avantages, dont ces machines sont susceptibles. Cependant, puisque la théorie nous manque, je n'oserois prononcer rien de précis là dessus : & il n'y a d'autres moyens pour nous éclaircir sur cet article que les expériences, lesquelles étant faites avec toutes les précautions possibles, & sous des circonstances assez différentes, pourroient bien suppléer au défaut de la théorie.

VIII. Mr. *Lulofs*, très célèbre Professeur de l'Université de Leyde, & Membre de notre Académie, vient de me communiquer des expériences faites sur des moulins à vent, dont on se sert en Hollande pour mettre à sec les lieux marécageux. Il me marque qu'un tel moulin, lorsque le vent parcourt environ 30 pieds par seconde, est capable d'élever 1500 pieds cubiques d'eau par minute à la hauteur de 4 pieds, la rouë étant garnie de 4 ailes, dont chacune avoit 43 pieds de longueur sur  $5\frac{1}{2}$  de largeur. Ces ailes n'étoient pas partout également inclinées à la direction du vent, qui donnoit presque perpendiculairement sur les extrémités. Or prenant un milieu, il estime l'angle d'incidence moyen du vent sur les ailes de  $73^\circ$ . Il ne me marque pas le tems d'une révolution de la rouë ; mais, si ce tems avoit été de  $3\frac{1}{4}$  secondes, qui produiroit selon ma théorie le plus grand effet, cette machine n'auroit dû élever que 757 pieds cubiques d'eau dans une minute. Donc, puisqu'elle a actuellement élevé 1500 pieds cubiques, ce qui est presque le double, il s'ensuit que l'impulsion du vent est plus que deux fois plus grande, que je ne l'avois estimée par l'hypothèse commune ; vû que je n'ai pas tenu compte du frottement, & que la vitesse de la rouë n'étoit peut être pas telle, que le plus grand avantage exigeoit.

IX. Mr. *Lulofs* remarque outre cela, que l'effet de ces moulins à vent ne suit pas la raison des cubes de la vitesse absolue du vent, comme la théorie fondée sur l'hypothèse commune montre ; mais que la raison de l'effet, ou de la quantité d'eau élevée dans un tems donné,

ne surpasse guères celle des quarrés de la vitesse du vent. De là on pourroit conclure, ce qui étoit déjà très probable, que la force de l'impulsion du vent croît suivant une moindre raison que celle des quarrés de la vitesse. Cependant, pour mieux juger de la raison, que l'effet de ces machines tient à la vitesse du vent, il faut principalement avoir égard au frottement de ces machines : article que j'ai négligé dans mes recherches sur cette matière, & qui augmente encore davantage la force de l'impulsion du vent, sur celle qui convient à l'hypothèse commune. Car, si une telle machine, nonobstant le frottement, produit un effet deux fois plus grand, que la théorie indique : il faut bien que l'impulsion soit encore plus que deux fois plus grande, que celle de la théorie, où le frottement est négligé.

X. Après ces observations, je me propose de traiter de nouveau cette matière sur l'effet des moulins à vent, en ayant égard à cette augmentation de la force du vent, que l'expérience nous fait remarquer. Car, quoique la loi de cette augmentation soit inconnue, je l'introduirai en sorte dans le calcul, qu'elle demeure indéterminée, afin qu'en comparant ensuite le calcul avec plusieurs expériences, on en puisse trouver la quantité ; ce qui semble le plus sûr moyen pour parvenir à une théorie de ces sortes de machines, tandis que les véritables loix de l'impulsion du vent nous sont cachées. Ensuite j'aurai aussi égard au frottement, qui constitue dans ces machines un article très essentiel, puisqu'il entre dans l'arrangement le plus avantageux, auquel répond le plus grand effet. Car j'ai fait voir, que sans considérer le frottement, l'effet des moulins à vent n'auroit point de bornes, & qu'il seroit toujours susceptible de nouvelles augmentations en approchant davantage d'un angle droit l'angle d'incidence du vent sur les ailes, pourvu qu'on augmentât conformément au calcul la vitesse des ailes. Mais, puisqu'alors le moment du frottement devient plus grand, on conçoit aisément, que c'est le frottement qui doit mettre des bornes au plus grand effet possible.

XI. Je commencerai donc par établir une formule convenable pour exprimer la force de l'impulsion, que le vent exerce sur une surface plane; puisque celle des ailes est telle, ou peut être considérée comme telle. Soit donc une surface plane  $AB = aa$ , en repos, qui reçoive perpendiculairement selon les directions  $aA$ ,  $bB$  l'impression du vent, dont la vitesse soit due à la hauteur  $= c$ ; & puisqu'on peut considérer la force, dont le vent agit sur le plan, comme composée de deux parties, dont la première est celle qu'on attribue communément au choc, & l'autre qui résulte de la raréfaction de l'air derrière le plan: la première fera la même qu'on trouve par l'hypothèse commune. Elle fera donc égale au poids d'une masse d'air, dont le volume est  $= aac$ : ou bien, si nous voulons exprimer les forces par des volumes d'eau dont les poids leur sont égaux, en posant la gravité spécifique de l'air  $m$  fois plus petite que celle de l'eau, cette force sera  $= \frac{1}{m} aac$ , dont la direction est perpendiculaire au plan; ce qui est une règle générale pour toutes les pressions.

Fig. 1.

XII. L'autre partie de l'impulsion du vent résulte de ce que la pression de l'atmosphère est diminuée derrière le plan. Pour mieux comprendre cette diminution, nous n'avons qu'à concevoir, que l'air étant en repos, le plan  $AB$  s'y meuve avec une pareille vitesse, selon les directions  $Aa$  &  $Bb$ : & alors il est clair, que l'air ne sauroit parfaitement remplir les espaces derrière le plan: le mouvement de l'air chassé par avant, seroit bien détourné derrière le plan à peu près selon les directions  $Aa$  &  $Bb$ , d'où il se répandroit à cause de son ressort par l'espace  $AaBb$ ; mais il est évident que sa densité y sera moindre, & cela d'autant plus, plus le mouvement est rapide. On conviendra aussi, que cette raréfaction ne sauroit être la même partout derrière le plan; elle sera sans doute plus grande vers le milieu  $C$  que vers les bords  $A$  &  $B$ , autour desquels l'air se répand plus promptement. Mais si derrière le plan  $AB$  par toute l'étendue l'air est en repos, il se remet-



tra d'abord au même degré de densité & d'élasticité ; qui sera par conséquent moindre qu'avant le plan, ou à des distances, qui en sont assez éloignées.

XIII. Supposons donc que la pression naturelle de l'atmosphère soit égale au poids d'une colonne d'eau, dont la hauteur  $\equiv k$  ; mais que derrière le plan AB, la pression de l'air soit équivalente à celle d'une colonne d'eau, dont la hauteur soit  $\equiv q$ , & il est certain qu'il y aura  $q < k$ . Or pour déterminer au juste valeur de  $q$ , c'est en quoi la théorie nous abandonne, de sorte que nous sommes obligés de nous en tenir à quelques estimations, dans lesquelles il conviendra d'introduire quelque quantité indéterminée, par la détermination de laquelle on puisse ensuite mettre d'accord le calcul avec les expériences. Pour cet effet je remarque, que cette hauteur  $q$  doit être d'autant plus petite, plus la vitesse du vent, ou la hauteur  $c$  qui lui est due, sera grande ; d'où je conclus que  $q$  est exprimée par une certaine fonction de  $c$ , dont nous connoissons ces deux qualités : 1°. qu'au cas de  $c \equiv 0$ , où le vent cesse entièrement, il soit  $q \equiv k$  : & 2°. qu'au cas de  $c \equiv \infty$ , la hauteur  $q$  soit réduite à zero, puisqu'il se trouvera alors un vuide parfait derrière le plan.

XIV. Ayant donc ces deux conditions à remplir, que

I. posant  $c \equiv 0$  il soit  $q \equiv k$

II. posant  $c \equiv \infty$  il soit  $q \equiv 0$

il sera aisé d'imaginer une infinité de formules qui satisfassent. Les plus simples seront :

$$q = \frac{a k}{a + k}, \quad q = \frac{k}{1 + a c + \epsilon c c}; \quad q = k e^{-c:b}$$

dont la première ne renferme qu'une indéterminée  $a$ , la seconde deux  $a$  &  $\epsilon$ , de même que la troisième, où  $e$  pourroit marquer un nombre quelconque, positif & plus grand que l'unité pendant que  $b$  marqueroit une ligne quelconque positive. Or de laquelle de ces formules, qu'on



qu'on veuille faire usage, on peut se promettre un assez bon succès, pourvu qu'on fixe la valeur des indéterminées par des expériences bien constatées.

XV. Or, quelque valeur qu'on choisisse pour la hauteur  $q$ , la pression de l'atmosphère sur la face postérieure du plan AB étant  $= aaq$ , pendant que la pression sur la face antérieure est  $= aak$ , la seconde partie de l'impulsion du vent sera  $= aa(k - q)$  : d'où l'on tire la force entière de l'impulsion  $= \frac{1}{m} aac + aa(k - q)$

$= aa(\frac{c}{m} + k - q)$ . On pourroit ici objecter, que la pression de l'atmosphère sur la face antérieure devoit être augmentée par la même raison, que celle de la face postérieure a été diminuée ; je conviens aisément de cette augmentation, mais je dis qu'elle est déjà précisément comprise dans le terme  $\frac{c}{m}$ . Car, puisqu'il ne se fait point de choc proprement ainsi dit, tout l'effet du vent consiste uniquement dans la différence des pressions sur les deux faces du plan : & partant  $k + \frac{c}{m}$  répond à la pression entière du vent sur la face antérieure.

XVI. Puisque la colonne d'eau, qui mesure la pression de l'atmosphère sur la face antérieure, est  $= k(1 + \frac{c}{mk})$  ; au lieu de

cette formule on pourroit bien se servir de celle-ci  $k e^{\frac{c}{mk}}$  en prenant pour  $e$  le nombre, dont le logarithme hyperbolique est  $= 1$ . Car

tant que  $c$  est beaucoup plus petit que  $mk$ , la valeur de  $e^{\frac{c}{mk}}$  ne diffé-





re pas sensiblement de  $1 + \frac{c}{mk}$  : car, comme  $k = 32$  pieds à peu près, &  $m = 700$ , la hauteur  $mk$  devient  $= 22400$  pieds, à laquelle répond une vitesse, qui feroit 1182 pieds par seconde: d'où il n'y a aucun doute que la vitesse du vent ne se trouve toujours fort au des-

sous de ce nombre. Maintenant, si  $k e^{\frac{c}{mk}}$  exprime la pression en avant, la ressemblance nous fait conjecturer, que celle de derriere

pourroit bien être exprimée par cette formule  $k e^{-\frac{c}{mk}}$ , qui satisfait aussi aux deux propriétés requises. De là nous aurions pour toute la for-

ce de l'impulsion du vent  $akk \left( e^{\frac{c}{mk}} - e^{-\frac{c}{mk}} \right)$  qui ne s'écartera peut-être pas sensiblement de la vérité. Cependant je ne veux rien décider là dessus, puisque les vrais principes, d'où il faudroit puiser ces éclaircissemens, nous sont encore trop inconnus.

XVII. Cette augmentation de la force du vent est donc uniquement causée par la moindre pression de l'atmosphère derriere le plan. Or on voit que ce n'est qu'immédiatement près du plan, que la pression est si petite : à quelque distance de là, comme en  $\alpha$ , la pression ne différera plus de la naturelle. Donc, si l'on attachoit au plan AB un corps  $A\alpha B$ , convergent en arriere, à peu près comme la poupe d'un vaisseau, il y éprouveroit partout l'entiere pression de l'atmosphère ; & partant la force du vent sur la face antérieure AB en seroit considérablement diminuée, & à peu près conforme à l'hypothese commune. De là nous pouvons tirer une remarque fort importante touchant la figure de la poupe d'un vaisseau, pour diminuer la résistance. Car il est clair, que si la proue étoit terminée en arriere par un plan, la force de l'eau sur la face d'avant, ou la résistance, seroit pareille-



seillement augmentée par la diminution de la pression de l'eau en arriere. D'où l'on voit, qu'une poupe bien allongée & façonnée est fort propre à diminuer la résistance d'un vaisseau ; de sorte qu'elle ne dépend point uniquement de la figure de la prouë, comme on s'imagine ordinairement. De plus, puisque la hauteur  $k$  entre dans cette détermination, il s'ensuit, que plus un vaisseau a de profondeur, & plus la figure de la poupe peut concourir à la diminution de la résistance.

XVIII. Ayant établi des formules propres à marquer la force du vent, lorsqu'un plan en est frappé perpendiculairement, il reste à voir, combien cette force sera diminuée, quand le vent vient frapper obliquement le même plan. Soit comme auparavant la surface du plan  $AB = aa$ , &  $c$  la hauteur due à la vitesse du vent, le plan étant supposé en repos ; or que  $\phi$  soit l'angle, que fait la direction du vent avec la surface. Cela posé, on soutient que la premiere partie de l'impulsion est diminuée en raison du quarré du sinus de l'angle  $\phi$  : donc

Fig. 2.

cette force sera  $= \frac{1}{m} aa c \sin \phi^2$ , prenant l'unité pour marquer le

sinus total. Pour la diminution de la pression en arriere, on voit aussi qu'elle sera diminuée par l'obliquité : car, si l'angle  $\phi$  évanouïssoit entierement, la densité de l'air ne souffriroit aucune diminution derriere le plan, & partant la seconde partie de la force d'impulsion deviendra aussi d'autant plus petite, plus l'angle  $\phi$  sera petit. Cependant il est incertain, si cette diminution suit la raison du quarré du sinus de l'angle  $\phi$ , ou quelqu'autre fonction.

XVIII. Donc l'autre partie de l'impulsion du vent, qui étoit pour l'impulsion perpendiculaire  $= aa(k - q)$ , deviendra aussi d'autant plus petite, plus l'angle d'incidence  $\phi$  s'écarte d'un droit, & puisqu'il faut multiplier la premiere partie par  $\sin \phi^2$ , il semble fort probable que l'autre partie doit être diminuée selon la même raison. De là nous aurons pour la force du vent, qui frappe obliquement, cette

formule  $aa \left( \frac{c}{m} + k - q \right) \sin \phi^2$ , où il faut donner à  $q$  une valeur

con-

convenable décrite cy-dessus. Donc, si nous prenons selon la première formule  $q = \frac{b k}{b+c}$ , la force du vent sera  $= a a \left( \frac{c}{m} + \frac{c k}{b+c} \right) \sin \phi^2$ ,

or posant selon la troisième formule  $q = k e^{\frac{-c}{b}}$ , nous aurons pour la

force du vent  $a a \left( \frac{c}{m} + k - k e^{\frac{-c}{b}} \right)$ : laquelle ne diffère pas sen-

siblement de la première, lorsque  $c$  est beaucoup plus petite que  $b$ . Or  $b$  est ici une quantité indéterminée, qu'il conviendra laisser telle, pour pouvoir accorder la théorie avec quelques expériences: dans cette vue j'em-

ployerai la formule  $a a \left( \frac{c}{m} + \frac{c k}{b+c} \right) \sin \phi^2$ , ou  $a a c \left( \frac{1}{m} + \frac{k}{b+c} \right) \sin \phi^2$ , comme la plus simple.

Fig. 3. XX. Mais, puisque le vent ne rencontre pas les ailes du moulin en repos, il faut voir, combien le mouvement des ailes change la force du vent, ce qui se pourra faire sans le secours de la théorie, qui étoit insuffisante pour les recherches précédentes. Soit donc  $VC$  la direction du vent, qui représente en même tems sa vitesse  $= Vc$ ; & que le plan  $AB = aa$  se meuve d'un mouvement parallèle selon la direction  $CU$ , qui en représente aussi la vitesse  $= Vu$ : or je suppose que le plan  $AB$  soit perpendiculaire au plan représenté par les deux directions  $CV$  &  $CU$ , puisque cela arrive dans les moulins à vent. Qu'on conçoive imprimé à tout l'espace un mouvement contraire & égal à celui du plan  $AB$ , afin que ce plan soit réduit en repos, & ce mouvement imaginaire se fera selon la direction  $Cu$ , avec la vitesse  $Cu = CU = Vu$ . Par là le mouvement du vent selon  $Cv$  sera réduit au mouvement représenté par la diagonale  $Cs$  du parallélogramme formé des deux côtés  $Cv = Vc$ , &  $Cu = Vu$ .

XXI. Qu'on prenne  $CS = Cs$  dans la même direction, & la droite  $SC$  donnera la direction & la vitesse du vent, qui produiroit sur le plan  $AB$  en repos le même effet, que le vent proposé produit sur le plan  $AB$  mû, comme je viens de le supposer. Pour trouver cette force, posons l'angle  $VCU = \nu Cu$  que fait la direction du vent  $VC$  avec celle du plan  $CU = \alpha$ , & l'angle  $Cvs$  étant  $= 180 - \alpha$ , & les côtés  $Cv = Vc$  &  $vs = Cu = Vu$ , nous aurons la diagonale

$$Cs = V(c + u + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu})$$

qui exprime la vitesse du vent  $SC$ , & sa direction, dont il faut concevoir, qu'il frappe le plan  $AB$  en repos. L'angle d'incidence sera donc  $= BCS$ , & pour trouver son sinus, soit l'angle  $BCV = \omega$ , pour avoir  $BCS = \omega - VCS$ , &

$$\sin BCS = \sin \omega \cos VCS - \cos \omega \sin VCS.$$

$$\text{Mais } \cos VCS = \cos \nu Cs = \frac{2c + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu}}{2 \sqrt{c}(c + u + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu})}$$

$$\sin VCS = \sin \nu Cs = \frac{\sin \alpha. \sqrt{u}}{\sqrt{c}(c + u + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu})}$$

d'où il s'enfuit :

$$\sin BCS = \frac{\sin \omega (\sqrt{c} + \cos \alpha. \sqrt{u}) - \cos \omega \sin \alpha. \sqrt{u}}{\sqrt{c}(c + u + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu})}$$

XXII. Donc, si le vent, qui souffle dans la direction  $VC$  avec la vitesse  $= Vc$ , frappe sous l'angle  $BCV = \omega$  le plan  $AB = \alpha\alpha$ , qui se meut lui-même avec la vitesse  $= Vu$  selon la direction  $CU$ , qui fait avec celle du vent un angle  $VCU = \alpha$ , l'effet du vent sur ce plan mû fera le même, que si le plan étoit en repos, & que le vent vint frapper là dessus avec une vitesse  $= V(c + u + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu})$ , & sous une telle obliquité dont le sinus fut :

$$\frac{\sin \omega (\sqrt{c} + \cos \alpha. \sqrt{u}) - \cos \omega \sin \alpha. \sqrt{u}}{\sqrt{c}(c + u + 2 \cos \alpha. \sqrt{cu})}$$

d'où l'on pourra estimer la force par la règle donnée cy-dessus. Ayant ainsi réduit le cas à celui, où le plan seroit en repos, il est évident que la résistance, que le plan rencontre de l'autre côté, y est déjà comprise, & qu'il seroit hors de saison, d'en vouloir encore tenir compte dans le calcul. Mais il faut bien remarquer, que le plan AB est supposé ici perpendiculaire au plan déterminé par les deux directions V G & C U : & si le plan AB y étoit incliné, il en faudroit tenir compte, ce qui rendroit la dernière formule plus compliquée ; mais nous n'avons point besoin de ce cas dans nos recherches sur les moulins à vent.

Fig. 4. XXIII. Après avoir établi ces principes, considérons l'aile d'un moulin à vent O G G H H, étendue autour du rayon O E F, que nous supposons perpendiculaire à l'axe du moulin, autour duquel cette aile tourne. Qu'on conçoive cette aile partagée en des parallélogrammes infiniment petits M m m M par des droites M M, m m perpendiculaires au rayon O F ; & posant la distance O P =  $x$ , soit la largeur de l'aile M M =  $y$ , & partant l'aire M m m M =  $y d x$ . Comme l'aile tourne autour de l'axe O, soit à l'extrémité F la vitesse =  $V v$ , ou bien  $v$  la hauteur due à cette vitesse ; & la distance O F =  $f$ . De là nous aurons la vitesse dont le point P tourne autour de l'axe O, =  $\frac{x V v}{f}$ . Puisque l'axe du moulin doit toujours être tourné vers le vent, la direction du vent sera partout parallèle à cet axe : posons donc que la direction du vent fasse avec le plan du parallélogramme M m m M un angle =  $\omega$ , que je regarderai comme variable par rapport à la distance O P =  $x$ , de même que la largeur de l'aile M M =  $y$ . Cependant cette variabilité de l'angle  $\omega$  n'empêchera pas, qu'on ne puisse regarder la surface entière de l'aile comme l'intégrale  $\int y d x$ .

Fig. 5. XXIV. Qu'on conçoive un plan parallèle à l'axe du moulin, qui passe par la section M M, & que la planche (fig. 5) représente ce plan, sur lequel la droite V P marque la direction du vent, dont la vitesse =  $V c$ , qui fasse avec M M l'angle V P M =  $\omega$ . Or le plan



plan  $MM$  aura un mouvement selon la direction  $PU$  perpendiculaire à  $VP$ , avec la vitesse  $= \frac{xVv}{f}$ ; de sorte que ce qui a été nommé ci-dessus  $Vu$ , est maintenant  $= \frac{xVv}{f}$ , & l'angle  $\alpha$  sera ici droit, enfin pour  $aa$  il faudra mettre ici  $ydx$ . Donc le vent produira sur cet élément de l'aile  $MM = ydx$  le même effet, que si cet élément étoit en repos, & que la vitesse du vent fût  $= V \left( c + \frac{xxv}{ff} \right)$  à cause de  $\alpha = 90^\circ$  &  $u = \frac{xxv}{ff}$ , & qu'il y tombât sous un angle, dont le sinus seroit

$$\frac{\sin \omega. Vc - \frac{xVv}{f} \cos \omega}{V \left( c + \frac{xxv}{ff} \right)}$$

On doit donc mettre cette dernière valeur à la place de  $\sin \phi$ , & l'autre à la place de  $Vc$ .

XXV. Or nous avons trouvé ci-dessus (19) cette formule pour exprimer la force du vent,  $aac \left( \frac{1}{m} + \frac{k}{b+c} \right) \sin \phi^2$ ; où nous devons mettre les valeurs suivantes

$$\begin{array}{ll} ydx & \text{au lieu de } aa \\ c + \frac{xxv}{ff} & \text{au lieu de } c \end{array}$$

$$\left( \sin \omega. Vc - \cos \omega. \frac{xVv}{f} \right)^2 \text{ au lieu de } c \sin \phi^2$$

& partant la force du vent sur l'élément  $MmmM$  de l'aile sera égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume est

Z 2

$ydx$

$$y dx \left( \sin \omega \cdot Vc - \cos \omega \cdot \frac{xVv}{f} \right)^2 \left( \frac{1}{m} + \frac{ffk}{(b+c)ff + xxv} \right)$$

Mais la direction de cette force étant perpendiculaire au plan selon PN, il la faut décomposer selon la direction Pv parallèle à l'axe, & la direction du mouvement PU: or l'angle NPU étant égal à l'angle MPV =  $\omega$ , la force qui agit selon la direction du mouvement PU sera

$$y dx \cos \omega \left( \sin \omega \cdot Vc - \cos \omega \cdot \frac{xVv}{f} \right)^2 \left( \frac{1}{m} + \frac{ffk}{(b+c)ff + xxv} \right)$$

XXVI. Si nous multiplions cette force par la vitesse de l'élément MmmM, qui est  $= \frac{xVv}{f}$ , nous aurons l'élément du moment d'impulsion qui repond à l'élément de l'aile MmmM, & partant le moment d'impulsion sur l'aile entière sera

$$\int \frac{xy dx Vv}{f} \cos \omega \left( \sin \omega \cdot Vc - \cos \omega \cdot \frac{xVv}{f} \right)^2 \left( \frac{1}{m} + \frac{ffk}{(b+c)ff + xxv} \right).$$

Dans cette intégration la quantité y & l'angle  $\omega$  doivent être regardés comme des fonctions de x, pendant que les autres quantités f, v, k, b, c, & m sont constantes; & après avoir trouvé l'intégrale, il faut l'étendre par toute la surface de l'aile. Ensuite il faut la multiplier par 4, puisque les moulins sont ordinairement garnis de quatre ailes, & alors on obtiendra l'entier moment d'impulsion, que le vent exerce sur les ailes, & auquel le moment d'effet, que la machine est capable de produire, sera égal. Or, pour faciliter cette intégration, on pourra re-

garder le terme  $\frac{ffk}{(b+c)ff + xxv}$  comme constant, attendu que dans le dénominateur la partie xxv est extrêmement petite par rapport à la partie (b+c)ff: car l'indéterminée b est apparemment fort grande.

XXVII. Posons donc le dernier facteur de notre formule, puisque nous le pouvons regarder comme constant,





$$= \frac{1}{m} + \frac{ffk}{(b+c)ff+xxv} = \frac{n}{m}$$

de sorte qu'au lieu de l'indéterminée  $b$  nous ayons à déterminer le nombre  $n$ , d'où ensuite il fera aisé de connoître la constante  $b$ , ayant à peu

près  $\frac{b+c}{k} = \frac{n}{n-1}$  ou  $b = \frac{mk}{n-1} - c$ . Cela posé, si le moulin

est garni de 4 ailes semblables, le moment entier d'impulsion du vent fera

$$\frac{4nVv}{mf} \int xy dx \cos \omega \left( \sin \omega \cdot Vc - \cos \omega \cdot \frac{xVv}{f} \right)^2$$

ou bien

$$\frac{4ncVv}{mf} \int xy dx \cos \omega \left( \sin \omega - \frac{xVv}{fVc} \cos \omega \right)^2$$

auquel le moment d'effet de la machine est égal, pourvu qu'on y tienne compte du frottement. Considérons d'abord la figure des ailes comme connue, de même que son inclinaison à la direction du vent, & voyons quel effet la machine fera capable de produire; ensuite nous chercherons les arrangemens les plus avantageux pour obtenir le plus grand effet, ce qui fera le sujet des problèmes suivans.

## PROBLEME I.

**XXVIII.** *Les ailes étant partout de la même largeur & également inclinées à la direction du vent; si l'on connoit tant la vitesse du vent, que celle dont les ailes tournent, trouver le moment d'impulsion.*

### SOLUTION.

Soit la largeur constante de chaque aile  $GG=MM=HH=h$ , de sorte que  $y=h$ ; & la longueur  $OF=f$ ; que  $v$  marque la hauteur due à la vitesse, dont l'extrémité  $F$  tourne autour de l'axe  $O$ , &  $c$  celle qui est due à la vitesse du vent, dont la direction fasse un angle

Z 3

constant

Fig. 4.



constant  $\equiv \omega$  avec les faces des ailes. Donc, puisque l'angle  $\omega$  est constant, notre expression pour le moment d'impulsion

$$\frac{4nc h \cos \omega \cdot Vv}{mf} \int x dx \left( \sin \omega - \frac{x Vv}{f Vc} \cos \omega \right)^2$$

s'intégrera aisément : car l'intégrale étant

$$\frac{4nc h \cos \omega \cdot Vv}{mf} \left( \frac{1}{2} x x \sin \omega^2 - \frac{2 x^3 Vv}{3 f Vc} \sin \omega \cos \omega + \frac{x^4 v}{4 f f c} \cos \omega^2 \right)$$

Si nous posons  $x \equiv f$ , le moment d'impulsion sur toutes les quatre ailes sera exprimé en sorte :

$$\frac{4nc f h \cos \omega \cdot Vv}{m} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2 Vv}{3 Vc} \sin \omega \cos \omega + \frac{v}{4c} \cos \omega^2 \right).$$

#### C O R O L L. I.

XXIX. C'est donc à cette quantité que sera égal le moment d'effet de la machine, ou bien le produit de la résistance par la vitesse dont elle sera vaincue, pourvu qu'on y comprenne aussi le frottement. Car c'est une règle générale pour toutes les machines que le moment d'impulsion est égal au moment d'effet.

#### C O R O L L. 2.

XXX. Cette égalité étant fondée sur l'état d'équilibre suppose l'uniformité dans l'action de la machine. Or au premier instant, où la machine est encore en repos, il faut bien que l'impulsion soit plus forte que la résistance, pour mettre la machine en mouvement, mais ensuite le mouvement devient de plus en plus uniforme, & ce n'est qu'alors, que les deux momens mentionnés deviennent égaux.

#### C O R O L L. 3.

XXXI. La formule que je viens de trouver pour le moment d'impulsion dépend principalement de la vitesse des ailes  $Vv$ , & elle deviendrait même infinie, si l'on augmentoit cette vitesse à l'infini ; puis-  
que

que le dernier facteur  $\frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2 V v}{3 V c} \sin \omega \cos \omega + \frac{v}{4 c} \cos \omega^2$  ne sauroit jamais évanouir, ou devenir négatif.

## S C H O L I E.

XXXII. Cependant il est très certain que le moment d'impulsion ne sauroit jamais surpasser de certaines limites, de sorte que l'augmentation de la vitesse  $V v$  est nécessairement restreinte à quelque détermination. Il est donc bien important d'examiner cette détermination, que la considération de notre analyse nous découvrira d'abord. Car puisque le vent, qui frappe sur les ailes mises en mouvement, y exerce la même force, que si les ailes étoient en repos, & que le vent y frappât avec une vitesse  $= V \left( c + \frac{x x v}{f f} \right)$  sous un angle dont le sinus seroit

$$\frac{\sin \omega - \frac{x V v}{f} \cos \omega}{V \left( c + \frac{x x v}{f f} \right)}, \text{ il est clair que, si ce sinus deve-}$$

noit négatif, la force du vent repousseroit les ailes en arriere. Or, puisque le quarré de ce sinus entre dans notre formule, il semble que l'effet devoit être le même, soit que ce sinus soit négatif ou positif; & on se tromperoit énormément si l'on vouloit appliquer notre formule à des cas, où le sinus d'incidence deviendrait négatif: car alors il faudroit absolument regarder l'impulsion comme négative. Donc, pour que notre formule soit conforme à la vérité, il faut que l'expression

$\sin \omega. V c - \frac{x V v}{f} \cos \omega$ , ne devienne nulle part négative; donc

notre théorie suppose absolument, que pour tous les élémens des ailes cette condition ait lieu, qu'il soit  $\tan \omega > \frac{x V v}{f V c}$ ; d'où l'on voit que

la vitesse  $Vv$  ne sauroit être augmentée à volonté. Donc, notre formule trouvée pour le moment d'impulsion ne sauroit subsister, à moins qu'il ne fût pour tous les éléments des ailes  $\text{tang } \omega > \frac{x V v}{f V c}$  : & s'il arrivoit que pour quelque partie des ailes la quantité  $\frac{x V v}{f V c}$  devint plus grande que  $\text{tang } \omega$ , il en résulteroit une force contraire au mouvement des ailes, quoique le calcul ne le montrât point. Voilà donc une condition très essentielle, & sans laquelle le moment d'impulsion trouvé ne seroit jamais juste, qui exige que la quantité  $\frac{x V v}{f V c}$  ne surpasse nulle part  $\text{tang } \omega$ . Et partant dans le cas de notre problème, où l'angle  $\omega$  est constant, la valeur de  $\frac{x V v}{f V c}$  fera toujours moindre que  $\text{tang } \omega$ , pourvu que  $\frac{V v}{V c}$  ne surpasse point  $\text{tang } \omega$ , d'où il est évident que dans le cas présent la formule donnée pour le moment d'impulsion exige nécessairement qu'il soit  $V v < \text{tang } \omega. V c$  & que sans cette condition elle seroit infailliblement fautive. La vitesse des ailes  $V v$  obtient par là un terme qu'elle ne doit jamais passer, & le dernier degré étant  $V v = \text{tang } \omega. V c$  donne le moment d'impulsion  $= \frac{n c f h V c}{3 m \sin \omega^3}$ , qui est encore juste. Mais, si l'on augmentoit la vitesse  $V v$  au delà, l'impulsion diminueroit certainement, quoique le calcul la montrât plus grande.

## P R O B L E M E II.

XXXIII. *Les ailes étant partout de la même largeur & également inclinées à la direction du vent, si l'on connoit la structure de la machine, & la résistance qui doit être vaincue, déterminer l'action de la machine, qui sera produite par un vent donné.*

SOLU-

S O L U T I O N .

Soit comme auparavant la largeur des ailes  $MM = h$ , leur longueur  $OF = f$ , & l'inclinaison de leurs faces à la direction du vent  $= \omega$ , dont la vitesse soit due à la hauteur  $= c$ . Maintenant, de quelque manière que la machine soit construite, on la peut toujours réduire à l'action d'un tambour  $RSRS$ , fixé sur l'axe des ailes  $OO$ , autour duquel passe une corde  $TZ$ , qui élève un poids  $P$ , pendant que les ailes tournent. Soit donc le rayon de ce tambour  $= r$ , & le poids  $P$  égal à celui d'une masse d'eau, dont le volume  $= p^3$ ; de sorte que la lettre  $r$  renferme la construction de la machine, &  $p^3$  la résistance qu'il faut surmonter. Supposons que la machine soit déjà parvenue à l'uniformité de mouvement, & que les extrémités des ailes  $F$  tournent avec la vitesse  $= Vv$ , & la vitesse, dont le poids  $P$  monte,

Fig. 6.

sera  $= \frac{rVv}{f}$ : donc le moment d'effet de la machine doit être estimé  $= \frac{p^3 r Vv}{f}$ : lequel étant égal au moment d'impulsion trouvée

ci-dessus donnera l'équation suivante, après avoir divisé par  $Vv$ :

$$\frac{4ncfh}{m} \left( \frac{1}{2} \sin^2 \omega + \frac{2Vv}{3Vc} \sin \omega \cos \omega + \frac{1}{4} \cos^2 \omega \right) = \frac{p^3 r}{f}.$$

Mais, avant que la machine puisse parvenir à l'état d'uniformité, il faut que d'abord, lorsque la machine est encore en repos, l'impulsion soit plus forte que la résistance: il faut donc qu'il soit

$$\frac{2ncfh}{m} \sin \omega^2 \cos \omega > \frac{p^3 r}{f}, \text{ ou } c > \frac{m p^3 r}{2nffh \sin^2 \omega \cos \omega}, \text{ \& tant que}$$

la vitesse du vent seroit moindre, la machine demeureroit en repos. Or, par les raisons alleguées dans le §. préc: il faut aussi qu'il soit  $Vv < \tan \omega \cdot Vc$ , puisqu'ailleurs le calcul seroit contraire à la vérité. Ayant donc bien remarqué ces deux circonstances, nous pourrons trouver la vitesse des ailes  $Vv$ , qui conviendra au mouvement unifor-



me : pour rendre cette recherche plus aisée, posons  $\frac{V_v}{V_c} = z \text{ tang } \omega$ ,  
& notre équation prendra cette forme :

$$\frac{4ncfh \sin \omega^2 \cos \omega}{m} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} z + \frac{1}{4} z^2 \right) = \frac{p^3 r}{f}$$

d'où nous tirons

$$z^2 - \frac{2}{3} z + \frac{1}{2} = \frac{m p^3 r}{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}$$

$$\& \quad z = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\left( \frac{m p^3 r}{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega} - \frac{2}{9} \right)}$$

par conséquent

$$\frac{V_v}{V_c} = \frac{1}{3} \text{ tang } \omega \pm \sqrt{\left( \frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} - \frac{2}{9} \text{ tang } \omega^2 \right)}.$$

Mais il faut qu'il soit  $\frac{V_v}{V_c} < \text{tang } \omega$ , d'où il est évident que le  
signe  $+$  devant le radical ne sauroit avoir lieu, & le signe  $-$  ne  
sauroit subsister, à moins qu'il ne fût

$$\frac{V_v}{V_c} = \frac{1}{3} \text{ tang } \omega - \sqrt{\left( \frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} - \frac{2}{9} \text{ tang } \omega^2 \right)} < \text{tang } \omega$$

$$\text{ou} \quad \frac{1}{3} \text{ tang } \omega < \sqrt{\left( \frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} - \frac{2}{9} \text{ tang } \omega^2 \right)}$$

& partant prenant les quarrés :

$$\frac{1}{9} \text{ tang } \omega^2 < \frac{m p^3 r}{n c f f h \cos \omega^3} \quad \text{ou bien}$$

$$0 < \frac{3 m p^3 r}{n f f h \sin \omega^2 \cos \omega}$$

Or la première condition exige, qu'il soit

$$> \frac{m p^3 r}{2 n f f h \sin \omega^2 \cos \omega}$$

**Donc**

Donc, à moins que la vitesse du vent ne soit entre ces deux limites, le mouvement uniforme ne sauroit avoir lieu ; car, si elle étoit au dessous de la moindre limite, la machine ne produiroit aucune action, & si elle étoit au dessus de la plus grande, le mouvement de la machine seroit continuellement accéléré, sans qu'il parvint jamais à l'état d'uniformité. Or, tant que la vitesse du vent subsiste entre ces deux limites, la formule irrationnelle trouvée sera toujours réelle, & on pourra assigner la vitesse, dont les ailes tourneront dans l'état d'uniformité : d'où l'on connoitra aussi la vitesse du fardeau, & partant le moment d'effet de la machine.

C O R O L L I.

XXXIV. Il est d'abord clair que le vent doit avoir quelque force, avant qu'il soit en état de mettre la machine en mouvement.

Si nous posons pour abréger  $\frac{p^3 r}{f f h \sin \omega^2 \cos \omega} = u$ , la hauteur due à la vitesse du vent  $c$  doit être plus grande que  $\frac{m u}{2 n}$ , & tant que le vent est plus foible, la machine demeure sans action.

C O R O L L 2.

XXXV. Cette quantité  $u$  dépend donc 1°. de la longueur  $f$ , de la largeur  $h$ , & de l'inclinaison des ailes, ou de l'angle  $\omega$ , supposé que tant la largeur que l'inclinaison soit par tout la même : 2°. de la structure de la machine, qui est renfermée dans la quantité  $r$  : & 3°. de la grandeur du fardeau, qu'il faut élever  $p^3$ , ou en général de la résistance qu'il faut vaincre.

C O R O L L 3.

XXXVI. Donc, pour que le vent soit capable de mettre la machine en action, il faut qu'il soit  $c > \frac{m u}{2 n}$  : & alors ayant  $x =$





$\frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{mu}{nc} - \frac{2}{3}\right)}$ , la vitesse des ailes à leur extrémité sera

$Vv = s \operatorname{tang} \omega \cdot Vc$ ; ou bien

$$Vv = \operatorname{tang} \omega \left( \frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{mu}{nc} - \frac{2}{3}\right)} \right) Vc$$

De là on connoitra la vitesse  $\frac{rVv}{f}$ , dont le fardeau sera élevé.

#### C O R O L L 4.

XXXVII. Il est aussi évident, que plus la vitesse du vent augmente, plus aussi la quantité  $s$ , & partant à plus forte raison la vitesse des ailes  $Vv$ , deviendra grande. Cependant notre formule n'a lieu, que tandis que la hauteur due à la vitesse du vent  $c$  est moindre que  $\frac{3mu}{n}$ ; lorsqu'elle devient plus grande, la valeur de  $Vv$  ne sera plus conforme à notre formule.

#### C O R O L L 5.

XXXVIII. Or, si  $c = \frac{3mu}{n}$ , qui contient la plus grande force du vent, à laquelle notre formule puisse être appliquée, nous aurons  $s = \frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right)} = 1$ . & partant on aura pour la vitesse des ailes  $Vv = \operatorname{tang} \omega \cdot Vc = \operatorname{tang} \omega \cdot \sqrt{\frac{3mu}{n}}$ : & pour la

$$\text{vitesse du fardeau } \frac{rVv}{f} = \frac{r \operatorname{tang} \omega}{f} \sqrt{\frac{3mu}{n}}.$$

#### S C H O L I E.

XXXIX. Quand le vent augmente au delà de ce degré, notre formule ne sauroit plus avoir lieu; car, puisque alors le mouvement des ailes devient plus rapide, ou  $\frac{Vv}{Vc} > \operatorname{tang} \omega$ , l'effet du vent sur

les



les extrémités des ailes sera négatif, ou les ailes y seront frappées du côté opposé, ce qui diminuera la force d'impulsion, au lieu que notre calcul change cette diminution en augmentation. La force de l'impulsion étant donc dans ces cas plus petite, que notre calcul l'indique, l'effet de la machine en sera aussi diminué. Et partant un vent plus fort, en faisant tourner plus vite les ailes, produira bien un plus grand effet, mais cet effet sera de beaucoup moindre, que selon le calcul ; ce qui est sans doute le cas que Mr. *Lulofs* a en vuë, quand il dit avoir observé que les effets des vent plus rapides ne croissent pas dans la raison du cube de leur vitesses, & pas même dans celle de leurs quarrés. Cela n'est donc pas contraire à ce que j'avois avancé, que l'effet du vent croissoit dans la raison du cube de sa vitesse ; car je parlois alors des plus grands effets, que chaque vent est capable de produire ; or cet avantage exige pour chaque vitesse du vent un arrangement particulier dans la disposition de la machine. Mais, lorsque l'arrangement demeure le même, il est également vrai, que l'effet des vents les plus forts suive une raison beaucoup plus petite que celle des cubes de leur vitesse, quoiqu'il fût possible en changeant la disposition de la machine, ou la quantité  $r$ , d'en tirer un effet, qui seroit à peu près proportionnel au cube de la vitesse. Dans le problème présent j'ai supposé l'arrangement de la machine, ou la quantité  $r$ , la même pour tous les degrés du vent ; & il est clair que cet arrangement ne sauroit être le plus avantageux que pour un seul degré de vitesse ; & par la raison alléguée il est clair, que lorsque  $c > \frac{3m\kappa}{n}$ , on perd principalement beaucoup sur l'effet que la machine seroit capable de produire, si l'on y changeoit convenablement la quantité  $r$ , d'où depend celle de  $\kappa$ .

### P R O B L E M E III.

XL. *Si dans le cas du problème précédent la vitesse du vent est si grande, que notre calcul n'y sauroit plus être appliqué, déterminer l'action de la machine, qu'un tel vent sera capable de produire.*

## SOLUTION.

Fig. 4.

Dans ce cas toute la difficulté revient à ce que les ailes tournent si vite, qu'une partie vers leurs extrémités est frappée en derriere par le vent, dont l'effet par conséquent est contraire au mouvement de la machine. Soit donc la vitesse des ailes à leur extrémité  $F = Vv$ , & que la partie TT HH reçoive le choc du vent par la face de derriere, tandis que la partie GG TT le reçoit par avant : posons la distance  $OS = s$ , & le moment d'impulsion pour la partie GG TT fera

$$\frac{4ncfhs \cos \omega \cdot Vv}{mf} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2sVv}{3fVc} \sin \omega \cdot \cos \omega + \frac{ssv}{4ffc} \cos \omega^2 \right).$$

Or la partie TT HH fournira, pour ainsi dire, un moment de répulsion, qui sera

$$+ \frac{4ncfh \cos \omega \cdot Vv}{m} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2Vv}{3Vc} \sin \omega \cdot \cos \omega + \frac{v}{4c} \cos \omega^2 \right) \\ - \frac{4ncfhs \cos \omega \cdot Vv}{mf} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2sVv}{3fVc} \sin \omega \cdot \cos \omega + \frac{ssv}{4ffc} \cos \omega^2 \right).$$

Retranchant celui-ci de celui-là, il restera le moment de l'impulsion actuelle, qui sera :

$$+ \frac{8ncfhs \cos \omega \cdot Vv}{mf} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2sVv}{3fVc} \sin \omega \cos \omega + \frac{ssv}{4ffc} \cos \omega^2 \right) \\ - \frac{4ncfh \cos \omega \cdot Vv}{m} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2Vv}{3Vc} \sin \omega \cos \omega + \frac{v}{4c} \cos \omega^2 \right)$$

Or, puisque en TT est la séparation des impulsions positives & négatives, il y aura  $\sin \omega \cdot Vc - \frac{sVv}{f} \cos \omega = 0$ , ou  $s = f \tan \omega \cdot V \frac{c}{v}$ , & cette valeur étant substituée à la place de  $s$ , on aura le vrai moment d'impulsion des cas en question

$$\frac{ncfh \sin \omega^2 \cos \omega \cdot Vv}{m} \left( \frac{2c \sin \omega^2}{3v \cos \omega^2} - 2 + \frac{8Vv}{3Vc} \cdot \frac{\cos \omega}{\sin \omega} - \frac{v \cos \omega^2}{c \sin \omega^2} \right) \&$$



& cette formule aura lieu toutes les fois que  $\frac{Vv}{Vc} > \text{tang } \omega$ . C'est donc à cette formule qu'il faut égaler le moment d'effet  $\frac{p^3 r Vv}{f}$ , lorsqu'il y aura  $c > \frac{3mp^3 r}{nffh \sin \omega^2 \cos \omega^2}$ . Posons comme auparavant pour abréger  $\frac{p^3 r}{ffh \sin \omega^2 \cos \omega^2} = u$ , de sorte que nous ayons à considérer les cas où  $c > \frac{3mu}{n}$  & l'équation d'où il faut tirer la vitesse des ailes  $Vv$  sera

$$\frac{mu}{nc} = \frac{2c \sin \omega^2}{3v \cos \omega^2} - 2 + \frac{8Vv}{3Vc} \cdot \frac{\cos \omega}{\sin \omega} - \frac{v \cos \omega^2}{c \sin \omega^2}$$

Soit encore  $\frac{Vv}{Vc} \cdot \frac{\cos \omega}{\sin \omega} = x$  ou  $\frac{Vv}{Vc} = x \text{ tang } \omega$ , pour avoir

$$\frac{mu}{nc} = \frac{2}{3xx} - 2 + \frac{8}{3}x - xx$$

d'où l'on voit qu'au cas  $c = \frac{3mu}{n}$  ou  $\frac{mu}{nc} = \frac{1}{3}$ , il y aura  $x = 1$ .

Soit donc  $c > \frac{3mu}{n}$ , & partant  $\frac{mu}{nc} < \frac{1}{3}$ ; & voyon quelle sera

la valeur de  $x$ . Posons pour cet effet  $\frac{mu}{nc} = \frac{1}{3} - v$ , &  $x = 1 + \xi$ , en regardant  $v$  &  $\xi$  comme des fractions fort petites, de sorte que  $\frac{1}{xx} = 1 - 2\xi$  &  $xx = 1 + 2\xi$ , & nous aurons :

$$\frac{1}{3} - v = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}\xi - 2 + \frac{8}{3} + \frac{8}{3}\xi - 1 - \xi = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\xi$$

donc  $\xi = \frac{1}{2}v$  ou  $x = \frac{1}{2} - \frac{3mu}{2nc}$  Par conséquent, lorsque la

vitesse du vent surpasse tant soit peu la limite marquée, ou qu'il y

$$c = \frac{3mu}{n}$$

$c = \frac{3 m u}{(1-3v)n}$ , marquant par  $v$  une fraction extrêmement petite,

nous aurons  $\frac{Vv}{Vc} \cdot \frac{\cos \omega}{\sin \omega} = 1 + \frac{1}{2}v = \frac{1}{2} - \frac{3 m u}{2 n c}$ , donc

$$Vv = \frac{1}{2} \tan \omega \left( Vc - \frac{m u}{n Vc} \right) \text{ à peu près.}$$

Ou bien si  $c = \frac{3 m u}{(1-3v)n} = \frac{3 m u}{n} (1 + 3v)$ , nous aurons

$$Vv = \tan \omega (1 + 3v) V \frac{3 m u}{n}.$$

#### C O R O L L. I.

XLI. Donc, si la vitesse du vent surpasse infiniment peu la limite trouvée  $c = \frac{3 m u}{n}$ , de sorte que  $c = \frac{3 m u}{n} (1 + 3v)$ , la vitesse des ailes à leur extrémité sera

$$Vv = \frac{c \tan \omega}{V \frac{3 m u}{n}}$$

#### C O R O L L. 2.

XLII. Or on trouve le même rapport, si la vitesse du vent est tant soit peu plus petite que ladite limite, de sorte que près de cette limite la vitesse des ailes, & partant aussi celle du fardeau, ou l'effet de la machine, est proportionnelle au quarré de la vitesse du vent.

#### C O R O L L. 3.

XLIII. Mais, si la vitesse du vent surpasse considérablement cette limite, l'effet ne croitra plus dans la même raison. Posons  $c = \frac{6 m u}{n}$ , ou que la vitesse du vent soit à celle de la limite comme  $\sqrt{2}$  à 1, ou le



le quarré deux fois plus grand, & on aura à résoudre l'équation,  $\frac{1}{3} =$

$$\frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz \text{ ou celle cy}$$

$$z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{13}{3}zz - \frac{2}{3} = 0$$

d'où l'on tire à peu près  $z = \frac{4}{3}$  &  $Vv = \frac{4}{3} \text{ tang } \omega \sqrt{\frac{6mu}{n}}$

#### COROLL 4.

XLIV. Or dans le cas  $c = \frac{3mu}{n}$ , on a  $Vv = \text{tang } \omega \sqrt{\frac{3mu}{n}}$  :

donc, lorsque le quarré de la vitesse du vent devient deux fois plus grand, la vitesse des ailes, ou l'effet, sera augmenté dans le rapport de 1 à  $\frac{4}{3} \sqrt{2}$  ou de 1 à  $\sqrt{\frac{32}{9}}$  ; & cette augmentation est moindre que si elle suivoit la raison du quarré des vitesses du vent.

#### COROLL 5.

XLV. Posons la vitesse du vent deux fois plus grande que dans la limite, ou soit  $c = \frac{12mu}{n}$ , & l'équation à résoudre sera

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz, \text{ ou } z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{13}{3}zz - \frac{2}{3} = 0,$$

d'où l'on trouve à peu près  $z = \frac{16}{9}$ , & partant  $Vv = \frac{16}{9} \text{ tang } \omega \sqrt{\frac{12mu}{n}}$ . Donc l'effet sera  $\frac{16}{9}$  ou 3 fois plus grand, qu'au cas  $c = \frac{3mu}{n}$

quoique le quarré de la vitesse soit 4 fois plus grand.

#### COROLL 6.

XLVI. De la même maniere on trouvera, que quand même la vitesse du vent deviendrait 100 fois plus grande qu'au cas  $c = \frac{3mu}{n}$ , l'effet ne seroit que  $\frac{1}{7}$ . 100 ou 157 fois plus grand ; de sorte qu'enfin les effets ne suivront que la raison simple de la vitesse du vent.

## S C H O L I O N.

XLVII. Si l'on donne l'exclusion à ces cas où  $c > \frac{3m\pi}{n}$ , la machine décrite ne peut servir que lorsque la vitesse du vent est renfermée entre ces deux limites,  $c = \frac{m\pi}{2n}$  &  $c = \frac{3m\pi}{n}$ , de sorte que la vitesse du plus fort ne surpasse celle du plus foible que dans la raison de  $\sqrt{6}$  à 1. Or, quand le vent se trouve entre ces deux limites, il est aisé de déterminer la vitesse des ailes  $Vv$ , & partant aussi celle que le vent imprimera à la machine. Il sera donc bon de calculer les cas principaux, afin qu'on les puisse mieux comparer avec ceux que je viens de développer ici, quand  $c > \frac{3m\pi}{n}$ .

$$c = \frac{m\pi}{2n}$$

$$Vv = 0$$

$$c = \frac{m\pi}{n}$$

$$Vv = 0,44141 \text{ tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{3m\pi}{2n}$$

$$Vv = 0,66666 \text{ tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{2m\pi}{n}$$

$$Vv = 0,80628 \text{ tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{5m\pi}{2n}$$

$$Vv = 0,91170 \text{ tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{3m\pi}{n}$$

$$Vv = \text{tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{6m\pi}{n}$$

$$Vv = \frac{2}{3} \text{ tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{12m\pi}{n}$$

$$Vv = \frac{1}{2} \text{ tang } \omega. Vc$$

$$c = \frac{30000m\pi}{n}$$

$$Vv = \frac{1}{7} \text{ tang } \omega. Vc$$

Com-





Comparons ensemble les cas  $c = \frac{3m^2}{2n}$  &  $c = \frac{3m^2}{n}$ , où la raison des quarrés des vitesses du vent est  $1 : 2$ , & celle des effets  $\frac{2}{3} : \sqrt{2}$ , qui est un peu plus grande que celle-là ; & nous verrons, que l'observation de Mr. *Lalofs* est assez bien d'accord avec ce calcul : par lequel nous voyons aussi, que la disposition de la Machine demeurant la même, les effets sont à peu près dans la raison du quarré de la vitesse du vent, pourvu qu'on on excepte les cas, où le vent est, ou très foible, ou extrêmement fort. Or, ce nonobstant, je soutiens qu'il est possible d'augmenter l'effet en raison du cube de la vitesse du vent : mais alors il faut changer la disposition de la machine, représentée par la quantité  $r$ , & pour chaque vitesse du vent on pourra déterminer une valeur de  $r$ , qui produise le plus grand effet : quoique je suppose, que les ailes demeurent les mêmes, & qu'on ait le même fardeau  $p^3$  à élever, ou en général la même résistance à vaincre. Ce sera le sujet du problème suivant.

#### P R O B L E M E IV.

**XLVIII.** *La largeur des ailes, & leur inclinaison à la direction du vent étant par tout les mêmes & données, de même que la résistance, qui doit être vaincue, trouver la disposition de la machine, pour que le plus grand effet soit produit, pour chaque vitesse du vent, en faisant abstraction du frottement.*

#### S O L U T I O N.

Les choses données sont donc la longueur de chaque aile  $OF = f$ , la largeur  $HH = h$ , l'inclinaison à la direction du vent  $= \omega$  : ensuite la résistance à vaincre, représentée par le poids d'un volume d'eau  $= p^3$ , & enfin la vitesse du vent, qui soit due à la hauteur  $= c$ . Or nous cherchons la disposition de la machine, qui, quelque composée qu'elle soit, se réduit au rapport entre les vitesses du fardeau & de la force, qui étant supposé comme  $r$  à  $f$ , tout revient à la détermination

Fig. 4.



de la quantité  $r$ , que nous avons représentée par le rayon du tambour  $RRSS$  (fig. 5) Or cette quantité  $r$  dépend de la vitesse  $Vv$ , dont les ailes tournent à leurs extrémités ; & puisque le moment d'effet est égal au moment d'impulsion, nous n'avons qu'à chercher la vitesse  $Vv$ , pour que le moment d'impulsion devienne le plus grand. Or le moment d'impulsion étant trouvé

$$\frac{4ncfh \cos \omega \cdot Vv}{m} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2Vv}{3Vc} \sin \omega \cos \omega + \frac{v}{4c} \cos \omega^2 \right)$$

posons pour abréger  $\frac{Vv}{Vc} = z$  tang  $\omega$ , & l'expression suivante

$$\frac{4ncfh z \sin \omega^3 \cdot Vc}{m} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} z + \frac{1}{4} z z \right)$$

doit être réduite à un *maximum*, par la détermination de la variable  $z$ . Nous aurons donc à évaluer à un *Maximum* cette formule  $2z - \frac{2}{3} z z + z^3$ . d'où nous tirons

$$2 - \frac{2}{3} z + 3 z z = 0 \text{ \& partant}$$

$$z = \frac{Vv}{Vc} \cotang \omega = \frac{8 - V_{10}}{9}$$

Mais, pour que notre expression du moment d'impulsion ait lieu, il faut que  $Vv < \tan \omega \cdot Vc$  ou  $z < 1$ , d'où l'on voit que l'ambiguïté des signes se réduit au signe —, de sorte que nous ayons

$$Vv = \frac{8 - V_{10}}{9} \tan \omega \cdot Vc$$

Et substituant cette valeur, le moment d'impulsion fera

$$\frac{ncfh \sin \omega^3 Vc}{m} \cdot \frac{8 - V_{10}}{9} \cdot \frac{44 + 8V_{10}}{81}$$

ou 
$$\frac{ncfh \sin \omega^3 \cdot Vc}{m} \cdot \frac{272 + 20V_{10}}{729}$$

Posons



Poſons pour abrégér ces facteurs irrationnels

$$\frac{8 - \sqrt{10}}{9} = \lambda = 0,537514$$

$$\frac{44 + 8\sqrt{10}}{81} = \mu = 0,855544$$

$$\frac{272 + 20\sqrt{10}}{729} = \nu = 0,459873$$

de forte que  $\nu = \lambda \mu$ , & la viteſſe des ailes ſera

$$\sqrt{\nu} = \lambda \operatorname{tang} \omega. \sqrt{c}$$

& le moment d'impulſion, qui eſt le plus grand

$$\frac{\nu n c f h \sin \omega^3 \sqrt{c}}{m}$$

auquel doit être égal le moment d'effet  $\frac{p^3 r \sqrt{\nu}}{f}$ , d'où nous tirons

$$\frac{\lambda p^3 r \operatorname{tang} \omega. \sqrt{c}}{f} = \frac{\nu n c f h \sin \omega^3. \sqrt{c}}{m}$$

$$\text{ou } p^3 r = \frac{\mu n c f f h \sin \omega^2. \operatorname{coſ} \omega}{m},$$

$$\text{donc } r = \frac{\mu n c f f h \sin \omega^2. \operatorname{coſ} \omega}{m p^3},$$

d'où l'on connoit la diſpoſition de toute la machine.

#### C O R O L L I.

**XLIX.** Donc, pour qu'une telle machine produiſe le plus grand effet, il faut que pour chaque viteſſe du vent on donne à la quantité  $r$  une valeur particulière : laquelle eſt proportionnelle au quarré de la viteſſe du vent.



## C O R O L L 2.

L. La disposition de la machine doit donc être telle, que le rapport entre les vitesses du fardeau & de la rouë principale, ou le rapport entre  $f$  &  $r$ , puisse être changé : ou bien que le rayon du tambour  $r$  puisse être augmenté & diminué dans la raison doublée de la vitesse du vent.

## C O R O L L 3.

LI. Donc, si le tambour a une grandeur fixe, comme nous l'avons supposé dans les propositions précédentes, il n'y a qu'un seul degré du vent, où la machine produise le plus grand effet, ce qui arrive lorsque  $c = \frac{mp^3 r}{\mu n f f h \sin \omega^2 \cos \omega}$ . Tous les autres vents produiront un moindre effet, qu'ils ne seroient capables de produire, l'on pouvoit changer la disposition de la machine, ou la quantité  $r$ .

## C O R O L L 4.

LII. Or, si l'on donne à  $r$  pour chaque vent la valeur convenable  $r = \frac{\mu n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}{mp^3}$ , la machine produira le plus grand effet, dont le moment sera  $= \frac{\nu n c f h \sin \omega^3 \sqrt{c}}{m}$ . Cet effet est donc proportionnel au cube de la vitesse du vent ; pendant qu'il en suit à peine la raison du quarré, si la valeur de  $r$  demeure fixe.

## C O R O L L 5.

LIII. On voit aussi que ce plus grand effet est proportionnel à la surface des ailes, ou à  $f h$ , & outre cela aussi au cube du sinus de l'angle d'incidence du vent  $\omega$ . D'où il est evident, qu'il est fort avantageux, d'approcher ce angle  $\omega$  autant d'un droit, qu'il est possible.

## S C H O L I O N. I.

LIV.  $\sqrt{c}$  entre dans nos formules, entant qu'il exprime la vitesse du vent, & il sera aisé d'introduire à sa place l'espace que le vent parcourt dans une seconde. Que  $g$  marque la hauteur, par laquelle

un



un corps tombe dans une seconde, &  $2 \sqrt{gc}$  fera l'espace, que le vent parcourt dans une seconde : posant maintenant  $2 \sqrt{gc}$  à la place de  $\sqrt{c}$ , l'expression  $\frac{2 \sin \omega \sin \omega^3 \sqrt{gc}}{m}$  donnera l'effet de la machine

produit dans une seconde, ou bien la résistance multipliée par l'espace, par lequel elle avance dans une seconde. Et si la machine est employée à élever de l'eau, cette même expression définit la quantité d'eau élevée par seconde, multipliée par la hauteur, à laquelle l'eau est élevée. Soit donc  $n$  la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée, &  $M$  la masse d'eau élevée dans une seconde, qu'il faut exprimer en pieds cubiques, si les quantités  $c, f, h$ , &  $g$ , sont données en pieds, & on aura  $M n = \frac{2 \sin \omega \sin \omega^3 \sqrt{gc}}{m}$ , d'où l'on aura la quantité d'eau  $M$ , qui sera élevée par seconde à la hauteur donnée  $n$ .

$$M = \frac{2 \sin \omega \sin \omega^3 \sqrt{gc}}{m n}.$$

Pour en donner un exemple, supposons selon le cas proposé par Mr. Lulofs

$f = 43$  pieds,  $h = 5\frac{1}{2}$  pieds,  $n = 4$  pieds, & l'angle  $\omega = 73^\circ$  ensuite  $2 \sqrt{gc} = 30$  pieds : donc à cause de  $g = 15\frac{1}{2}$  pieds, il y aura  $c = 1\frac{2}{5}$  pieds, d'où nous obtiendrons,

$$\sin \omega^3 = \frac{7}{8} \text{ \& } M = \frac{30 \cdot 72 \cdot 43 \cdot 11 \cdot 7}{4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 8} \cdot \frac{\sin \omega}{m} \text{ pieds cubiques,}$$

$$\text{ou } M = \frac{89497}{4} \cdot \frac{\sin \omega}{m} = 10289 \cdot \frac{\sin \omega}{m} \text{ pieds cubiques.}$$

Prenons  $m = 700$ , & nous aurons  $M = 14\frac{7}{10} n$ . Donc dans une minute cette machine élèvera  $882 n$  pieds cubiques d'eau à la hauteur de 4 pieds. Donc, si cette machine élevoit 1500 pieds cubiques,

il faudroit mettre  $n = \frac{1500}{882}$  : d'où il est evident que la valeur de  $n$

est encore plus grande, puisque d'un côté j'ai négligé ici le frottement, & d'un autre côté il n'est pas probable, que la disposition de la machine



chine ait été conforme au plus grand avantage. J'ai supposé ici la gravité spécifique de l'air 700 fois plus petite que celle de l'eau, au lieu que dans mes premiers calculs je l'avois prise 850 fois moindre, & c'est la raison que j'ai trouvé ici le nombre 882 au lieu de 757, que j'ai rapporté cy dessus (§. 8). Cependant je ne voudrois encore rien décider sur la véritable valeur de la lettre  $n$ , puisque le cas de l'expérience n'est pas assez d'accord avec celui, auquel j'ai appliqué ici le calcul. Car Mr. *Lulofs* a marqué exprès, que l'inclinaison des ailes au vent n'étoit pas par toute leur longueur la même ; mais que l'angle  $\omega$  étoit moindre près de l'axe, & plus grand vers les extrémités, que  $73^\circ$ , & qu'il avoit pris un milieu. Or il est encore fort douteux, si un tel milieu est équivalent ; je différerai donc la décision, jusqu'à ce que j'aurai examiné le cas, où l'angle  $\omega$  est variable par la longueur des ailes.

LV. Il est ici fort remarquable que l'effet de ces machines est proportionnel au cube du sinus de l'angle d'inclinaison  $\omega$ , d'où il s'ensuit que, pour produire le plus grand effet, il faudroit rendre cet angle droit. Cependant il est très certain qu'alors le vent n'exerceroit plus aucune force sur les ailes ; & qu'il ne seroit pas capable de vaincre la moindre résistance : aussi trouvons-nous pour ce cas  $r = 0$  à cause de  $\cos \omega = 0$ , de sorte que le moment de la résistance évanouiroit tout à fait, & la vitesse des ailes  $V$   $v$  deviendrait infinie. Par cette raison on voit bien que ce cas est impossible, puisque les ailes rencontrent toujours par leur tranchant une résistance de la part de l'air, laquelle croissant dans la raison des quarrés de la vitesse arrêteroit bientôt l'accélération ultérieure des ailes, quand même la résistance de la machine évanouiroit. Mais, quoiqu'il fut  $r = 0$ , où la force de la résistance seroit réduite à rien, le moindre frottement de la machine rendroit ce cas inutile, & l'arrêteroit en repos. De là il est évident qu'on ne sauroit négliger, ni le frottement, ni la résistance de l'air, que les ailes souffrent par leur tranchant, dès que l'angle  $\omega$  approche fort d'un droit, & que la vitesse des ailes devient fort rapide : puisqu'alors ces  
deux



deux circonstances fournissent les principales déterminations de la machine & de son mouvement. Il est donc de la dernière importance, qu'en traitant ce problème on ait égard tant au frottement qu'à la résistance de l'air, & ce fera de là qu'on pourra déterminer, jusqu'à quel point on puisse augmenter l'angle  $\omega$ , afin que le véritable effet devienne le plus grand. Or le seul frottement mettra déjà de telles bornes à la vitesse des ailes, qu'on pourra se dispenser d'avoir égard à la résistance de l'air, tant puisqu'elle n'est pas fort considérable, quand le mouvement des ailes n'est pas extrêmement rapide, que puisque son effet peut être réuni à peu près avec celui du frottement. Car, quoique celui-ci suive la raison simple de la vitesse, & celui-là la doublée, on pourra bien se passer de la petite différence qui en résulteroit.

### P R O B L E M E V.

LVI. *Les mêmes choses étant données que dans le problème précédent, trouver la disposition de la machine, afin qu'elle produise le plus grand effet, en ayant égard au frottement, auquel la machine est assujettie.*

#### S O L U T I O N.

Pour vaincre le frottement soit requise la force  $F$ , qui étant appliquée à l'extrémité d'une aile, contrebalance précisément le frottement. Cette force étant contraire à la force d'impulsion, son moment, qui est  $FVv$ , doit être retranché du moment d'impulsion, de sorte que, pour mettre la machine en action, on aura ce moment d'impulsion

$$\frac{4ncfh \cos \omega \cdot Vv}{m} \left( \frac{1}{2} \sin \omega^2 - \frac{2Vv}{3Vc} \sin \omega \cos \omega + \frac{v}{4c} \cos \omega^2 \right) - FVv$$

qu'il faut rendre un *maximum*. Posons comme auparavant pour abrégé

$\frac{Vv}{Vc} = z \tan \omega$ , & nous aurons :

$$\frac{ncfh z \sin \omega^3 Vc}{m} \left( 2 - \frac{8}{3} z + z^2 \right) - F z \tan \omega \cdot Vc$$





Soit de plus  $\frac{m F \operatorname{rang} \omega}{n c f h \sin \omega^3} = \Phi$ , & il faudra rendre un *maximum*

$$2z - \frac{8}{3} z^2 + z^3 = \Phi z, \quad \text{d'où nous tirons}$$

$$3z^2 - \frac{16}{3} z + 2 = \Phi = 0 \quad \& \text{ partant :}$$

$$z = \frac{8 - \sqrt{10 + 27\Phi}}{9}$$

C'est donc le nombre  $\Phi$ , qui renferme l'effet du frottement, ayant supposé  $\Phi = \frac{m F}{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}$ , & de là nous aurons pour la vitesse des ailes :

$$Vv = \frac{8 - \sqrt{10 + 27\Phi}}{9} \operatorname{rang} \omega. Vc$$

Ensuite, puisque  $F = \frac{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m} \Phi$ , le plus grand moment d'impulsion sera :

$$\frac{8 - \sqrt{10 + 27\Phi}}{9} \cdot \frac{44 - 54\Phi + 8\sqrt{10 + 27\Phi}}{81} \cdot \frac{n c f h \sin \omega^3 \cdot Vc}{m}$$

$$\text{ou } \frac{272 - 648\Phi + (20 + 54\Phi)\sqrt{10 + 27\Phi}}{729} \cdot \frac{n c f h \sin \omega^3 \cdot Vc}{m}$$

auquel doit être égal le moment de l'effet  $\frac{p^3 r Vv}{f}$ , d'où l'on tire

$$\frac{p^3 r}{f} = \frac{44 - 54\Phi + 8\sqrt{10 + 27\Phi}}{81} \cdot \frac{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m}, \quad \& \text{ partant}$$

$$r = \frac{44 - 54\Phi + 8\sqrt{10 + 27\Phi}}{81} \cdot \frac{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m p^3}$$

COROLL.



## COROLL. I.

LVII. Donc, après avoir posé  $\phi = \frac{m F}{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}$ , nous venons de trouver  $z = \frac{8 - \sqrt{10 + 27 \phi}}{9}$ , & de là nous avons la vitesse des ailes à leurs extrémités  $V v = z \tan \omega . V c$ , & le moment d'impulsion, ou plutôt celui de l'effet,  $= \frac{n c f h z \sin \omega^3 V c}{m} (2 - \frac{2}{3} z + z z - \phi)$ , puisque nous avons déjà retranché le frottement de l'impulsion actuelle. Enfin, pour la disposition la plus avantageuse, nous aurons  $r = \frac{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m p^3} (2 - \frac{2}{3} z + z z - \phi)$ , si l'on donne à  $z$  la valeur trouvée.

## COROLL. 2.

LVIII. Sans avoir égard à la disposition la plus avantageuse, il faut, que la machine étant encore en repos, ou  $z = 0$ , la force du vent soit au moins capable de vaincre le frottement; d'où il faut qu'il soit  $\phi < 2$ . Ensuite, pour qu'elle puisse aussi vaincre la résistance, il faut qu'il soit  $\frac{n c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m} (2 - \phi) < p^3 r$ . Enfin, par la raison alléguée cy-dessus,  $z$  doit être moindre que l'unité, ou  $z < 1$ .

## COROLL. 3.

LIX. Donc, puisque  $\phi = \frac{m F}{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}$ , il est absolument nécessaire qu'il soit  $\frac{m F}{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega} < 2$ , & partant  $c > \frac{m F}{2 n f h \sin \omega^2 \cos \omega}$  d'où l'on connoit quelle force doit avoir le vent, avant qu'il soit capable de vaincre le frottement. Or, pour empêcher que la valeur

C c 2

de



de  $\phi$  ne devienne trop grande, il est évident, que l'angle  $\omega$  ne sauroit être ni trop petit, ni trop approchant d'un droit.

C O R O L L. 4.

LX. Or, si  $\phi < 2$  ; on trouve toujours pour  $z$  une valeur positive moindre que l'unité, par laquelle on déterminera la plus avantageuse disposition de la Machine, ou la quantité  $r$ . Où l'on peut remarquer que la formule trouvée se change aisément dans cette forme.

$$r = \frac{[8 - \sqrt{(10 + 27\phi)] [8 + 2\sqrt{(10 + 27\phi)]}}{81} \cdot \frac{\pi c f f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m p^3}.$$

Et le moment de l'effet sera alors

$$\frac{[8 - \sqrt{(10 + 27\phi)]^2 [8 + 2\sqrt{(10 + 27\phi)]}}{729} \cdot \frac{\pi c f h \sin \omega^3 V c}{m}.$$

C O R O L L. 5.

LXI. Ce plus grand moment, dès qu'il commence à devenir réel, ou que  $\phi < 2$ , augmente avec la vitesse du vent ; & lorsque le vent devenoit infiniment rapide, ce moment, ou l'effet de la machine, suivroit encore la raison du cube de la vitesse du vent. Or, si la vitesse du vent diminue, la valeur de  $\phi$  augmente, & rend le coefficient irrationnel plus petit, d'où l'effet décroitra dans une raison plus grande que celle des cubes de la vitesse.

C O R O L L. 6.

LXII. Or ce coefficient irrationnel  $[8 - \sqrt{(10 + 27\phi)]^2 [8 + 2\sqrt{(10 + 27\phi)]}$  évanouit lorsque  $\phi = 2$ , & pendant que la valeur de  $\phi$  décroît, ou que la vitesse du vent augmente, il deviendra de plus en plus grand, & approchera de  $(8 - \sqrt{10})^2 (8 + 2\sqrt{10})$ , qui est la valeur pour le cas  $\phi = 0$  ; ou la vitesse du vent infinie. Donc, puisque ce coefficient croît avec la vitesse du

du vent, il est clair que le plus grand effet de la machine croit dans une plus grande raison, que celle des cubes de la vitesse du vent.

#### SCHOLIION.

LXIII. Nous avons considéré ici l'inclinaison des ailes à la direction du vent, ou l'angle  $\omega$  comme donné ; or on voit que le plus grand effet qu'on obtient, si l'on donne à la machine la disposition prescrite, dépend beaucoup de cet angle  $\omega$ . Car, si l'on faisoit l'angle  $\omega$  à peu près de  $90^\circ$ , ce qui seroit le cas le plus avantageux s'il n'y avoit point de frottement, le facteur  $\frac{ncfh \sin \omega^3 \sqrt{c}}{m}$  deviendrait bien le plus grand, mais le facteur irrationnel diminueroit l'effet, à cause de la valeur de  $\phi$ , qui est réciproquement proportionnelle à  $\sin \omega^3 \cos \omega$  : & nous avons vu, que si  $\phi = 2$  ou même plus grand que 2, la machine ne sauroit plus être mise en mouvement. Il faut donc prendre l'angle  $\omega$  en sorte qu'il en résulte une valeur pour  $\phi$ , qui soit moindre que 2, & pour cet effet il faut exclure, tant les cas où l'angle  $\omega$  est trop petit, que ceux où il approche trop d'un angle droit, puisque l'un & l'autre cas augmente la valeur de  $\phi$ . En ne regardant que l'angle  $\omega$  comme variable, la valeur de  $\phi$  devient la plus petite si l'on prend  $\sin \omega = \sqrt{\frac{2}{3}}$  &  $\cos \omega = \sqrt{\frac{1}{3}}$ , ou bien l'angle  $\omega = 54^\circ, 44'$ , auquel cas on aura  $\phi = \frac{3mF\sqrt{3}}{2ncfh}$ , qui est sa plus petite valeur. Mais, soit qu'on prenne l'angle  $\omega$  plus grand ou plus petit que  $54^\circ, 44'$ , la valeur de  $\phi$  deviendra plus grande, de sorte qu'il y a toujours deux angles pour  $\omega$ , qui donnent la même valeur pour  $\phi$ , dont l'un est plus grand que  $54^\circ, 44'$ , & l'autre plus petit. Or il est évident que de ces deux valeurs il est toujours bon de choisir la plus grande, puisque alors  $\sin \omega^3$ , ou le dernier facteur devient plus grand, le premier irrationnel demeurant le même : ainsi ces deux angles  $\omega = 45^\circ$ , &  $\omega = 64^\circ, 5', 11''$  donnent la même valeur  $\sin \omega^3 \cos \omega = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ , & partant aussi la même pour  $\phi$ . Cepen-



tant, en prenant  $\omega = 64^\circ, 5', 11''$  au lieu de  $\omega = 45^\circ$ , l'effet de la machine sera  $2 \frac{1}{7}$  fois plus grand. On comprend aussi qu'il est plus avantageux de prendre l'angle  $\omega$  plus grand que  $54^\circ, 44'$ ; car, quoique la valeur de  $\phi$  devienne plus grande, & partant le facteur irrationnel  $\frac{[8 - \sqrt{(10 + 27\phi)]^2 [8 + 2\sqrt{(10 + 27\phi)}]}{729}$

plus petit, l'autre facteur  $\frac{ncfh \sin \omega^3 \sqrt{c}}{m}$ , prend en échange une plus grande valeur, de sorte que le produit de ces deux formules devient plus grand: car, si l'on augmente tant soit peu l'angle  $\omega$  au delà de  $54^\circ, 44'$ , le nombre  $\phi$ , & partant aussi le facteur irrationnel, n'en change point, tandis que l'autre facteur en reçoit une augmentation sensible. Il est donc important de déterminer l'angle  $\omega$ , sous lequel il faut incliner les ailes à la direction du vent, afin que la machine produise le plus grand effet; ce que nous ferons dans le problème qui suit.

## PROBLEME VI.

LXIV. *Quand les ailes sont partout également larges, & également inclinées à la direction du vent, trouver quelle inclinaison il leur faut donner, afin que la machine produise le plus grand effet, en tenant compte du frottement.*

### SOLUTION.

Après avoir posé comme ci-dessus  $\frac{Vv}{\sqrt{c}} = z \tan \omega$ , le moment d'impulsion diminué de celui du frottement est

$$\frac{ncfhz \sin \omega^3 \cdot \sqrt{c}}{m} (2 - \frac{2}{3}z + zz) - Fz \tan \omega \cdot \sqrt{c}$$

qu'il s'agit de rendre un *maximum*. Or, puisqu'on demande l'angle le plus convenable  $\omega$ , en supposant qu'on ait déjà donné à  $z$  la valeur, que la plus avantageuse disposition de la machine exige, savoir

$$z =$$



$$z = \frac{8 - \sqrt{10 + 27\phi}}{9}, \text{ ayant posé } \phi = \frac{m F}{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega},$$

il faut différentier l'expression du moment en supposant tant  $z$  que l'angle  $\omega$  variable. Or le différentiel qui résulte de la variabilité de  $z$  évanouir déjà, si l'on donne à  $z$  la valeur trouvée ; il ne reste donc qu'à considérer l'angle  $\omega$  seul comme variable, & posant le différentiel  $= 0$  nous aurons cette équation.

$$\frac{3 n c f h z \sin \omega^2 \cos \omega \sqrt{c}}{m} (2 - \frac{2}{3} z + z^2) - \frac{F z \sqrt{c}}{\cos \omega^2} = 0 \text{ ou}$$

$$\frac{3 n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m} (2 - \frac{2}{3} z + z^2) - \frac{F}{\cos \omega^2} = 0$$

Posons pour  $F$  la valeur  $\frac{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}{m} \phi$  pour avoir

$$3 (2 - \frac{2}{3} z + z^2) - \frac{\phi}{\cos \omega^2} = 0$$

ou

$$\phi = 3 \cos \omega^2 (2 - \frac{2}{3} z + z^2) = \frac{\cos \omega^2 [8 - \sqrt{10 + 27\phi}] [8 + 2\sqrt{10 + 27\phi}]}{27}$$

Donc nous aurons

$$\frac{27 \phi}{\cos \omega^2} = 44 - 54 \phi + 8 \sqrt{10 + 27 \phi}$$

Mais, puisque  $\phi = \frac{m F}{n c f h \sin \omega^2 \cos \omega}$ , posons pour abréger

$$\frac{m F}{n c f h} = \frac{4 \alpha}{27}, \text{ de sorte que } 27 \phi = \frac{4 \alpha}{\sin \omega^2 \cos \omega}, \text{ \& nous aurons}$$

$$\frac{\alpha}{\sin \omega^2 \cos \omega^3} = 11 - \frac{2 \alpha}{\sin \omega^2 \cos \omega} + 2 \sqrt{10 + \frac{4 \alpha}{\sin \omega^2 \cos \omega}}$$

ou

$$\alpha + 2 \alpha \cos \omega^2 - 11 \sin \omega^2 \cos \omega^3 = 2 \sin \omega \cos \omega^2 \sqrt{10 \sin \omega^2 \cos \omega^2 + 4 \alpha \cos \omega}$$

qui



qui étant délivrée des irrationnels prendra cette forme

$$\alpha \alpha (1 + 2 \cos \omega^2)^2 - 2 \alpha \sin \omega^2 \cos \omega^3 (11 + 30 \cos \omega^2) + 81 \sin \omega^4 \cos \omega^6 = 0$$

où il faut se souvenir que  $\frac{4 \alpha}{\sin \omega^2 \cos \omega}$  doit être moindre que 54, &

partant  $\sin \omega^2 \cos \omega > \frac{4 \alpha}{54}$ , ou  $\sin \omega^2 \cos \omega > \frac{2 \alpha}{27}$ . Tout revient

donc à résoudre cette équation, & à en déterminer l'angle  $\omega$ . Comme elle peut avoir plusieurs racines, il est bon de remarquer, que l'angle satisfaisant est toujours plus grand que  $54^\circ$ ,  $44'$ , comme j'ai fait voir ci-dessus.

#### C O R O L L. I.

LXV. La constante  $\alpha = \frac{27 m F}{4 n c f h}$  renferme le frottement  $F$ , auquel elle est proportionnelle. Et au cas que le frottement évanouit, notre équation nous découvre  $\cos \omega = 0$ , ou l'angle  $\omega$  droit, tout comme nous l'avons déjà remarqué.

#### C O R O L L. 2.

LXVI. Donc, si le frottement est extrêmement petit, nous voyons que l'angle  $\omega$  doit approcher fort d'un angle droit, de sorte que  $\cos \omega$  sera une fraction très petite. Nous pourrons donc supposer  $1 + 2 \cos \omega^2 = 1$  &  $11 + 30 \cos \omega^2 = 11$ , & notre équation à résoudre sera

$$\alpha \alpha = 22 \alpha \sin \omega^2 \cos \omega^3 - 81 \sin \omega^4 \cos \omega^6$$

d'où nous tirons :

$$\alpha = (11 \pm \sqrt{40}) \sin \omega^2 \cos \omega^3 \text{ ou } \sin \omega^2 \cos \omega^3 = \frac{\alpha}{11 \pm \sqrt{40}}$$

Et, puisque  $\sin \omega$  est à peu près  $= 1$ , on aura  $\cos \omega = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{11 \pm \sqrt{40}}}$   
où





où il faudra prendre le signe  $+$ , afin que l'angle  $\omega$  approche plus d'un droit.

### C O R O L L. 3.

LXVII. On pourra aussi déterminer les cas, où un angle donné  $\omega$  est le plus propre pour procurer le plus grand effet de la machine. Car, prenant pour  $\omega$  un angle quelconque plus grand que  $54^{\circ} 44'$ , on trouve

$$\alpha = \frac{11 + 30 \cos \omega^2 \pm \sqrt{(7 + 24 \cos \omega^2)^2 - 9}}{(1 + 2 \cos \omega^2)^2} \cdot \sin \omega^2 \cos \omega^2$$

& cet angle produira le plus grand effet, lorsque le frottement est

$$F = \frac{4 n c f h \alpha}{27 m}. \text{ Alors ayant } -z = \frac{1}{3} - \sqrt{\left(\frac{1}{12} + \frac{4 \alpha}{81 \sin \omega^2 \cos \omega}\right)},$$

le plus grand moment d'effet sera,

$$\frac{n c f h z \sin \omega^3 \cdot \sqrt{c}}{m} (2 - \frac{1}{3} z + z z) - F z \tan \omega \sqrt{c}.$$

### E X E M P L E.

LXVIII. Qu'on cherche les cas, où l'inclinaison des ailes à la direction du vent de  $70^{\circ} 31'$ , est la plus avantageuse : ou lorsqu'on met

$$\cos \omega = \frac{1}{3} \quad \& \quad \sin \omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Posant donc  $\cos \omega = \frac{1}{3}$  &  $\sin \omega^2 = \frac{8}{9}$ , on trouvera

$$\alpha = \frac{43 \pm \sqrt{760}}{121} \cdot \frac{1}{9} \text{ d'où l'on tire deux valeurs, qui sont}$$

$$\alpha = 0,5184 \quad \& \quad \alpha = 0,1134, \text{ auxquelles répond le}$$

$$\text{frottement } F = 0,0768 \cdot \frac{m}{n} c f h \quad \& \quad F = 0,0168 \cdot \frac{m}{n} c f h.$$



## S C H O L I E.

LXIX. Or, puisque l'inclinaison des ailes, comme je viens de la déterminer, dépend de la force du vent, & qu'il la faudroit changer toutes les fois que le vent change, la pratique ne sauroit tirer aucun avantage de cette détermination, qui demanderoit d'ailleurs un développement plus soigneux, auquel il feroit superflu de s'arrêter plus longtems. Ce qui nous a jetté dans cet embarras, c'est que nous avons donné aux ailes par toute leur étendue la même inclinaison à la direction du vent : or il n'y a non seulement rien qui nous oblige à cette égalité, mais il est même beaucoup plus avantageux de donner aux ailes une inclinaison variable, en sorte que l'angle  $\omega$  en s'éloignant de l'axe approche de plus en plus de  $90^\circ$ . Aussi voyons-nous qu'on observe actuellement cette maxime dans la pratique ; & quand Mr. *Lalofs* marque, que l'angle  $\omega$  étoit de  $73^\circ$ , il avertit expressément, que le vent tomboit plus obliquement sur les ailes près de l'axe, & qu'il les frappoit presque perpendiculairement vers les extrémités. Et pour ramener ce cas à celui que j'avois traité, y ayant supposé l'inclinaison uniforme, il avoit pris un milieu entre la plus grande & la plus petite inclinaison. Donc, puisqu'il a trouvé ce milieu de  $73^\circ$ , si la plus grande a été de  $90^\circ$ , la plus petite feroit de  $56^\circ$ . J'examinerai donc combien cette variabilité est conforme à la théorie, & combien il y a à gagner de ce côté pour augmenter l'effet de ces sortes de machines.

## P R O B L E M E VII.

LXX. *Trouver la plus avantageuse inclinaison, qu'il faut donner aux ailes d'un moulin à vent, afin qu'on en puisse tirer le plus grand effet.*

## S O L U T I O N.

Pour résoudre ce problème il faut remonter à la première formule intégrale, qui exprime le moment d'impulsion. Or, si nous posons la longueur entière des ailes  $OF = f$ , leur largeur  $MM = y$ , qui convient à la distance de l'axe  $OP = x$ , & l'angle sous lequel l'élément



ment de l'aile  $MMmm$  y est incliné à la direction du vent  $= \omega$ , il faut considérer cet angle comme variable, & déterminer pour chaque distance de l'axe  $OP = x$  la valeur, afin que le moment d'impulsion devienne le plus grand. Mais nous avons trouvé (27) ce moment exprimé en sorte :

$$\frac{4 \pi c V v}{m f} \int x y d x \cos \omega \left( \sin \omega - \frac{x V v}{f V c} \cos \omega \right)^2$$

où  $c$  marque la hauteur due à la vitesse du vent, &  $v$  celle qui est due à la vitesse des ailes à leur extrémité  $F$ . De quelque manière que la largeur des ailes varie, on peut regarder  $y$  comme une fonction donnée de  $x$ ; & notre formule intégrale ne renfermera que deux variables  $x$  &  $\omega$ , entre lesquelles il faut déterminer le rapport, qui rendra un *maximum* la valeur de notre intégrale. Or on sait que, si  $Z$  est une fonction quelconque de deux variables  $x$  &  $\omega$ , en sorte que  $dZ = Mdx + Nd\omega$ , la formule intégrale  $\int Z dx$  obtiendra la plus grande valeur quand on pose  $N = 0$ ; donc, puisque dans notre cas on a

$$Z = x y \cos \omega \left( \sin \omega - \frac{x V v}{f V c} \cos \omega \right)^2$$

il s'ensuit par la différentiation

$$N = -xy \sin \omega \left( \sin \omega - \frac{x V v}{f V c} \cos \omega \right)^2 + 2xy \cos \omega \left( \sin \omega - \frac{x V v}{f V c} \cos \omega \right) \left( \cos \omega + \frac{x V v}{f V c} \sin \omega \right)$$

d'où, en divisant par  $xy \left( \sin \omega - \frac{x V v}{f V c} \cos \omega \right)$ , nous tirons cette équation :

$$\sin \omega^2 - \frac{x V v}{f V c} \sin \omega \cos \omega = 2 \cos \omega^2 + \frac{2 x V v}{f V c} \sin \omega \cos \omega$$

$$\text{ou } \sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2 = \frac{3 x V v}{f V c} \sin \omega \cos \omega.$$



Posons pour abréger  $\frac{3xVv}{fVc} = 2\rho$  pour avoir

$$\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2 = 2\rho \sin \omega \cos \omega, \text{ où divisant par } \cos \omega^2$$

$$\text{tang } \omega^2 = 2\rho \text{ tang } \omega + 2 \text{ donc}$$

$$\text{tang } \omega = \rho + \sqrt{(\rho\rho + 2)} \text{ ou bien}$$

$$\text{tang } \omega = \frac{3xVv}{2fVc} + \sqrt{\left(\frac{9xxv}{4ff\theta} + 2\right)}$$

D'où l'on connoit pour chaque distance  $x$  de l'axe l'inclinaison qu'il faut donner aux ailes, afin que le moment d'impulsion devienne le plus grand qu'il est possible.

#### C O R O L L. I.

LXXI. De cette formule il est évident que, plus le point P des ailes est éloigné de l'axe O, & plus l'angle  $\omega$  y devient grand, ou plus l'inclinaison des ailes à la direction du vent y approche d'un angle droit. Or tout près de l'axe O, ou  $x = 0$ , on a  $\text{tang } \omega = \sqrt{2}$ , ou bien l'angle  $\omega = 54^\circ, 44'$ ; & partant plus loin de l'axe O l'angle  $\omega$  doit être plus grand.

#### C O R O L L. 2.

LXXII. A l'extrémité des ailes en F, où  $x = f$ , l'angle  $\omega$  sera le plus grand, & on aura  $\text{tang } \omega = \frac{3Vv}{2Vc} + \sqrt{\left(\frac{9v}{4c} + 2\right)}$ .

Cet angle dépend donc du rapport des vitesses  $Vv$  &  $Vc$ ; & plus la vitesse des ailes est grande par rapport à la vitesse du vent, plus aussi approchera l'angle  $\omega$  d'un droit. S'il y avoit  $Vv = Vc$ , on auroit  $\text{tang } \omega = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + 2}$ , ou bien l'angle  $\omega = 74^\circ, 19'$ . Or, si l'on met  $Vv = 2Vc$ , on aura  $\text{tang } \omega = 3 + \sqrt{11}$  ou  $\omega = 81^\circ, 1'$ ;

& pour le cas

$$Vv = 3Vc, \text{ on aura } \text{tang } \omega = \frac{9 + \sqrt{89}}{2} \text{ ou } \omega = 83^\circ, 49'.$$



## C O R O L L. 3.

LXXIII. Posons ce rapport  $\frac{Vv}{Vc} = v$ , & il faut qu'il demeure toujours le même, quelque changement qu'il arrive au vent, afin que les ailes puissent servir pour tous les degrés du vent: alors on aura

$$\text{tang } \omega = \frac{3vx}{2f} + V \left( \frac{9vvxx}{4ff} + 2 \right)$$

& à l'extrémité des ailes en F,  $\text{tang } \omega = \frac{3}{2} v + V \left( \frac{3}{2} vv + 2 \right)$ .

## C O R O L L. 4.

LXXIV. Dans cette disposition des ailes il n'est pas à craindre, que le calcul devienne jamais contraire à la vérité. Car, quelque grande que soit la vitesse du vent, il y a toujours  $\sin \omega > \frac{xVv}{fVc}$   $\cos \omega$ , & il n'arrive jamais, comme dans les cas précédens, qu'une partie des ailes éprouve le choc du vent par derrière.

## C O R O L L. 5.

LXXV. Posant  $Vv = vVc$ , le moment d'impulsion sera

$$\frac{4vncVc}{mf} \int xy dx \cos \omega^3 \left( \text{tang } \omega - \frac{vx}{f} \right)^2$$

& puisque la formule intégrale ne renferme plus la vitesse du vent, le moment d'impulsion sera proportionnel au cube de la vitesse du vent.

## P R O B L E M E VIII.

LXXVI. Si les ailes sont partout de la même largeur, & qu'on dispose leur inclinaison à la direction du vent, comme il a été enseigné dans le problème précédent, déterminer le moment d'impulsion dont les ailes seront frappées par chaque vent.



## SOLUTION.

Ayant établi un certain rapport entre la vitesse du vent  $V_c$  & la vitesse des ailes à leur extrémité  $V_v$ , en sorte que  $V_v = v V_c$ , soit la largeur constante des ailes  $HH = h$ , & puisque  $y = h$ , il s'agit de trouver l'intégrale de cette expression.

$$\frac{4vnhcV_c}{mf} \int x dx \cos \omega^3 \left( \tan \omega - \frac{vx}{f} \right)^2$$

en posant  $\tan \omega = \frac{3vx}{2f} + V \left( \frac{9vvxx}{4ff} + 2 \right)$ . Or, si l'on

mettoit cette valeur à la place de  $\tan \omega$ , le  $\cos \omega$  seroit exprimé par une formule si embarrasée, qu'on auroit bien de la peine à en chercher l'intégrale. Il est donc à propos de garder dans le calcul la variable  $\omega$ , & de déterminer l'autre  $x$  par celle-ci : d'où l'on aura

$$\tan \omega^2 - \frac{3vx}{f} \tan \omega = 2, \text{ \& } \frac{vx}{f} = \frac{\tan \omega^2 - 2}{3 \tan \omega}$$

De là nous obtiendrons :

$$\tan \omega - \frac{vx}{f} = \frac{2 \tan \omega^2 - 2}{3 \tan \omega} = \frac{2}{3 \sin \omega \cos \omega}$$

$$\text{\& } \left( \tan \omega - \frac{vx}{f} \right)^2 = \frac{4}{9 \sin \omega^2 \cos \omega^2}$$

Ensuite ayant

$$x = \frac{f}{3v} (\tan \omega - 2 \cos \omega) = \frac{f(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{3v \sin \omega \cos \omega}$$

à différentiation donne

$$dx = \frac{f d\omega}{3v} \left( \frac{1}{\cos \omega^2} + \frac{2}{\sin \omega^2} \right) = \frac{f d\omega (\sin \omega^2 + 2 \cos \omega^2)}{3v \sin \omega^2 \cos \omega^2}$$

D'où l'on tirera

$$x dx \cos \omega^3 = \frac{ff d\omega (\sin \omega^4 - 4 \cos \omega^4)}{9vv \sin \omega^3}$$

&

& partant le moment d'impulsion sera

$$\frac{16\pi f h c V c}{81 \nu m} \int \frac{d\omega (\sin \omega^4 - 4 \cos \omega^4)}{\sin \omega^5 \cos \omega^2}$$

Posez  $\int \frac{d\omega (\sin \omega^4 - 4 \cos \omega^4)}{\sin \omega^5 \cos \omega^2} = \Omega$ , & nous aurons.

$$d\Omega = \frac{d\omega}{\sin \omega \cos \omega^2} - \frac{4 \cos \omega^2}{\sin \omega^5} d\omega, \text{ ou bien}$$

$$d\Omega = d\omega \left( \frac{\sin \omega}{\cos \omega^2} + \frac{1}{\sin \omega} + \frac{4}{\sin \omega^3} - \frac{4}{\sin \omega^5} \right)$$

où l'on remarque d'abord que  $\int \frac{d\omega \sin \omega}{\cos \omega^2} = \frac{1}{\cos \omega}$ , &  $\int \frac{d\omega}{\sin \omega} = l$

tang  $\frac{1}{2} \omega$  en prenant les logarithmes hyperboliques. Ensuite, ayant en

$$\text{général } \int \frac{d\omega}{\sin \omega^\mu} = \frac{\mu-2}{\mu-1} \int \frac{d\omega}{\sin \omega^{\mu-2}} - \frac{\cos \omega}{(\mu-1) \sin \omega^{\mu-1}}.$$

nous aurons :

$$\int \frac{d\omega}{\sin \omega^3} = \frac{1}{2} \int \frac{d\omega}{\sin \omega} - \frac{\cos \omega}{2 \sin \omega^2} = \frac{1}{2} l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega - \frac{\cos \omega}{2 \sin \omega^2}$$

$$\int \frac{d\omega}{\sin \omega^5} = \frac{3}{4} \int \frac{d\omega}{\sin \omega^3} - \frac{\cos \omega}{4 \sin \omega^4} = \frac{3}{8} l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega - \frac{3 \cos \omega}{8 \sin \omega^2} - \frac{\cos \omega}{4 \sin \omega^4}$$

Rassemblons toutes ces parties ensemble, & nous trouverons,

$$\Omega = \frac{1}{\cos \omega} + \frac{3}{2} l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega - \frac{\cos \omega}{2 \sin \omega^2} + \frac{\cos \omega}{\sin \omega^4}$$

$$\text{ou } \Omega = \frac{2 \sin \omega^4 + \sin \omega^2 \cos \omega^2 + 2 \cos \omega^4}{2 \sin \omega^4 \cos \omega} + \frac{3}{2} l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega$$

d'où nous tirons le moment d'impulsion :

$$\frac{16\pi f h c V c}{81 \nu m} \left( \frac{2 \sin \omega^4 + \sin \omega^2 \cos \omega^2 + 2 \cos \omega^4}{2 \sin \omega^4 \cos \omega} + \frac{3}{2} l \text{ tang } \frac{1}{2} \omega - \text{Const.} \right)$$

vitesse  
la lar  
de tr

$$\cos \omega = 0, \text{ ou } \tan \omega = \sqrt{2},$$

$$\cos \omega = \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ \& } \tan \frac{1}{2} \omega = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

Ensuite, longueur des ailes, il faut mettre 1), d'où l'on aura

en

$$\sec \omega = \sqrt{3 + \frac{2}{3}vv + 3v\sqrt{\frac{2}{3}vv + 2}} = \frac{1}{\cos \omega}$$

$$\tan \frac{1}{2} \omega = \frac{\sqrt{3 + \frac{2}{3}vv + 3v\sqrt{\frac{2}{3}vv + 2}} - 1}{\frac{2}{3}v + \sqrt{\frac{2}{3}vv + 2}}$$

Or, ayant ces valeurs, le moment d'impulsion sera

$$\frac{16nfhcVc}{81vm} \left( (1 + \frac{1}{2} \cot \omega^2 + \cot \omega^4) \sec \omega + \frac{1}{2} / \tan \frac{1}{2} \omega - \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{1}{2} / \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \right)$$

où il faut remarquer que  $\cot \omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}vv + 2} - \frac{2}{3}v$ .

#### COROLL 1.

LXXVII. Au lieu de la constante  $v$  il sera plus commode d'introduire dans le calcul, l'angle même dont les ailes sont inclinées au vent, à leur extrémité. Soit cet angle  $= \theta$ , & puisque  $\tan \theta = \frac{2}{3}v + \sqrt{\frac{2}{3}vv + 2}$  on aura  $\tan \theta^2 = 3v \tan \theta = 2$ , donc  $v = \frac{\tan \theta^2 - 2}{3 \tan \theta} = \frac{1}{3} \tan \theta - \frac{2}{3} \cot \theta$ ; & de là on connoitra la vitesse des ailes à leur extrémité  $Vv = v\sqrt{c}$ .

#### COROLL 2.

LXXVIII. Introduisant cet angle  $\theta$  dans le calcul, le moment d'impulsion sera,

$$\frac{16nfhcVc}{27m(\tan \theta - 2 \cot \theta)} \left( (1 + \frac{1}{2} \cot \theta + \cot \theta^4) \sec \theta + \frac{1}{2} / \tan \frac{1}{2} \theta - \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} / \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \right)$$

Or





Où  $\theta$  étant l'inclinaison extrême, qui répond à la distance  $x = f$ , on suppose que pour une distance quelconque  $x$  l'inclinaison est  $= \omega$ , en sorte qu'il soit

$$x = \frac{f (\text{tang } \omega - 2 \cot \omega)}{\text{tang } \theta - 2 \cot \theta} \quad \text{ou}$$

$$\text{tang } \omega = \frac{x (\text{tang } \theta - 2 \cot \theta)}{f} + \sqrt{\left( \frac{xx (\text{tang } \theta - 2 \cot \theta)^2}{ff} + 2 \right)}$$

C O R O L L. 3.

LXXIX. Puisque l'angle  $\theta$  est toujours plus grand que  $54^\circ$ ,  $44'$ , il sera bon de calculer pour les principaux angles, qui peuvent être pris pour  $\theta$ , les valeurs suivantes en nombres.

$\theta$	$\text{tang } \theta - 2 \cot \theta$	$(2 + \cot \theta^2 + 2 \cot \theta^4) \sec. \theta$	$1/\text{tang } \frac{1}{2} \theta$
$54^\circ, 44'$	0,000000	5, 196152 - -	— 0,658479
60	0,577350	5, 111111 - -	— 0,549306
65	1,211892	5, 470671 - -	— 0,450875
70	2,019537	6, 337560 - -	— 0,356378
75	3,196152	8, 044641 - -	— 0,264842
80	5,318628	11, 707722 - -	— 0,175426
81	5,996983	12, 953311 - -	— 0,157730
82	6,834288	14, 518121 - -	— 0,140082
83	7,898777	16, 538455 - -	— 0,122478
84	9,304156	19, 241562 - -	— 0,104912
85	11,255075	23, 036594 - -	— 0,087377

C O R O L L. 4.

LXXX. Posons  $(1 + \frac{1}{2} \cot \theta^2 + \cot \theta^4) \sec. \theta + \frac{3}{2} 1/\text{tang } \frac{1}{2} \theta = \Theta$   
& soit  $\Delta = \frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{3}{2} 1/\frac{\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}$ , qui est la valeur de  $\Theta$ , lorsqu'on



Il faut que cette intégrale évanouisse au cas  $x = 0$ , ou  $\tan \omega = \sqrt{2}$ ,  
ce qui donne  $\sin \omega = \sqrt{\frac{2}{3}}$ ,  $\cos \omega = \sqrt{\frac{1}{3}}$  &  $\tan \frac{1}{2} \omega = \frac{\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}$

d'où l'on tire cette constante  $= \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3-1}{2}}$ . Ensuite,

pour l'étendre par toute la longueur des ailes, il faut mettre  
 $\tan \omega = \frac{3}{2} v + \sqrt{\left(\frac{9}{4} v v + 2\right)}$ , d'où l'on aura

$$\sec. \omega = \sqrt{3 + \frac{9}{2} v v + 3 v \sqrt{\left(\frac{9}{4} v v + 2\right)}} = \frac{1}{\cos \omega}$$

$$\tan \frac{1}{2} \omega = \frac{\sqrt{3 + \frac{9}{2} v v + 3 v \sqrt{\left(\frac{9}{4} v v + 2\right)}} - 1}{\frac{3}{2} v + \sqrt{\left(\frac{9}{4} v v + 2\right)}}$$

Or, ayant ces valeurs, le moment d'impulsion sera

$$\frac{16 n f h c V c}{81 v m} \left( \left(1 + \frac{1}{2} \cot \omega^2 + \cot \omega^4\right) \sec. \omega + \frac{3}{2} \sqrt{\tan \frac{1}{2} \omega} - \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3-1}{2}} \right)$$

où il faut remarquer que  $\cot \omega = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{9}{4} v v + 2\right)} - \frac{3}{2} v$ .

#### C O R O L L I.

LXXVII. Au lieu de la constante  $v$  il sera plus commode d'introduire dans le calcul, l'angle même dont les ailes sont inclinées au vent, à leur extrémité. Soit cet angle  $= \theta$ , & puisque  $\tan \theta = \frac{3}{2} v + \sqrt{\left(\frac{9}{4} v v + 2\right)}$  on aura  $\tan \theta^2 = 3 v \tan \theta + 2$ , donc  $v = \frac{\tan \theta^2 - 2}{3 \tan \theta} = \frac{1}{3} \tan \theta - \frac{2}{3} \cot \theta$ ; & de là on connoitra la vitesse des ailes à leur extrémité  $V v = v V c$ .

#### C O R O L L 2.

LXXVIII. Introduisant cet angle  $\theta$  dans le calcul, le moment d'impulsion sera,

$$\frac{16 n f h c V c}{27 m (\tan \theta - 2 \cot \theta)} \left( \left(1 + \frac{1}{2} \cot \theta + \cot \theta^4\right) \sec. \theta + \frac{3}{2} \sqrt{\tan \frac{1}{2} \theta} - \frac{3 \sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3-1}{2}} \right)$$

Or



Où  $\theta$  étant l'inclinaison extrême, qui répond à la distance  $x = f$ , on suppose que pour une distance quelconque  $x$  l'inclinaison est  $= \omega$ , en sorte qu'il soit

$$x = \frac{f (\text{tang } \omega - 2 \cot \omega)}{\text{tang } \theta - 2 \cot \theta} \quad \text{ou}$$

$$\text{tang } \omega = \frac{x (\text{tang } \theta - 2 \cot \theta)}{f} + \sqrt{\left( \frac{x (\text{tang } \theta - 2 \cot \theta)}{f} + 2 \right)}$$

C O R O L L. 3.

LXXIX. Puisque l'angle  $\theta$  est toujours plus grand que  $54^\circ$ ,  $44'$ , il sera bon de calculer pour les principaux angles, qui peuvent être pris pour  $\theta$ , les valeurs suivantes en nombres.

$\theta$	$\text{tang } \theta - 2 \cot \theta$	$(2 + \cot^2 \theta + 2 \cot \theta^4) \sec. \theta$	$1/\text{tang } \frac{1}{2} \theta$
$54^\circ, 44'$	0,000000	5, 196152 - -	— 0,658479
60	0,577350	5, 111111 - -	— 0,549306
65	1,211892	5, 470671 - -	— 0,450875
70	2,019537	6, 337560 - -	— 0,356378
75	3,196152	8, 044641 - -	— 0,264842
80	5,318628	11, 707722 - -	— 0,175426
81	5,996983	12, 953311 - -	— 0,157730
82	6,834288	14, 518121 - -	— 0,140082
83	7,898777	16, 538455 - -	— 0,122478
84	9,304156	19, 241562 - -	— 0,104912
85	11,255075	23, 036594 - -	— 0,087377

C O R O L L. 4.

LXXX. Posons  $(1 + \frac{1}{2} \cot^2 \theta + \cot^4 \theta) \sec. \theta + \frac{3}{2} 1/\text{tang } \frac{1}{2} \theta = \Theta$   
& soit  $\Delta = \frac{3}{2} \sqrt{3} - \frac{3}{2} 1/\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ , qui est la valeur de  $\Theta$ , lorsqu'on

met  $\theta = 54^{\circ}, 44'$ ; & conservant  $\frac{\text{tang } \theta - 2 \cot \theta}{3} = v$ , le moment d'impulsion étant  $= \frac{16 \pi f h c V c}{81 m} \cdot \frac{\Theta - \Delta}{v}$ , nous aurons pour les mêmes angles :

$\theta$	$\Theta$	$\Theta - \Delta$	$v$	$\frac{\Theta - \Delta}{v}$
$54^{\circ}, 44'$	1,610357	0,000000	0,000000	0,000000
$60^{\circ}$	1,731597	0,121240	0,192450	0,62998
$65^{\circ}$	2,059024	0,448667	0,403964	1,11065
$70^{\circ}$	2,634213	1,023856	0,673179	1,52090
$75^{\circ}$	3,625058	2,014701	1,065384	1,89105
$80^{\circ}$	5,590722	3,980365	1,772876	2,24510
$81^{\circ}$	6,240060	4,629703	1,998994	2,31600
$82^{\circ}$	7,048938	5,438581	2,278096	2,38735
$83^{\circ}$	8,085511	6,475154	2,632926	2,45935
$84^{\circ}$	9,463413	7,853056	3,101385	2,53212
$85^{\circ}$	11,387231	9,776874	3,751692	2,60595

C O R O L L E M.

LXXXI. Puisque le moment d'impulsion est proportionnel à la quantité  $\frac{\Theta - \Delta}{v}$ , on voit que ce moment croît en augmentant l'angle  $\theta$ , & s'il étoit possible de l'augmenter jusqu'à  $90^{\circ}$ , la valeur de  $\frac{\Theta - \Delta}{v}$  deviendrait  $= 3$ , & le moment feroit  $\frac{16 \pi f h c V c}{27 m}$ . Or alors le nombre  $v$  étant infini, la vitesse des ailes deviendrait infinie, ce qui rend ce cas impossible.

COROLL.



## C O R O L L 6.

LXXXII. Il est donc avantageux de prendre l'angle  $\theta$  aussi grand qu'il est possible ; or c'est le frottement qui y met des bornes, puisqu'il augmente aussi en prenant l'angle  $\theta$  plus grand, & qu'il deviendrait même infini, si l'on faisoit cet angle droit. Si l'on veut que la vitesse des ailes à leurs extrémités soit le double de la vitesse du vent, il faut mettre l'angle  $\theta = 81^\circ$ , & alors l'effet sera déjà assez considérable étant au plus grand possible comme 2,60595 à 3 ou comme 7 à 8.

## S C H O L I O N. I.

LXXXIII. Or, ayant choisi pour l'angle  $\theta$  une valeur quelconque, il faut donner aux ailes la figure prescrite, en sorte qu'à chaque distance de l'axe l'inclinaison de l'élément de l'aile  $MM\ mm$  à la direction du vent, soit précisément celle que le calcul ordonne. Mais alors ces ailes dûment construites ne produisent le plus grand moment d'impulsion, qu'entant que leur mouvement est conforme à l'angle  $\theta$ , ou que la vitesse de leurs extrémités est à celle du vent, comme le nombre  $v$ , qui répond à l'angle choisi  $\theta$ , à l'unité. Si ces ailes tournoient ou plus vite ou plus lentement, le moment d'impulsion seroit toujours moindre : & c'est de là qu'on déterminera la disposition de la machine, ou la quantité  $r$ , afin que les ailes puissent tourner avec cette vitesse prescrite.

## S C H O L I O N. 2.

LXXXIV. Comparons cet effet, que ces ailes, dont l'inclinaison variable est la plus avantageuse, produisent, avec celui que les mêmes ailes produiroient, si leur inclinaison à la direction du vent étoit partout la même  $= \omega$ . Or nous avons trouvé ci-dessus, que le plus grand moment d'impulsion de ces ailes est

$$\frac{0,459873\ nfhcV^c}{m} \sin \omega^3$$

& que pour cet effet il faut qu'il soit  $Vv = 0,537514 \tan \omega \cdot V^c$   
Ayant donc déterminé ci-dessus pour ces ailes l'effet au cas de  $\omega = 73^\circ$



il falloit qu'il fut  $Vv = 1,758 Vc$ . Il convient donc de comparer ce cas avec celui des ailes parfaites, qui demandent un mouvement également rapide : & partant nous aurons à peu près  $\theta = 80^\circ$ . Or alors le moment d'impulsion produit par ces ailes parfaites est

$$2,24510 \frac{16nfhcVc}{81m} = \frac{0,44344nfhcVc}{m}$$

& en posant  $\omega = 73^\circ$ , le moment d'impulsion produit par des ailes semblables, mais par tout également inclinées, n'est que

$$\frac{0,40239nfhcVc}{m}$$

d'où l'on voit que donnant aux ailes leur juste figure pour la même rapidité du mouvement, on en obtient un moment d'impulsion plus grand. Donc, puisque dans l'expérience que Mr. *Lulofs* rapporte, les ailes avoient à peu près la figure parfaite, & partant cette machine auroit dû élever dans une minute, non 882  $n$ , comme j'ai trouvé ci-dessus (54), mais 970  $n$  pieds cubiques d'eau, tandis qu'elle a élevé actuellement 1500 : d'où il semble qu'on n'auroit pas besoin de donner à  $n$  une valeur double de l'unité. Cependant, si nous considérons 1<sup>o</sup>, que cette machine n'étoit pas dans la dernière perfection : 2<sup>o</sup>, que son mouvement n'avoit peut-être pas le juste rapport à celui du vent : 3<sup>o</sup>, que Mr. *Lulofs* a supposé la vitesse du vent trop grande & l'air trop dense, pour approcher le premier calcul de la vérité : 4<sup>o</sup>, qu'il dit expressément que ces machines élèvent bien une égale quantité d'eau à la hauteur de  $4\frac{1}{2}$  pieds : & 5<sup>o</sup>, qu'enfin je n'ai pas tenu compte du frottement : après ces considérations, dis-je, il n'y a point de doute, que posant  $n = 1$ , la quantité d'eau élevée par minute auroit dû être bien au dessous de 970 pieds cubiques, & partant que la valeur de  $n$  doit être supposée considérablement plus grande que l'unité, ou que la force du vent est plus grande que selon l'hypothèse commune. Il est donc evident, qu'il ne sera pas trop de poser  $n = 2$  ; mais ce sera aussi assez. Car, quoique les expériences prouvent, que les boulets de canon éprouvent une résistance trois fois plus grande que selon l'hypo-



l'hypothese commune, il faut remarquer que la résistance d'un globe n'est que la moitié de celle du grand cercle ; & que la résistance d'une surface plane n'en seroit que doublée. D'où l'on peut conclure qu'on satisfera assez exactement aux expériences, si l'on suppose  $n = 2$ , & qu'on laisse  $m = 800$ . Remarquons ensuite que, posant,  $\theta = 90^\circ$  &  $\omega = 90^\circ$ , le moment d'impulsion des ailes également inclinées est  $0,45987 \frac{nfhcVc}{m}$  qui pour les ailes parfaites est  $\frac{1}{2} \frac{nfhcVc}{m}$  qui est à celui là comme 9 à 7.

### PROBLEME IX.

**LXXXV.** *Connoissant le frottement de la Machine, choisir entre les figures des ailes trouvées celle qui produise le plus grand effet pour une force donnée du vent.*

#### SOLUTION.

Que  $F$  marque la force, qu'il faut appliquer à l'extrémité d'une aile pour vaincre le frottement : & puisque la vitesse à cet endroit est  $= Vv = vVc$ , où  $c$  est la hauteur due à la vitesse du vent qu'on suppose donnée, le moment de l'effet du frottement est  $FvVc$ . Retranchons ce moment de celui d'impulsion trouvé ci-dessus, & nous aurons pour l'impulsion actuelle ce moment

$$\frac{16nfhcVc}{81m} - \frac{\Theta - \Delta}{v} - FvVc$$

Il s'agit donc de trouver  $v$  afin que cette formule

$$\frac{\Theta - \Delta}{v} - \frac{81mF}{16nfhc} v$$

devienne la plus grande : pour cet effet il faut qu'il soit

$$d. \frac{\Theta - \Delta}{v} = \frac{81mF}{16nfhc} dv$$

Or je ne m'arrêterai pas à développer cette équation différentielle, car  
Ee 3 après



après avoir donné les valeurs de  $\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$  pour les principaux angles  $\theta$ , on en peut trouver pour chaque angle  $\theta$ , le frottement  $F$ , auquel cet angle convient le mieux. Alors  $d. \frac{\Theta - \Delta}{\nu}$  &  $d\nu$  marqueront les accroissemens, que ces quantités prennent, en augmentant d'un degré l'angle  $\theta$ . Ainsi l'angle  $\theta = 80^\circ$  sera le plus propre dans les cas où

$$0,07090 = \frac{81mF}{16nfhc} \quad 0,22611$$

c'est à dire lorsque

$$\frac{81mF}{16nfhc} = \frac{1}{8} \text{ ou } F = \frac{1}{81} \frac{nfhc}{m}$$

De la même manière  
le plus convenable angle  $\theta$

$$\theta = 80^\circ$$

$$\theta = 81$$

$$\theta = 82$$

$$\theta = 83$$

$$\theta = 84$$

on trouvera  
lorsque le frottement est

$$F = 0,0617 \cdot \frac{nfhc}{m}$$

$$F = 0,0505 \cdot \frac{nfhc}{m}$$

$$F = 0,0400 \cdot \frac{nfhc}{m}$$

$$F = 0,0307 \cdot \frac{nfhc}{m}$$

$$F = 0,0224 \cdot \frac{nfhc}{m}$$

#### C O R O L L. I.

LXXXVI. De cette solution il est clair, que plus le frottement de la machine est petit, & plus sera grand l'angle  $\theta$ , qu'on pourra employer. Ainsi, si le frottement étoit  $F = 0,0617 \frac{nhc}{m}$ , on pour-

roit





roit employer l'angle  $\theta = 80^\circ$ , & le moment d'impulsion actuel seroit  $= 0,3342 \frac{\pi f h c V c}{m}$ . Mais, si le frottement étoit environ deux

fois plus petit, ou  $F = 0,0307 \frac{\pi f h c}{m}$ , on pourroit faire usage de l'angle  $\theta = 83^\circ$ , & le moment d'impulsion actuel seroit  $0,4050 \frac{\pi f h c V c}{m}$ .

#### C O R O L L 2.

LXXXVII. De là on voit, combien il y a à gagner en diminuant le frottement de la machine, puisque le moment d'impulsion en devient augmenté assez considérablement. Dans le cas précédent, si l'on pouvoit réduire le frottement à la moitié, on obtiendrait un effet presque d'un tiers plus grand.

#### C O R O L L 3.

LXXXVIII. Je suppose ici que dans la disposition de la machine on ait en vuë un certain degré du vent, & il est évident que le frottement demeurant le même, plus le vent qu'on a en vuë sera grand, & plus devient grand l'angle  $\theta$ , mais la machine une fois construite perdra ses avantages pour tous les autres vents, tant plus forts que plus foibles.

#### S C H O L I E I.

LXXXIX. Appliquons cette détermination au cas que Mr. Laffès a rapporté, & supposons que la machine dont il parle, ait été rangée sur l'angle  $\theta = 80^\circ$ , & qu'elle ait procuré les plus grands avantages, lorsque le vent achevoit 30 pieds par seconde. Posant donc  $m = 800$   $\pi = 2$ ,  $f h = 200$  pieds quarrés, &  $c = 15$  pieds, le frottement y auroit été  $F = 0,4628$  pieds cubiques d'eau, ou il auroit falu employer un poids de 30  $\text{lb}$  à l'extrémité d'une



d'une aile pour vaincre le seul frottement. D'où le moment d'impulsion diminué du frottement n'auroit été que  $0,3342 \frac{nfhcVc}{m}$  lequel,

s'il n'y avoit point eu de frottement, auroit été  $0,4435 \frac{nfhcV}{m}$

& partant d'un tiers plus grand. Or, si le frottement a été moindre, il faut que la machine ait été ajustée pour un vent plus foible : & si nous supposons qu'on eut en vuë un vent deux fois plus foible ou  $c = \frac{1}{2}$  pieds, le frottement n'auroit été que le quart du précédent, ou de  $7 \frac{1}{2}$   $\text{lb}$ , qui sembleroit mieux d'accord avec l'expérience. De là je conclus que la machine n'a été rien moins que parfaite, du moins pour le cas  $c = 15$  pieds, & que si elle étoit parfaite, elle pourroit élever encore plus que 1500 pieds cubiques d'eau par minute : or alors, pour rendre le calcul d'accord avec l'expérience, il faudroit bien mettre  $n = 2$ , ce qui me confirme dans mon sentiment rapporté ci-dessus, qu'on ne sauroit donner à  $n$  une valeur moindre que deux.

#### SCHOLIE. 2.

XC. Posons le cas qu'on veuille construire un moulin à vent, dont la longueur de chaque aile soit de 40 pieds sur 5 pieds de largeur, afin qu'elle produise le plus grand effet, lorsque la vitesse du vent est de 15 pieds par seconde, ou  $c = \frac{1}{2}$  pieds, le frottement étant tant, que pour le vaincre, il faille appliquer au bout d'une des ailes une force de 5  $\text{lb}$ , ou qu'il soit  $F = \frac{1}{2}$  pied cubique. Ayant donc  $fh =$

$200$  &  $\frac{n}{m} = \frac{1}{400}$ , on aura  $\frac{nfhc}{m} = \frac{1}{8}$ , & partant  $F = \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4} \frac{nfhc}{m} = 0,0444 \frac{nfhc}{m}$  : il faudroit donc prendre l'angle  $\theta$

de  $82^\circ$  à peu près, & construire les ailes conséquemment, de sorte que leur inclinaison à la direction du vent fut de  $54^\circ, 44'$  près l'axe & de  $82^\circ$  aux extrémités. Ensuite, lorsque le vent est de la force que je viens de supposer, la vitesse des ailes doit être telle, que leurs extrémités



mités fassent  $2\frac{1}{4}$  15 pieds = 34 pieds par seconde, ou qu'elles achevent leurs révolutions en 7 secondes ; si le vent étoit ou plus fort ou plus foible, le mouvement des ailes devroit être augmenté ou diminué dans la même raison, de sorte que la vitesse des ailes à leur extrémité fût à celle du vent comme  $2\frac{1}{4}$  à 1, afin que le moment d'impulsion devint le plus grand, & tel qu'il a été déterminé au §. 80. Mais alors, en retranchant le frottement, on n'auroit plus l'avantage du plus grand : & si le mouvement des ailes ne suivoit plus le rapport marqué, le moment d'impulsion ne seroit plus le plus grand, mais se trouveroit au dessous de la valeur indiquée au §. 80, ces valeurs n'étant justes que lorsque la lettre  $v$  obtient la valeur correspondante. Mais il arrive ordinairement dans ces machines, qui sont destinées à élever un certain fardeau, ou à vaincre une certaine résistance, qu'on n'est pas le maître de la vitesse des ailes, vû qu'elle dépend de la disposition de la machine : & on doit se contenter, que pour un certain vent, la vitesse des ailes soit conforme à la règle. Pour tous les autres cas, la détermination du moment d'impulsion demande un calcul particulier, que je vais expliquer dans le problème qui suit.

### P R O B L E M E X.

*XCI. Les ailes étant construites en sorte, que lorsque leur vitesse a le rapport prescrit à celle du vent, elles produisent le plus grand moment d'impulsion ; trouver le moment d'impulsion, lorsque le mouvement des ailes est plus ou moins rapide à l'égard du vent.*

### S O L U T I O N.

Soit  $\theta$  l'angle sous lequel l'extrémité des ailes est inclinée à la direction du vent, & les ailes étant construites selon la règle prescrite ci-dessus, seront propres à procurer le plus grand moment d'impulsion, lorsqu'elles tournent avec une vitesse, qui soit à celle du vent comme  $v$  à 1 ou qu'il soit  $Vv = vVc$ . Or nous avons vû que le rapport de ce nombre  $v$  à l'angle  $\theta$  est exprimé en sorte,  $v = \frac{1}{3} \text{ tang}$



rang  $\theta = \frac{2}{3} \cot \theta$ . Ensuite, pour les endroits plus proches de l'axe, l'inclinaison est plus grande, en sorte que posant pour la distance

$$OP = x \text{ l'inclinaison} = \omega \text{ il soit } x = \frac{f(\text{rang } \omega - 2 \cot \omega)}{3\nu},$$

d'où l'on doit tirer la construction des ailes ; & ces ailes produiroient le moment qui a été assigné ci-dessus, s'il étoit  $Vv = \nu Vc$ . Mais supposons à présent qu'il soit  $Vv = \mu Vc$ , & pour chercher le moment d'impulsion qui en résulte, il faut recourir à la formule intégrale, laquelle sera :

$$\frac{4\mu nhcVc}{mf} \int x dx \cos \omega^3 \left( \text{rang } \omega - \frac{\mu x}{f} \right)^2$$

$$\text{Or, puisque } x = \frac{f(\text{rang } \omega - 2 \cot \omega)}{3\nu} = \frac{f(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{3\nu \sin \omega \cos \omega}$$

nous aurons

$$x dx \cos \omega^3 = \frac{ff d\omega (\sin \omega^4 - 4 \cos \omega^4)}{9\nu\nu \sin \omega^3} \quad \&$$

$$\text{rang } \omega - \frac{\mu x}{f} = \text{rang } \omega - \frac{\mu}{3\nu} (\text{rang } \omega - 2 \cot \omega) = \frac{(3\nu - \mu) \text{rang } \omega + 2\mu \cot \omega}{3\nu}$$

$$\text{ou } \text{rang } \omega - \frac{\mu x}{f} = \frac{(3\nu - \mu) \sin \omega^2 + 2\mu \cos \omega^2}{3\nu \sin \omega \cos \omega} = \frac{2\mu - 3(\nu - \mu) \sin \omega^2}{3\nu \sin \omega \cos \omega} =$$

$$\frac{2}{3 \sin \omega \cos \omega} + \frac{(\nu - \mu)(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{3\nu \sin \omega \cos \omega}$$

delà on aura

$$\left( \text{rang } \omega - \frac{\mu x}{f} \right)^2 = \frac{4}{9 \sin \omega^2 \cos \omega^2} + \frac{4(\nu - \mu)(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{9\nu \sin \omega^2 \cos \omega^2} + \frac{(\nu - \mu)^2 (\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)^2}{9\nu\nu \sin \omega^2 \cos \omega^2}$$

& partant le moment cherché sera

$$\frac{16\mu nhcVc}{81\nu\nu m} \int \frac{d\omega (\sin \omega^4 - \cos \omega^4)}{\sin \omega^5 \cos \omega^2} \left( 1 + \frac{(\nu - \mu)(\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{\nu} + \frac{(\nu - \mu)^2 (\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)^2}{4\nu\nu} \right)$$

qui



qui se réduit à

$$\frac{16\mu\pi f h c V c}{81 v^4 m} \int d\omega \left\{ \frac{(3v-\mu)^2 \sin \omega}{\cos \omega^2} + 27(v-\mu)^2 \sin \omega - \frac{4(9v-30\mu v+20\mu\mu)}{\sin \omega} + \frac{16\mu(4\mu-3v)}{\sin \omega^3} - \frac{16\mu\mu}{\sin \omega^5} \right\}$$

Or, ayant trouvé l'intégrale de chaque partie ci-dessus, si nous posons après l'intégration  $\omega = \theta$ , & que nous y ajoutons une telle constante, que l'intégrale évanouisse en posant  $\sin \omega = \sqrt{\frac{3}{2}}$  &  $\cos \omega = \sqrt{\frac{1}{2}}$  le moment d'impulsion résultera :

$$\frac{4\mu\pi f h c V c}{81 v^4 m} \left\{ \frac{(3v-\mu)^2}{\cos \theta} + \frac{2\mu(12v-13\mu)}{\sin \theta^2} \cos \theta + \frac{4\mu\mu}{\sin \theta^4} \cos \theta - 27(v-\mu)^2 \cos \theta - 6(6v-16\mu v+9\mu\mu) \tan \frac{1}{2} \theta \right. \\ \left. - 6\mu(4v-3\mu) \sqrt{3} + 6(6v-16\mu v+9\mu\mu) \frac{\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}} \right\}$$

d'où, en posant  $\mu = v$ , l'on obtient le moment d'impulsion trouvé ci-dessus. Mais, pour que cette formule soit d'accord avec la vérité, il

faut qu'il soit  $\tan \omega > \frac{\mu x}{f}$  ou  $\tan \omega > \frac{\mu (\tan \omega - 2 \cot \omega)}{3v}$

donc  $\mu < \frac{3v \tan \omega}{\tan \omega - 2 \cot \omega}$  par conséquent  $\mu < \frac{3v \tan \theta}{\tan \theta - 2 \cot \theta}$

Or  $v = \frac{\tan \theta - 2 \cot \theta}{3}$ , donc  $\mu < \tan \theta$ .

Si l'angle  $\theta$  approche fort d'un droit, à cause de la petitesse de l'angle  $\theta$ , le moment d'impulsion sera fort à peu près.

$$\frac{4\mu(3v-\mu)^2}{81 v^4 \cos \theta} \cdot \frac{\pi f h c V c}{m} = \frac{16v^3 - 4\lambda\lambda(3v-\lambda)}{81 v^3 \cos \theta} \cdot \frac{\pi f h c V c}{m}$$

en posant  $\mu = v - \lambda$ ; d'où l'on voit que, soit qu'on prenne pour  $\lambda$  un nombre positif ou négatif, le moment d'impulsion est toujours moindre, que s'il étoit  $\lambda = 0$  ou  $\mu = v$ .

#### C O R O L L. I.

XCH. Si les ailes tournent deux fois plus vite par rapport au vent, qu'elles devroient tourner pour produire la plus forte impulsion,

Ff 2

on



on aura  $\mu = 2v$ , & le moment d'impulsion sera  $= \frac{8nfhcVc}{81vm\cos\theta}$ ; qui seroit deux fois plus grand, si les ailes avoient leur juste vitesse.

C O R O L L 2.

XCIII. Supposons que la vitesse des ailes ne soit que la moitié de la plus avantageuse, ou que  $\mu = \frac{1}{2}v$ ; & alors le moment d'impulsion sera au plus grand comme 25 ad 32 : on perdra donc à peu près le quart sur l'effet.

C O R O L L 3.

XCIV. Mais il faut bien remarquer que cette formule simple n'a lieu, que lorsque l'angle  $\theta$  approche fort d'un droit & que le nombre  $v$  surpasse le binaire. Alors il y aura à peu près  $\tan\theta = 3v$

&  $\theta = 3v = \frac{1}{\cos\theta}$ ; d'où notre formule pour le moment d'im-

$$\text{pulsion sera} = \frac{4\mu(3v - \mu)^2}{27v^3} \cdot \frac{nfhcVc}{m}.$$

C O R O L L 4.

XCV. Soit le poids à élever  $= P$ , & sa vitesse à celle de l'extrémité des ailes comme  $v$  à  $f$ , de sorte que le moment de l'effet soit

$$= P \cdot \frac{\mu v Vc}{f}. \quad \text{Négligeant donc le frottement, on aura}$$

$$Pr = \frac{4(3v - \mu)^2}{27v^3} \cdot \frac{vffhc}{m}, \quad \& \text{ partant } (3v - \mu)^2 = \frac{27v^3 m Pr}{4nffhc}.$$

$$\text{Donc } 3v - \mu = \frac{3vV3vmPr}{2fVnhc} \quad \& \quad \mu = 3v \left( 1 - \frac{V3vmPr}{2fVnhc} \right), \quad \text{d'où}$$

l'on connoitra la vitesse des ailes pour chaque vitesse du vent  $Vc$ :

$$Vv = 3v \left( Vc - \frac{V3vmPr}{2fVnh} \right).$$

COROLL.

## C O R O L L E.

XCVI. Donc, pour que le vent soit assez fort pour mettre la machine en mouvement, il faut que la vitesse  $V_c$  soit plus grande que  $\frac{V_3 v m P r}{2 f V n h}$ . Et alors le moment d'impulsion sera :

$$\frac{3 v P r V_c}{f} \left( 1 - \frac{V_3 v m P r}{2 f V n h c} \right) = \frac{3 v P r}{f} \left( V_c - \frac{V_3 v m P r}{2 f V n h} \right).$$

Donc, si la vitesse du vent devient double, l'effet sera plus que deux fois plus grand.

## S C H O L I E.

XCVII. Après ces recherches on ne trouvera plus de doutes dans la comparaison de la théorie avec les expériences, que Mr. *Lulofs* a faites sur l'effet des moulins à vent en Hollande. Car d'abord, en mettant  $v = 2$ , l'effet que la théorie montre surpassera assez celui qu'on observe, pour avoir de quoi tenir compte, tant du frottement, que de l'imperfection de la Machine. Ensuite, pour ce que Mr. *Lulofs* rapporte, que l'effet n'étoit pas proportionnel au cube de la vitesse du vent, & qu'il suivoit même quelquefois une raison inférieure à celle du quarré, tant s'en faut, que cela soit contraire à la théorie, qu'il est plutôt admirablement d'accord. Car ce ne sont que les plus grands effets, qui sont proportionnels aux cubes de la vitesse du vent ; & pour produire ces plus grands effets, il faut donner aux machines pour chaque vitesse du vent une disposition particulière, en sorte que la vitesse du fardeau tiennent toujours un certain rapport à celle du vent. Mais, puisqu' ordinairement on ne change rien dans la disposition de la machine, quoique le vent varie, nous venons de voir que dans ce cas la raison des cubes n'a point lieu, & que l'effet de la machine ne croît que dans une raison plus grande que celle des vitesses du vent, la raison véritable étant comme la vitesse même diminuée d'une quantité constante, qui dépend de la disposition de la machine. Donc, puisque la théorie, sur le pied, que je viens

de l'établir satisfait à ces deux principaux phénomènes observés par Mr. *Lulofs*, il n'y a aucun doute, qu'elle ne soit parfaitement d'accord avec toutes les expériences possibles, & que, fondé sur cette théorie, on ne puisse porter la pratique à un plus haut degré de perfection. Pour cet effet j'ai déjà déterminé la figure la plus avantageuse, qu'il faut donner aux ailes, & la disposition de la machine la plus convenable. Mais il semble qu'on y puisse apporter encore de plus grandes perfections en augmentant la surface des ailes ; on leur donne communément la même largeur par toute la longueur, & quand on ne les fait pas plus larges vers les extrémités, la raison en paroît être qu'on doit craindre, que la force du vent n'en rompe leur liaison avec l'axe. Mais, pour prévenir cet accident, ne pourroit-on pas diminuer la longueur pour gagner d'autant plus sur la largeur ? Ou au lieu de quatre ne pourroit-on pas y mettre 6 ou 8 ? Il n'y a aucun doute, qu'on n'ait fait déjà des essais là dessus, & il est difficile de deviner les difficultés, qu'on y a rencontrées. Quoiqu'il en soit, une figure divergente semble être très propre pour les ailes d'un moulin à vent : & quand on auroit peur, qu'une trop grande largeur vers les extrémités nuisît à la fermeté, on pourroit multiplier le nombre des ailes en sorte, qu'elles occupassent presque un espace circulaire, dont leur longueur seroit le rayon. Au moins il vaudra la peine d'examiner les avantages, que la théorie promet d'une telle construction des ailes, sans se mettre en peine sur les difficultés, que la pratique pourroit opposer à leur exécution.

## P R O B L E M E XI.

*XCVIII. Les ailes étant divergentes depuis l'axe vers l'extrémité selon des lignes droites, & ayant à chaque distance de l'axe l'inclinaison à la direction du vent, qui a été déterminée ci-dessus, trouver le moment d'impulsion que ces ailes fourniront, la disposition de la machine étant la plus avantageuse.*



## SOLUTION.

Soit la largeur de chaque aile à l'extrémité  $HH = h$ , qui vient à la distance de l'axe  $OF = f$  : & à une distance quelconque  $OP = x$ , la largeur sera  $MM = y = \frac{hx}{f}$ . Soit  $Vv$  la vitesse des ailes à leur extrémité, &  $Vc$  celle du vent ; & que l'élément  $MM$  soit incliné à la direction du vent sous l'angle  $= \omega$ . Cela posé, nous avons vu, que pour rendre la force du vent la plus grande, il faut en posant  $\frac{Vv}{Vc} = v$ , qu'il soit  $\text{tang } \omega = \frac{3vx}{2f} + V \left( \frac{9vvxx}{4ff} + 2 \right)$ . Ensuite, lorsque le moulin est garni de 4 telles ailes, à cause de  $y = \frac{hx}{f}$ , le moment d'impulsion sera :

$$\frac{4vnhcVc}{mff} \int xxx dx \cos \omega^3 \left( \text{tang } \omega - \frac{vx}{f} \right)^2$$

Or, puisque  $\text{tang } \omega = \frac{3vx}{2f} + V \left( \frac{9vvxx}{4ff} + 2 \right)$  nous aurons

$$x = \frac{f}{3v} (\text{tang } \omega - 2 \cot \omega) = \frac{f (\sin \omega^2 - 2 \cos \omega^2)}{3v \sin \omega \cos \omega} \quad \&$$

$$dx = \frac{f d\omega (\sin \omega^2 + 2 \cos \omega^2)}{3v \sin \omega^2 \cos \omega^2};$$

D'où nous tirons :

$$\text{tang } \omega - \frac{vx}{f} = \frac{2}{3 \sin \omega \cos \omega} \quad \&$$

$$x dx \cos \omega^3 = \frac{ff d\omega (\sin \omega^4 - 4 \cos \omega^4)}{9vv \sin \omega^3} \quad \text{donc}$$

$$xx dx \cos \omega^3 = \frac{f^3 d\omega (\sin \omega^6 - 2 \sin \omega^4 \cos \omega^2 - 4 \sin \omega^2 \cos \omega^4 + 8 \cos \omega^6)}{27v^3 \sin \omega^4 \cos \omega} \quad \&$$

Fig. 4.

& partant le moment d'impulsion cherché sera :

$$\frac{4\pi n h c V c}{m f f} \cdot \frac{4 f^3}{243 v^3} \int \frac{d\omega (\sin \omega^6 - 2 \sin \omega^4 \cos \omega^2 + 4 \sin \omega^2 \cos^3 \omega + \cos^6 \omega)}{\sin \omega^6 \cos \omega^3}$$

ou

$$\frac{16 \pi f h c V c}{243 v v m} \int d\omega \left( \frac{1}{\cos \omega^3} - \frac{2}{\sin \omega^2 \cos \omega} - \frac{4 \cos \omega}{\sin \omega^4} + \frac{8 \cos^3 \omega}{\sin \omega^6} \right).$$

Pour intégrer cette formule, il faut remarquer les réductions suivantes,

$$\int \frac{d\omega}{\cos \omega} = l \operatorname{tang} (45^\circ + \frac{1}{2} \omega)$$

$$\int \frac{d\omega}{\cos \omega^3} = \frac{\sin \omega}{2 \cos^2 \omega} + \frac{1}{2} l \operatorname{tang} (45^\circ + \frac{1}{2} \omega)$$

$$\int \frac{d\omega}{\sin \omega^2 \cos \omega} = l \operatorname{tang} (45^\circ + \frac{1}{2} \omega) - \frac{1}{\sin \omega}$$

$$\int \frac{d\omega \cos \omega}{\sin \omega^4} = - \frac{1}{3 \sin \omega^3}$$

$$\int \frac{d\omega \cos^3 \omega}{\sin \omega^6} = - \frac{1}{5 \sin \omega^5} + \frac{1}{3 \sin \omega^3}$$

& alors l'intégrale se trouvera

$$\frac{16 \pi f h c V c}{243 v v m} \left[ \frac{\sin \omega}{2 \cos^2 \omega} + \frac{2}{\sin \omega} + \frac{4}{\sin \omega^3} - \frac{8}{5 \sin \omega^5} - \frac{1}{2} l \operatorname{tang} (45^\circ + \frac{1}{2} \omega) \right. \\ \left. - \frac{27 \sqrt{3}}{5 \sqrt{2}} + \frac{1}{2} l \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1} \right]$$

après y avoir ajouté la juste constante, pour que l'intégrale s'évanouisse, quand  $x = 0$ , ou  $\operatorname{tang} \omega = \sqrt{2}$ . Maintenant il ne reste qu'à poser  $x = f$  ou  $\operatorname{tang} \omega = \frac{2}{3} v + \sqrt{(\frac{2}{3} v + 2)}$  pour avoir l'entier moment d'impulsion. Donc, si  $\theta$  marque l'angle, que fait la direction



tion du vent avec l'extrémité des ailes, de sorte que  $v = \frac{\tan \theta + 2 \cot \theta}{3}$ ,  
le moment d'impulsion sera :

$$\frac{16nfhcVc}{243m} \left( \frac{\tan^2 \theta}{2 \sin \theta} + \frac{2}{\sin \theta} + \frac{4}{\sin^3 \theta} - \frac{8}{5 \sin^5 \theta} - \frac{27\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} - \frac{3}{2} \tan(45^\circ + \frac{1}{2}\theta) + \frac{3}{2} \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1} \right)$$

#### C O R O L L. I.

XCIX. Si l'angle  $\theta$ , sous lequel l'extrémité des ailes est inclinée à la direction du vent, est fort proche de  $90^\circ$ , de sorte que  $\tan \theta$  est un nombre fort grand, par rapport auquel on puisse négliger les autres termes, on aura à peu près  $v = \frac{1}{3} \tan \theta$ , &  $\sin \theta = 1$ ; d'où le moment d'impulsion sera  $= \frac{8nfhcVc}{27m}$ .

#### C O R O L L. 2.

C. Si les ailes avoient par toute leur longueur la même largeur  $h$ , de sorte que leur surface seroit deux fois plus grande, nous avons vu ci-dessus, que le moment d'impulsion seroit  $= \frac{16nfhcVc}{27m}$ , & par conséquent deux fois plus grand que dans le cas présent.

#### C O R O L L. 3.

CI. De là on comprend, que le moment d'impulsion dépend de la surface des ailes, & que leur figure n'y change pas considérablement l'effet. Car nous venons de voir que, soit qu'on donne aux ailes une figure rectangulaire ou triangulaire, pourvu que leur surface soit la même, le moment d'impulsion ne varie point.

#### C O R O L L. 4.

CII. On ne sauroit donc produire un plus grand moment d'impulsion, qu'en étendant les ailes jusqu'à remplir l'espace circulaire



dont le rayon est  $= f$ , ce qui arrivera, lorsqu'on prend  $4 h = 6 f$  on  $h = \frac{3}{2} f$  à peu près. Alors le moment d'impulsion sera  $= \frac{4 \pi f f c V c}{9 m}$ .

#### S C H O L I E.

CIII. Par là on comprend la raison de la pratique ordinaire; où l'on donne aux ailes la même largeur par toute leur longueur: puisqu'on y perdrait, si l'on diminuoit la largeur vers l'axe. Car, supposé qu'on donne aux ailes à leur extrémité la plus grande largeur que les circonstances permettent, il vaut toujours mieux de conserver la même largeur vers l'axe, que de la diminuer, & cela aussi bien qu'il est possible. Cependant, si l'on pouvoit multiplier les ailes, en forte que leurs extrémités s'atteignissent à peu près, ce seroit sans doute la construction la plus avantageuse, puisqu'on obtiendrait par ce moyen la plus grande surface possible pour la même longueur des ailes. Car, puisque le moment d'impulsion est proportionnel à la surface des ailes, le plus sûr moyen de l'augmenter est de rendre cette surface aussi grande qu'il est possible; mais il est bien à remarquer, que je suppose ici l'angle  $\theta$  fort proche d'un droit; & parce qu'on a alors  $v = \frac{V_v}{V_c} = \frac{1}{2} \text{ tang } \theta$ , la vitesse des ailes à leur extrémité doit surpasser celle du vent. Or, ayant fixé une certaine surface, qu'on veut donner aux ailes, il importe peu pour le moment d'impulsion, qu'elle figure on voudra choisir: mais pour la fermeté de la machine il n'en est pas de même, & moins on s'écarte de l'axe, moins elle souffrira: d'où la disposition des ailes seroit la plus avantageuse, si l'on remplissoit de la surface donnée un espace circulaire autour de l'axe. Mais il faut aussi remarquer qu'alors le mouvement de rotation des ailes, & partant aussi de l'axe, deviendrait plus rapide. On fera donc bien de joindre toutes ces considérations ensemble, & alors il ne sera plus difficile de porter la construction des moulins à vent au plus haut degré de perfection, dont ils sont susceptibles.

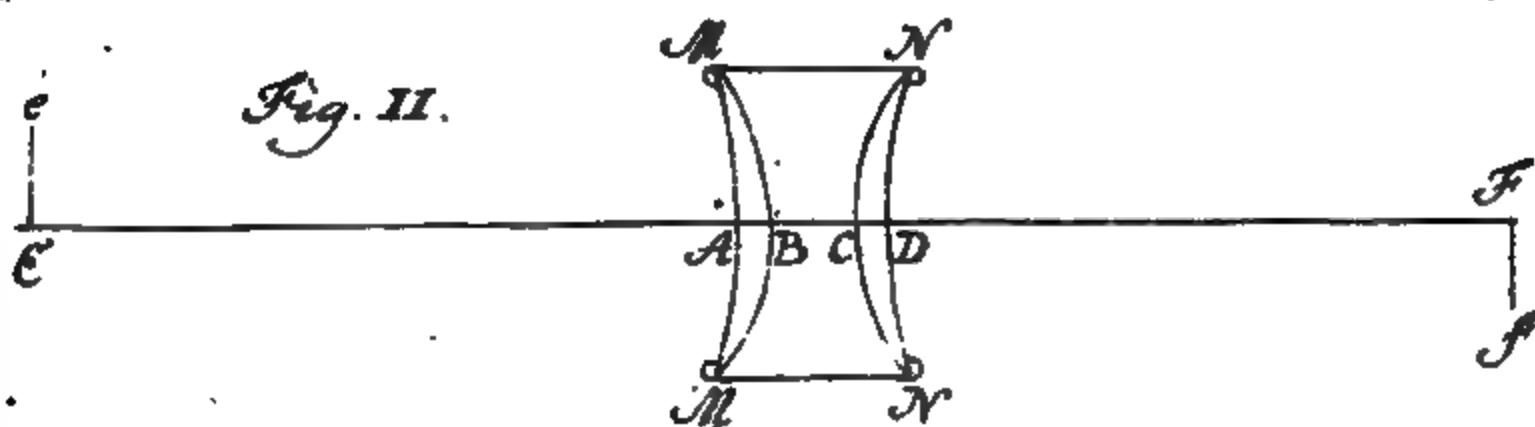
EXPE'-

$\mathcal{M}$



$\bar{\mathcal{M}}$

Fig. II.







# EXPÉRIENCES

## POUR DÉTERMINER LA RÉFRACTION DE TOUTES SORTES DE LIQUEURS TRANSPARENTES.

PAR M. EULER.

### I.

Ce que j'ai eu l'honneur de proposer sur la loi de réfraction à l'égard de la diverse réfrangibilité des rayons, montre suffisamment, combien peu la manière ordinaire de faire ces expériences est propre pour nous éclaircir sur la véritable quantité de réfraction, que les rayons de diverses couleurs souffrent en passant d'un milieu transparent dans un autre. Car, ayant détruit une proportion, sur laquelle le grand Newton doit avoir fondé la loi de réfraction des rayons de diverses couleurs, en faisant voir qu'elle implique une contradiction ouverte, quoiqu'elle parut d'accord avec les expériences, il faut bien que ces expériences ne soient pas suffisantes pour nous découvrir exactement la véritable quantité de réfraction. J'ai aussi remarqué que la véritable proportion, que j'ai établie à la place de celle-là, en diffère si peu, que les expériences ordinaires ne sont pas capables de nous montrer la différence; car il ne s'agit ici qu'environ d'une millième partie dans la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction, dont la véritable proportion diffère de l'autre, que j'ai démontrée contradictoire.

II. Cependant, quelque petite que paroisse cette différence, elle a néanmoins une influence trop essentielle, tant dans la théorie de la réfraction, que dans la pratique qui en découle, pour qu'on la puisse négliger. Car, si la proportion Newtonnienne que Mr. *Dollond* m'avoit opposée, étoit la véritable, toute la rhéorie, sur laquelle j'ai fondé la perfection



fection des verres objectifs, seroit fautive; & il ne seroit pas absolument possible, de quelque maniere qu'on combinât plusieurs matieres transparentes, de diminuer l'effet de la diverse réfrangibilité des rayons: & l'intervalle entre l'image rouge & violette tiendrait perpétuellement le même rapport à la distance de foyer. Mais, suivant la proportion véritable, il est possible de construire de tels verres objectifs, en employant deux ou plusieurs matieres transparentes, qui réunissent parfaitement les images formées par les rayons de toutes les couleurs différentes.

III. Pour rendre cela plus sensible, qu'on envisage un verre objectif ordinaire, dont la distance de foyer soit environ 28 pieds, & on fait par l'expérience, que l'image formée par les rayons rouges en est d'un pied plus éloignée, que celle qui est formée par les rayons violets. Qu'on considère à présent un objectif composé de verre & d'eau, qui ait la même distance de foyer: & si la proportion Newtonnienne étoit conforme à la vérité, on auroit toujours le même intervalle d'un pied entre l'image rouge & la violette: or, selon la proportion, que j'ai démontrée la véritable, il est possible d'arranger l'eau avec le verre en sorte, que l'intervalle entre les images rouge & violette évanouisse tout à fait: & même si l'on vouloit, que l'image rouge tombât d'un pied, ou d'autant qu'on voudroit, plus proche de l'objectif, que l'image violette. D'où l'on voit, que la différence entre les deux proportions, quelque petite qu'elle soit en elle-même, est de la dernière importance dans la théorie de la réfraction, & dans la construction des verres dioptriques, qui y est fondée.

IV. Un tel verre composé donc, qui étoit le sujet de mon Mémoire sur la perfection des objectifs, doit décider très sensiblement sur cette petite différence, qui se trouve entre les deux proportions rapportées, & que les expériences ordinaires, par lesquelles on est accoutumé d'examiner les différentes réfractions, ne fauroient jamais découvrir. Car, qu'on prenne un tel objectif, dont j'ai enseigné la construction, qui ait environ 28 pieds de foyer; & suivant la pro-  
por-



portion Newtonienne, le foyer des rayons rouges devoit être éloigné d'un pied de celui des rayons violets, pendant que, suivant ma proportion, ces deux foyers se doivent réunir. Donc, quoique la différence entre ces deux proportions se réduise seulement à moins d'une millieme partie dans la raison de réfraction, l'effet de cette petite différence, qui doit échapper à toutes les expériences ordinaires, devient par le moyen d'un tel objectif si sensible, qu'il monte à un intervalle d'un pied: & il sera aisé de construire d'autres verres composés de telle sorte, que l'effet devienne encore plus considérable.

V. Quand je fis travailler quelques ménisques, selon les mesures que j'avois trouvées par la théorie pour, en remplissant d'eau la cavité entr'eux, obtenir la perfection que j'avois en vue: il fut aisé d'appercevoir, que la confusion causée ordinairement par la diverse réfrangibilité des rayons, étoit bien diminuée, quoique l'ouvrier n'air pas trop bien exécuté les mesures prescrites, & que de l'autre côté la confusion causée par la trop grande ouverture du verre fût très considérable. Mais une autre circonstance me frappa: qui me fournit les premières idées du sujet, que je traite présentement. Car, ayant rempli d'eau deux de ces ménisques, la distance de foyer étoit environ de 8 pieds: ensuite, ayant rempli ces mêmes ménisques d'esprit de vin, la distance de foyer se réduisoit subitement à 5 pieds. Je fus bien surpris d'une si grande différence, pendant que la réfraction de l'esprit de vin diffère si peu de celle de l'eau; car les Auteurs marquent la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction de l'air dans l'esprit de vin comme 100 à 73, tandis que de l'air dans l'eau cette même raison est comme 4 à 3, ou comme 100 à 75.

.VI. Ce seul exemple suffit pour nous convaincre, que deux ménisques peuvent fournir le plus propre instrument, pour découvrir la quantité de réfraction de toutes sortes de liqueurs transparentes, puisque la plus petite différence, qui se puisse trouver dans leur qualité réfractive, se manifeste par une si grande différence dans la distance du foyer. Pour cet effet on n'a pas besoin d'employer précisément



les ménisques, que j'avois recommandés pour perfectionner les verres objectifs, puisque le dessein est ici tout à fait différent, & on déterminera aisément tels autres ménisques, qui étant remplis de diverses liqueurs produisent des différences encore plus grandes dans la distance du foyer. Tels instrumens seront aussi fort propres à nous découvrir beaucoup plus exactement la diverse réfrangibilité des rayons à l'égard de toutes les liqueurs transparentes ; cependant on pourra bien se passer de cette recherche, vû qu'ayant déjà connu la réfraction d'une espèce des rayons, on en peut aisément conclure celle des autres espèces à l'aide de la proportion, que j'ai démontrée être nécessairement vraie.

VII. Cela non-obstant, je ne voudrois pas abandonner entièrement cette dernière recherche, & je crois plutôt, que la théorie en pourroit tirer de grands secours. Car ce que nous savons de la diverse réfrangibilité des rayons, ne regarde proprement que les rayons du Soleil : ceux-cy renfermant toutes les espèces des couleurs, on a conclu par les expériences du prisme, que dans le passage de l'air dans le verre le sinus d'incidence est à celui de réfraction pour les rayons rouges comme 77 à 50, & pour les violets comme 78 à 50. Mais cette différence entre les rayons solaires ne constitue pour ainsi dire que l'intervalle d'une octave, de sorte que les rayons les moins réfrangibles du Soleil soient à comparer au plus haut son d'une octave, pendant que les plus réfrangibles répondent au plus bas de la même octave ; & peut-être même que les divers rayons solaires ne remplissent pas à cet égard une octave entière, puisque les rayons extrêmes ne représentent pas la même couleur, comme les sons, qui diffèrent entr'eux d'une ou quelques octaves, peuvent être regardés à peu près comme le même son.

VIII. Il est très probable, & je crois l'avoir suffisamment prouvé ailleurs, que les diverses couleurs ne diffèrent entr'elles que par rapport au nombre de vibrations, dont l'éther est agité de chacune en même tems, & que si  $r$  marque le nombre des vibrations que les rayons rouges du Soleil rendent dans une seconde, &  $v$  le nombre des vibra-



nions rendues en même tems par les rayons violets du Soleil, la différence des nombres  $r$  &  $v$  est la cause de la diverse réfrangibilité de ces rayons. Or les différens ordres des couleurs, que nous appercevons dans les bulles de savon, & dans les lames minces transparentes, sur lesquelles j'eus l'honneur l'année passée de lire un Mémoire, qu'on a daigné d'insérer dans le huitième volume de l'Académie; ces différens ordres me font conclure, que non seulement les rayons contenus dans les nombres  $r$  ou  $v$  sont rouges ou violets, mais aussi ceux, dont le nombre de vibrations rendues dans une seconde, est  $2r$ ,  $4r$ ,  $8r$  &c. ou  $2v$ ,  $4v$ ,  $8v$  &c. & encore  $\frac{1}{2}r$ ,  $\frac{1}{4}r$ ,  $\frac{1}{8}r$  &c. ou  $\frac{1}{2}v$ ,  $\frac{1}{4}v$ ,  $\frac{1}{8}v$  &c. tout comme dans les sons.

IX. Donc, si les rayons solaires, qui répondent au nombre  $v$  souffrent une plus grande réfraction que ceux, auxquels convient le nombre  $r$ , puisque le nombre  $v$  est différent du nombre  $r$ ; par la même raison les rayons des autres corps, auxquels répondent des nombres ou  $2r$ ,  $4r$ ,  $8r$  &c. &  $2v$ ,  $4v$ ,  $8v$  &c. ou bien  $\frac{1}{2}r$ ,  $\frac{1}{4}r$ ,  $\frac{1}{8}r$  &c. &  $\frac{1}{2}v$ ,  $\frac{1}{4}v$ ,  $\frac{1}{8}v$  &c. devraient souffrir différentes réfractions. Par conséquent différentes couleurs rouges, entant qu'elles sont semblables à des sons, qui diffèrent entr'eux d'une ou de quelques octaves, devraient produire dans leur réfraction une différence plus grande, que celle qu'on découvre entre les rayons rouges & violets du soleil. Le défaut de telles observations est sans doute un grand argument contre cette conjecture; mais peut être ne s'est-on pas donné assez de peine pour examiner cette diversité, s'il y en a une: ou peut-être la différence a-t-elle été trop petite, pour être découverte par les expériences, qu'on aura faites dans cette vue. Cependant cet article me paroît assez important, pour qu'on se donne toutes les peines possibles pour s'éclaircir là dessus: car, soit que ma conjecture soit fondée ou non, la théorie ne manquera pas d'en retirer des éclaircissement très considérables.

X. Je me propose donc de décrire deux sortes d'expériences dont les unes peuvent servir à examiner très exactement la force réfrac-



fractive de toutes les diverses liqueurs transparentes, où il faut bien remarquer, que les conclusions, qu'on tirera des expériences, ne se rapportent qu'à une seule couleur, savoir celle dont l'objet, d'où l'on reçoit les rayons, est teint ; car il est clair de soi-même, que diverses couleurs meneroient à des conclusions différentes. Pour cet effet je proposerai tels ménisques, qui rendent les plus petites différences très sensibles. L'autre sorte est destinée pour la recherche de la réfraction de toutes les couleurs simples, qui se puissent trouver dans les corps : & dans cette vue je chercherai tels ménisques, qui étant remplis d'une certaine liqueur, découvrent d'une manière très sensible les différences dans la réfraction, qui peuvent provenir de la diverse couleur de l'objet ; & c'est de là que ma conjecture mentionnée sera aisément, ou confirmée, ou détruite.

XI. Je considère donc en général un verre objectif composé de deux ménisques, entre lesquels la cavité soit remplie d'une liqueur quelconque transparente : & j'ai déjà remarqué qu'ayant deux tels ménisques, dont les bords s'unissent parfaitement ensemble, il est aisé d'y enfermer toutes les liqueurs sans le secours d'aucun autre instrument : car, après avoir rempli la cavité, on n'a qu'à presser bien les ménisques l'un contre l'autre, & ils demeureront assez fermes ensemble, pour qu'on n'ait point à craindre, que la liqueur s'en écoule. De cette manière on peut aisément changer de liqueurs à volonté, & faire des expériences avec les mêmes ménisques sur toutes sortes de liqueurs. Soient donc les rayons de courbure des quatre faces de ces deux ménisques

Fig. 1.

le rayon de la face	M A M	=	$f$
le rayon de la face	N B N	=	$g$
le rayon de la face	N C N	=	$h$
le rayon de la face	M D M	=	$k$

Or je suppose ces faces sphériques, puisqu'une très petite ouverture peut suffire pour faire les expériences dont il s'agit.

XII.

XII. Soit de plus la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le passage des rayons

de l'air dans le verre comme  $m$  à  $1$

& de l'air dans la liqueur comme  $n$  à  $1$

Or je parle ici des rayons d'une certaine espèce, sur lesquels on fait les expériences, de sorte que, si les rayons sont rouges, les nombres  $m$  &  $n$  approchent un peu plus de l'unité, que s'ils étoient violets. Ensuite je regarde d'abord l'épaisseur de ce verre objectif  $AD$  comme évanouissante par rapport aux rayons de courbure, & à la distance tant de l'objet que de l'image du verre, pour avoir des formules plus simples. Cependant j'enseignerai après, quelles corrections doivent être employées à l'égard de l'épaisseur du verre dans les conclusions, qu'on aura tirées des expériences : & on verra que ces corrections sont pour la plupart si petites, qu'on les peut bien négliger, attendu que les erreurs qu'on ne sauroit éviter en faisant des expériences, sont ordinairement beaucoup plus grandes.

XIII. Soit donc la droite  $EF$  l'axe de cet objectif, sur laquelle sont situés les centres des quatre faces : & qu'un objet  $Ee$  soit placé sur cet axe à la distance  $EA = a$  du verre. Cela posé, les rayons transmis par le verre formeront l'image après le verre en  $Ff$  dans une situation renversée, & j'ai fait voir que la distance  $DF$  après le verre sera déterminée par cette équation :

$$\frac{1}{DF} = (m - 1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m - n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}$$

Pour la grandeur de l'image  $Ff$  par rapport à l'objet  $Ee$ , on fait qu'elle est déterminée par la droite  $ef$ , tirée depuis le bout de l'objet  $e$  par le milieu du verre, puisque nous regardons l'épaisseur du verre  $AD$  comme infiniment petite. On auroit donc  $Ee : Ff = AE : DF$ ,

ou bien  $Ff = \frac{DF}{AE} Ee$ , mais dans les Expériences que je vai dé-

crire, la grandeur de l'image n'entrera pas en considération. On voit



donc par la formule donnée, comment la distance DF est déterminée par les deux nombres  $m, n$ , & par les quatre rayons  $f, g, h, k$ , avec la distance  $a$ .

XIV. Mais, si l'on veut tenir compte de l'épaisseur du verre, laquelle a trois parties AB, BC & CD, & qu'on pose

$$AB = r, BC = s \text{ \& } CD = t$$

l'équation qui détermine la distance DF sera plus compliquée, & s'exprimera le plus commodément par la fraction continuée suivante :

$$\frac{1}{DF} = \frac{m-1}{k} + \frac{1}{-\frac{t}{m} + \frac{1}{-\frac{(m-n)}{h} + \frac{1}{-\frac{s}{n} + \frac{1}{-\frac{(m-n)}{g} + \frac{1}{-\frac{r}{m} + \frac{1}{\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}}}}}}}$$

D'où, par le calcul des fractions continuées, on tirera en chaque cas aisément la valeur de la distance cherchée DF, & il feroit fort superflu de développer cette formule, qui deviendrait extrêmement embarrassée.

XV. Cependant, si nous nommons la distance  $DF = c$ , & que nous posions pour abréger

$$P = \frac{\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}}{1 - \frac{r}{m} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} \right)} \quad \& \quad Q = \frac{\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}}{1 - \frac{t}{m} \left( \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} \right)}$$

on parviendra à cette équation

$$P + Q = (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) + \frac{s}{n} \left( \frac{m-n}{g} - P \right) \left( \frac{m-n}{h} - Q \right)$$

Main-

Maintenant, si les épaisseurs  $r$ ,  $s$ ,  $t$  sont extrêmement petites, puis-  
qu'on aura alors assez exactement

$$P = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} + \frac{r}{m} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} \right)^2 \quad \& \quad Q = \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} + \frac{t}{m} \left( \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} \right)^2$$

l'équation trouvée se changera en cette forme :

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = & (m-1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) + \frac{r}{m} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} \right)^2 \\ & + \frac{t}{m} \left( \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} \right)^2 \\ & - \frac{s}{n} \left( \frac{m-n}{g} - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a} \right) \left( \frac{m-n}{h} - \frac{(m-1)}{k} + \frac{1}{c} \right) \end{aligned}$$

d'où notre première équation se déduit, si l'on fait évanouir les épais-  
seurs  $r$ ,  $s$  &  $t$ .

XVI. Donc, puisque au cas que  $r = s = t = 0$ , on a

$$\frac{1}{c} = (m-1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}$$

si nous considérons les épaisseurs  $r$ ,  $s$  &  $t$  comme extrêmement pe-  
tites, nous aurons plus exactement

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} = & (m-1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a} \\ & + \frac{r}{m} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} \right)^2 \\ & + \frac{s}{n} \left( \frac{m-n}{g} - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a} \right)^2 \\ & + \frac{t}{m} \left( (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a} \right)^2 \end{aligned}$$

H 2

d'où



d'où l'on voit combien chacune des épaisseurs  $r$ ,  $s$  &  $t$ , contribue à changer la valeur de la distance  $DF = c$ . On voit évidemment que la valeur de  $\frac{1}{c}$  en est augmentée, & partant celle de la distance même  $DF = c$  diminuée.

XVII. Ayant donc déterminé par la théorie à quelle distance  $DF = c$  derrière le verre l'image doit paroître, si l'on consulte l'expérience, & qu'on observe cette même distance  $DF$ , il faut qu'elle se trouve d'accord avec la théorie. Connoissant donc cette distance  $DF = c$  par l'expérience, on aura une équation, d'où l'on pourra tirer la valeur du nombre  $n$ , ou bien le rapport  $n : 1$ , qui exprime la raison de réfraction pour la liqueur, dont la cavité entre les ménisques est remplie. Pour cet effet il faut qu'on sache les rayons des quatre courbures  $f$ ,  $g$ ,  $h$ , &  $k$ , lesquels peuvent bien être supposés connus par les bassins, où les deux ménisques auront été travaillés; cependant on en pourra aussi découvrir les valeurs par quelques expériences, qu'on fera avec des liqueurs dont la réfraction est déjà connue. Or outre cela il faut qu'on sache exactement le nombre  $n$ , qui contient la réfraction du verre.

XVIII. Or, pour observer la distance  $DF = c$ , à laquelle l'image de l'objet se présente derrière le verre, on peut se servir d'une chambre obscure, en fixant le verre dans le trou par lequel les rayons y entrent : car alors recevant l'image sur une surface blanche, en l'approchant ou éloignant du verre, jusqu'à ce que la représentation paroisse la plus distincte, on n'aura qu'à mesurer sa distance depuis le verre pour avoir la distance cherchée  $DF = c$ . Or au défaut d'une chambre obscure on pourra aussi se servir du tuyau d'une lunette ordinaire, en y fixant le verre composé au lieu de l'objectif, & prenant un oculaire, qu'on jugera le plus convenable ; on n'aura qu'à diriger la lunette vers l'objet proposé, & chercher quelle longueur il faut donner à la lunette, pour qu'on voye l'objet le plus distinctement.

Alors



Alors, connoissant l'oculaire & la constitution de l'oeil, on en conclura aisément la distance DF.

*Méthode d'observer la réfraction de toutes sortes  
de liqueurs transparentes.*

XIX. Je supposerai d'abord qu'on sache exactement les rayons des quatre faces des ménisques,  $f, g, h, k$ , de même que la réfraction du verre, ou la raison  $m : 1$  ; & l'objet se trouvant dans l'axe du verre composé à la distance  $AE = a$ , qu'on observe, à quelle distance derrière le verre l'image sera présentée, laquelle soit posée  $DF = c$ , de sorte que les valeurs des lettres  $m, a, c, f, g, h, k$ , soient connues. De là, en négligeant les épaisseurs  $r, s, t$ , on aura d'abord

$$(m - n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) = (m - 1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}$$

d'où l'on tire

$$n = m - \frac{gh}{g+h} \left( (m - 1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)$$

Mais, si l'on veut tenir compte des épaisseurs, en les regardant comme très petites on aura :

$$\begin{aligned} n = m - \frac{gh}{g+h} & \left( (m - 1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) \\ & - \frac{ghr}{m(g+h)} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{ghs}{m(g+h)} \left( \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} \right)^2 \\ & - \frac{ghs}{n(g+h)^3} \left( (m-1) \left( \frac{h}{k} - \frac{g}{f} \right) + \frac{g}{a} - \frac{h}{c} \right)^2 \end{aligned}$$

XX. Mais l'avantage de cette méthode sur les ordinaires consiste en ce qu'on peut employer un tel verre composé, qu'il en résulte



une très grande différence dans la distance, tandis que la nature de la liqueur, ou le nombre  $n$ , change très peu. Pour chercher tels verres avantageux, supposons que le nombre  $n$  croisse de son différentiel  $dn$ , pendant que la distance  $c$  change en  $c + dc$ , & la différentiation nous fournira entre ces différentiels  $dn$  &  $dc$  le rapport suivant

$$-dn \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) = \frac{-dn(g+h)}{gh} = \frac{dc}{cc}$$

d'où nous tirons  $dc = \frac{-ccdn(g+h)}{gh}$

Il faut donc que le coefficient de  $dn$  ou  $\frac{cc(g+h)}{gh}$  devienne très grand, ou son réciproque  $\frac{gh}{cc(g+h)}$  très petit : & partant en substituant pour  $c$  ou  $\frac{1}{c}$  la valeur, cette quantité

$$\frac{gh}{g+h} \left( (m-1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a} \right)^2$$

doit devenir très petite.

XXI. Afin que la quantité  $\frac{cc(g+h)}{gh}$  devienne fort grande, on rendra d'un côté la fraction  $\frac{g+h}{gh}$ , & de l'autre la distance  $c$ , aussi grande que les circonstances le permettent. Or il est évident que plus on fait petits les deux rayons  $g$  &  $h$  des faces concaves, & plus la fraction  $\frac{g+h}{gh}$  deviendra grande ; mais il faut bien prendre garde de ne pas les rendre trop petits : puisqu'on seroit obligé de donner au verre une trop petite ouverture. C'est pourquoi il sera toujours bon de faire les deux rayons  $g$  &  $h$  égaux entr'eux, & de leur donner une

une telle grandeur, qui ne soit jamais trop petite par rapport à la distance de l'image  $DF = c$  : car, plus cette distance devient grande, & plus le verre doit admettre d'ouverture. Le cas le plus commode fera donc de rendre les deux ménisques égaux & semblables entr'eux, & partant si nous faisons  $k = f$  &  $h = g$ , notre équation pour la distance  $DF = c$  se réduit à cette forme

$$\frac{1}{c} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(m-n)}{g} - \frac{1}{a}$$

d'où nous aurons :

$$n = m - \frac{1}{2}g \left( \frac{2(m-1)}{f} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)$$

XXII. Puisque  $\frac{1}{c}$  est plus grand que  $\frac{2(m-1)}{f}$ , pourvu que  $n < m$ , ce qui arrive toujours, vû qu'on ne connoit point de liqueur, dont la réfraction soit plus grande que celle du verre, la distance  $c$  est toujours plus grande que  $\frac{f}{2(m-1)}$ , ou que  $f$  à peu près, à cause de  $m = \frac{3}{2}$  environ. Il faut donc prendre le rayon des deux convexités  $f = k$ , ni trop grand, ni trop petit : car si on les prenoit trop petits, la différence entre les distances  $c$  qui répondent à diverses liqueurs, pourroit devenir trop petite, pour qu'on en pût conclure avec assez de précision la différence de leur réfraction. Je ne voudrois donc pas prendre ces deux rayons  $f$  &  $k$  au dessous d'un pied. Mais une beaucoup plus grande valeur seroit également nuisible, puisqu'en remplissant le verre d'une telle liqueur pour laquelle  $m - n$  auroit une valeur considérable, la distance  $c$  pourroit devenir si grande, que la chambre obscure ne seroit pas assez spacieuse pour la recevoir, ou qu'il y faudroit employer une trop longue lunette. Car, plus la différence  $m - n$  sera grande, & plus la distance  $DF = c$  excèdera la quantité  $\frac{2(m-1)}{f}$ .

XXIII.

XXIII. Ayant déjà remarqué qu'il n'y a point de liqueurs, qui souffrent une plus grande réfraction, que le verre, je crois pouvoir ajouter qu'il n'y en a point, où la valeur de  $n$  soit plus petite que  $1\frac{1}{4}$ . Toutes les liqueurs donc, qu'on pourra examiner, seront par rapport à leur réfraction comprises entre les deux limites suivantes du nombre  $n$ ,

$$n = 1,54 \quad \& \quad n = 1,25$$

Or, si la liqueur, dont on remplit le verre étoit telle, que la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction des rayons qui y entrent de l'air fut

$$n : 1 = m : 1 = 1,54 : 1 \text{ ou } m - n = 0$$

la distance  $DF = c$  deviendrait la plus courte ; que je voudrais donc mettre  $= 1$  pied. Mais, si la liqueur étoit si rare, que pour l'entrée des rayons de l'air, il y eut  $n = 1,25$ , la distance  $DF = c$  deviendrait la plus grande, que je voudrais poser infinie, au cas que la distance de l'objet  $AE = a$  est extrêmement grande, ou quasi infinie.

XXIV. Ces deux conditions nous fourniront les justes valeurs, qu'il faudra donner, tant au rayon de convexité  $f$ , qu'à celui de concavité  $g$  de chaque ménisque. Car pour les rayons moyens il y a  $m = 1,54$  si la nature de la liqueur donne  $n = m$ , ou  $n = 1,54$ , & que nous regardions la distance de l'objet  $AZ = a$  comme infinie, il faut que la distance de l'image  $DF = c$  provienne d'un pied, d'où nous tirons

$$1 = \frac{f}{2.0,54} = \frac{100f}{108}, \text{ ou } f = \frac{2}{3} \text{ pieds,}$$

donc les deux faces convexes doivent avoir pour leurs rayons de courbure

$$f = k = \frac{2}{3} \text{ pieds, ou } f = k = 1 \text{ pied \& 1 pouce à peu près.}$$

Or

Or, si la liqueur donnoit  $n = 1,25$ , & qu'on regardât la distance  $a = \infty$ , à cause de  $c = \infty$  on auroit,

$$\frac{2.0,54}{f} - \frac{2.0,29}{g} = 0$$

& partant  $g = \frac{22}{3}f = \frac{22}{3}$  pieds  $= 7$  pouces.

De sorte que pour chacun de nos ménisques nous ayons :

le rayon de convexité  $f = k = 1,08$  pieds  $= 12,96$  pouces

le rayon de concavité  $g = h = 0,58$  pieds  $= 6,96$  pouces

XXV. Cependant une trop grande précision seroit ici fort mal placée, & on pourra retirer à peu près les mêmes avantages d'une infinité de verres composés, pourvu que les ménisques ne diffèrent pas trop de ceux que je viens d'indiquer. Pour cette raison on pourra employer deux ménisques égaux & semblables, dont

le rayon des faces convexes soit  $f = k = 12$  pouces

& le rayon des faces concaves  $g = h = 7$  pouces.

Alors, remplissant la cavité entre ces deux ménisques d'une liqueur quelconque, dont la raison de réfraction soit  $= n : 1$  pour les rayons qui y entrent de l'air, qu'on mesure la distance de l'image après le verre  $DF = c$ , de même que celle de l'objet avant  $AE = a$ , chacune exprimée en pouces, & on aura

$$n = m - \frac{1}{12} (m-1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\text{ou } n = \frac{1}{12} m + \frac{1}{12} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

Et si les rayons sont d'une nature moyenne, qu'il soit  $m = 1,54$ , on aura en négligeant l'épaisseur :

$$n = 1,225 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

XXVI. Voyons à quel point de précision ce verre composé sera capable de nous indiquer la réfraction d'une liqueur proposée. Que

l'objet se trouve à une distance de 100 pieds, ou de 1200 pouces, puisqu'il faut se servir de cette mesure, de sorte que  $n = 1200$ , & que l'expérience nous donne la distance de l'image  $c = 80$  pouces, de là nous concluons donc :

$$n = 1,225 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1200} + \frac{1}{80} \right) = 1,27166$$

Mais, si au lieu de  $c = 80$  pouces on s'étoit trompé de 6 pouces & qu'il y eut  $c = 74$  pouces, on auroit

$$n = 1,225 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1200} + \frac{1}{74} \right) = 1,27520$$

d'où l'on voit qu'une différence de 6 pouces dans le lieu de l'image, n'en produit dans la valeur du nombre  $n$  qu'une différence de 0,00354, ou l'erreur qui a influé sur le nombre  $n$  seroit environ  $\frac{1}{288}$ .

Si la liqueur étoit encore plus rare, & que la distance de l'image fût plus grande, savoir  $c = 120$  pouces, la distance de l'objet étant  $a = 1200$  pouces, on en conclurroit la réfraction

$$n = 1,225 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1200} + \frac{1}{120} \right) = 1,25708$$

& une erreur de 6 pouces dans la distance  $c$  n'en produiroit une que de  $\frac{1}{288}$  dans la valeur du nombre  $n$ .

XXVII. Ce verre composé dont je viens de donner la description, seroit donc très propre à déterminer la réfraction des liqueurs, dont le nombre  $n$  se trouveroit au dessous de 1,30, ou qui causeroient une moindre réfraction que l'eau. Mais, si l'on vouloit par ce même verre examiner la réfraction des liqueurs approchantes de la nature de l'eau, la distance  $c$  deviendroît trop courte, pour en pouvoir conclure la réfraction avec autant de sûreté. Car, pour que la valeur de  $n$  provienne de 1,33, la distance de l'image  $c$  tomberoit au dessous de 3 pieds, & une erreur commise dans cette distance influeroit plus considérablement sur la quantité de réfraction. Pour l'examen de telles liqueurs il conviendroît donc d'employer d'autres ménisques, tels, que si la réfraction de la liqueur étoit environ  $n = 1,28$ , ou même  $n = 1,30$  la distance  $c$  deviendroît infinie en supposant  $a = \infty$ ; pour cet effet il faudroit qu'il fut

$\frac{f}{g}$

$$\frac{f}{g} = \frac{m-1}{m-n} = \frac{14}{13}, \text{ ou } \frac{f}{g} = \frac{14}{13} = \frac{14}{13}$$

on pourroit donc prendre  $f = 13$  pouces, &  $g = 6$  pouces.

XXVIII. Cependant on pourra bien se servir avec le même succès des ménisques précédens  $f = k = 12$  pouces &  $g = h = 7$  pouces en approchant davantage l'objet du verre; car alors la distance de l'image deviendra plus grande, d'où la détermination du nombre  $n$  acquerra une plus grande précision. Pour chaque liqueur dont on aura rempli le verre, on approchera de plus en plus l'objet, jusqu'à ce que la distance de l'image devienne si grande qu'on jugera la plus convenable. Ainsi, supposant qu'ayant placé l'objet à la distance de 40 pouces, on ait observé la distance de l'image  $c = 120$  pouces, la réfraction de la liqueur sera exprimée par cette valeur du nombre  $n$

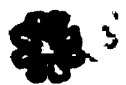
$$n = 1,225 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{40} + \frac{1}{120} \right) = 1,3416$$

où une erreur de 6 pouces commise dans l'observation de la distance  $c$  n'en produit qu'une de  $\frac{1}{80}$  dans la valeur du nombre  $n$ . Et ce degré de précision sera toujours le même tant qu'on fera en sorte, que la distance de l'image tombe à la distance de 120 pouces derrière le verre. A une telle moindre distance de l'objet on le pourra plus commodément éclairer autant qu'il faut pour rendre assez claire l'image.

XIX. Mais, puisque j'ai négligé jusqu'ici l'épaisseur du verre, voyons à combien la correction qui en résulte, pourra monter. Comme les deux ménisques sont supposés égaux & semblables, on aura non seulement  $f = k$  &  $g = h$ , mais aussi  $r = r$ , d'où nous aurons pour la juste valeur de  $n$

$$n = m - \frac{1}{2} g \left( \frac{2(m-1)}{f} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) - \frac{gr}{8n} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)^2$$

$$- \frac{gr}{2m} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{gr}{2m} \left( \frac{m-1}{f} - \frac{1}{c} \right)^2$$



& partant pour les cas  $f = 12$  pouces, &  $g = 7$  pouces, la véritable valeur de  $n$  sera

$$n = 1,225 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) - \frac{7r}{2m} \left( \frac{m-1}{12} - \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{7r}{2m} \left( \frac{m-1}{12} - \frac{1}{c} \right)^2.$$

$$= 1,225 + \frac{7r}{8m} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

Faisons-en l'application au dernier exemple  $a = 40$ , &  $c = 120$ , & puisque la valeur trouvée auparavant  $n = 1,3416$  est assez approchante, les corrections seront à cause de  $m = 1,54$

$$n = 1,3416 - 0,004r - 0,00018s$$

Donc, quoiqu'on pose  $r = \frac{1}{8}$  pouce &  $s = \frac{1}{2}$  pouce, cette correction ne vaudra que  $0,0004 + 0,000036 = 0,000436$  à soustraire, & on aura  $n = 1,3412$ , d'où l'on voit qu'on peut bien négliger cette correction, pourvu que le verre ne soit pas très épais.

XXX. Cependant il sera bon d'avoir quelques paires de tels ménisques, travaillés sur différentes proportions entre  $f$  &  $g$ , afin qu'on puisse employer pour chaque liqueur proposée tels qu'on jugera les plus convenables. Supposons qu'on ait trois paires de tels ménisques, que j'indiquerai par les lettres A, B, C, & qu'il soit :

pour A  $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 7 \text{ pouces} \end{cases}$ ; pour B  $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 6 \text{ pouces} \end{cases}$ ; pour C  $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 5 \text{ pouces} \end{cases}$

& que les bords de tous s'accordent ensemble, en sorte qu'on puisse aussi combiner deux de différentes paires. On en pourra donc faire 6 combinaisons, & chacune fournira les déterminations suivantes du nombre  $n$ , en supposant  $m = 1,54$





$$A \& A \quad . \quad . \quad . \quad n = 1,225 + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

$$B \& B \quad . \quad . \quad . \quad n = 1,270 + 3 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

$$C \& C \quad . \quad . \quad . \quad n = 1,315 + \frac{4}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

$$A \& B \quad . \quad . \quad . \quad n = 1,2492 + \frac{4\frac{2}{3}}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

$$A \& C \quad . \quad . \quad . \quad n = 1,2775 + \frac{4\frac{4}{3}}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

$$B \& C \quad . \quad . \quad . \quad n = 1,2945 + \frac{4\frac{6}{3}}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right).$$

XXXI. Mais, si l'on veut examiner la réfraction des milieux extrêmement rares, comme de l'air, ou comprimé, ou rarefié, ou même d'un vuide parfait, enfermé entre les deux ménisques, de sorte qu'il faudroit déterminer la réfraction des rayons, qui passent de l'air ordinaire dans un air, ou comprimé, ou rarefié, ou dans le vuide, alors les ménisques exposés ne seront plus propres. Alors il faudra employer de tels ménisques, dont le rayon de convexité est un peu plus petit, que le rayon de la concavité: les deux ménisques suivans, égaux & semblables entr'eux, paroissent assez propres pour ce dessein :

Rayon de convexité  $f = k = 12$  pouces

Rayon de convexité  $g = h = 13$  pouces.

Ces ménisques renfermant le milieu proposé, si d'un objet éloigné à la distance  $AE = a$ , on observe la distance de l'image  $DF = c$ , la valeur suivante du nombre  $n$  donnera la réfraction cherchée

$$n = m - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) = 0,955 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$



& si l'on ne veut pas négliger les épaisseurs  $AB = CD = r$  &  $BC = s$

$$n = 0,955 + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) - 4,22r \left( 0,045 - \frac{1}{a} \right)^2 - 4,22r \left( 0,22r - \frac{1}{c} \right)^2$$

$$= 1,625 \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)^2$$

XXXII. Supposons que ce verre composé, & rempli d'un certain air, ait donné la distance  $c = 120$  pouces, l'objet étant éloigné à l'infini, & on conclura pour la réfraction de ce milieu

$$n = 0,955 + \frac{1}{4} \frac{1}{120} = 1,009166$$

de sorte que ce milieu soit un air un peu comprimé. Or, si l'on trouvoit la distance  $c$  deux fois plus grande, ou  $c = 240$  ponce, il en résulteroit

$$n = 0,955 + \frac{1}{4} \frac{1}{240} = 0,982083$$

ce qui marqueroit un air extrêmement raréfié : ou bien ce cas ne sera pas même possible, puisqu'on sait que pour le passage de l'air dans le vuide même la valeur de  $n$  est plus grande que  $1 - \frac{1}{3000}$ , ou que  $0,999666$ . Or on trouveroit  $n = 1 - \frac{1}{3000}$ , si la distance de l'image  $c$  étoit  $= 146$  pouces ; mais si le verre contenoit de l'air naturel, on trouveroit  $c = 144 \frac{1}{2}$  pouces, & partant la différence dans la distance  $c$  ne monteroit pas à deux pouces. Mais on peut aisément augmenter cette différence en approchant davantage le rayon  $f$  du rayon  $g$ .

*Méthode d'observer la réfraction des rayons  
de différentes couleurs.*

XXXIII. Si l'on met devant le verre objectif à la même distance  $AE = a$  successivement des corps teints de diverses couleurs, leurs images seront représentées derrière le verre à diverses distances, selon la diverse réfrangibilité des rayons, à moins que le verre objectif ne soit parfait, ou tel qu'il rassemble tous les rayons également. Ces ob-  
jec-

jectifs donc, dont j'ai autrefois enseigné la construction, sont les moins propres à ce présent dessein, parce que, de quelque couleur que l'objet soit teint, ils représentent l'image toujours à la même distance : il faut plutôt employer des objectifs d'une nature diamétralement opposée, qui produisent une grande différence dans le lieu des images, quoique la différence dans la réfraction ne soit que très petite. Les objectifs ordinaires représentent bien les images des objets de diverses couleurs à des distances inégales, & c'est en quoi consiste leur principal défaut : mais, à moins que leur distance de foyer ne soit excessive, la différence n'est pas assez sensible, pour qu'on en puisse conclure, moyennant des expériences, assez exactement la différence qui se trouve dans la réfraction.

XXXIV. Il s'agit donc de trouver tels objectifs, qui par rapport à la diffusion, qui vient de la diverse réfrangibilité des rayons soient encore plus défectueux, que les verres simples & ordinaires. Pour cet effet considérons comme ci-dessus en général un verre composé de deux ménisques, dont la cavité soit remplie d'une liqueur transparente, & que les rayons des deux faces convexes soient  $f$  &  $k$ , & des deux faces concaves  $g$  &  $h$ . Soit de plus pour une certaine espèce de rayons, la raison de réfraction dans le passage de l'air dans le verre comme  $m$  à 1, & de l'air dans la liqueur comme  $n$  à 1. Cela posé, si l'objet se trouve devant le verre à la distance  $AE = a$ , l'image sera représentée derrière le verre à la distance  $DF = c$ , en sorte qu'il soit :

$$\frac{1}{c} = (m-1) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m-n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) - \frac{1}{a}$$

en négligeant l'épaisseur du verre.

XXXV. Qu'on mette à présent à la place de l'objet un corps teint d'une autre couleur, dont les rayons souffrent une réfraction différente de celle que je viens de supposer, en passant de l'air tant dans le verre que dans la liqueur. Et j'ai démontré que ces nouvelles raies

fons

sons de réfraction, au lieu de  $m : 1$  &  $n : 1$  se peuvent toujours exprimer en sorte

$$m^{1+\alpha} : 1, \& n^{1+\alpha} : 1, \text{ ou } m + \alpha m / m : 1, \& n + \alpha n / n : 1$$

puisque  $\alpha$  est toujours une fraction très petite. Or cette fraction  $\alpha$  nous fera connoître la différence entre la réfraction de ces derniers rayons & les précédens. Soit  $c'$  la distance à laquelle on appercevra à présent l'image derriere l'objectif, & nous aurons l'équation suivante:

$$\frac{1}{c'} - \frac{1}{c} = \alpha m / m \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} - \frac{1}{g} - \frac{1}{h} \right) + \alpha n / n \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) = \frac{c - c'}{c c'}$$

Donc, pour que la moindre différence dans la réfraction devienne fort sensible dans la distance de l'image, il faut que cette quantité

$$m / m \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{k} \right) - (m / m - n / n) \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right)$$

obtienne une valeur assés considérable, & que la distance  $c$  elle-même provienne aussi fort grande.

XXXVI. Posons les deux ménisques égaux & semblables entr'eux, de sorte que  $k = f$  &  $h = g$ , & que la distance de l'objet soit quasi infinie; dans ce cas on aura ces deux équations:

$$\frac{1}{c} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(m-n)}{g} \& \frac{c-c'}{c c'} = \frac{2 \alpha m / m}{f} - \frac{2 \alpha (m / m - n / n)}{g}$$

dont la premiere donne

$$\frac{2}{f} = \frac{g + 2(m-n)c}{(m-1)cg} \text{ ou } f = \frac{2(m-1)cg}{g + 2(m-n)c}$$

& substituant cette valeur dans l'autre équation, on en tirera

$$c' = \frac{(m-1)cg}{(m-1)g + \alpha m g / m - 2 \alpha c [m(n-1) / m - n(m-1) / n]}$$

Or



Or, puisqu'on peut regarder la fraction  $\alpha$  comme très petite, il y aura fort à peu près :

$$c' = c - \frac{\alpha m l m}{m-1} c + \frac{2 \alpha c c}{g} \left( \frac{m(n-1) l m}{m-1} - n l n \right)$$

D'où l'on connoit la différence entre les distances  $c, c'$ , qui répond à la différence des réfractions renfermée dans la fraction  $\alpha$ .

XXXVII. Je remarque ici d'abord deux cas principaux, l'un où  $n = m$ , & l'autre où  $n = 1$ . Dans celui-là, ayant la liqueur également réfractive que le verre, notre objectif revient à un ordinaire, dont les deux faces sont convexes, le rayon de l'une & de l'autre étant  $f = k = 2(m-1)c$ . Dans l'autre cas où  $n = 1$ , l'espace entre les deux verres ne contient que de l'air, & nous aurons deux verres simples joints immédiatement ensemble, de sorte que  $f = \frac{2(m-1)cg}{g + 2(m-1)c}$ .

Or pour l'un & l'autre cas l'expression  $\frac{m(n-1) l m}{m-1} - n l n$  évanouit, & partant, lorsque les rayons de l'objet changent de nature, de sorte que les raisons de réfraction  $m:1$  &  $n:1$  deviennent  $m^{1+\alpha}:1$  &  $n^{1+\alpha}:1$ , la distance de l'image derrière le verre  $c'$  différera en sorte de la distance précédente  $c$ , qu'il y aura

$$c' = c - \frac{\alpha m l m}{m-1} c$$

Par conséquent la différence  $\frac{\alpha m l m}{m-1} c$  dépend uniquement de la distance  $c$ , & ne sauroit être, ni augmentée, ni diminuée, tant que la distance  $c$  demeure la même.

XXXVIII. Dans tous les autres cas de la liqueur renfermée entre les deux verres, la quantité  $\frac{m(n-1) l m}{m-1} - n l n$  n'évanouit

point, & alors on pourra prendre le rayon des concavités  $g$  tel, que la différence entre les distances  $c$  &  $c'$  devienne beaucoup plus grande. Cependant il faut que la valeur de  $n$  n'approche point trop, ni de l'unité, ni de  $m$ , dont la valeur peut être prise  $= 1,54$ , pour ne pas tomber dans l'inconvénient des deux cas marqués : or il est clair, qu'il doit y avoir une valeur de  $n$  entre les deux limites 1 &  $m$ , qui rendra ladite quantité la plus grande, qu'il soit possible : & une telle liqueur, si l'on en pouvoit trouver une, feroit la plus convenable pour cette espèce d'expériences. Pour trouver ce *maximum*, différencions ladite quantité en posant  $n$  variable, & en égalant le différentiel égal à zéro, nous obtiendrons

$$\frac{m \ln m}{m-1} = \ln n + 1 \quad \& \text{ partant } \ln n = \frac{m \ln m}{m-1} - 1$$

d'où l'on tirera aisément la valeur de  $n$ .

XXXIX. Or il faut bien remarquer que les logarithmes, que ces formules renferment, sont des logarithmes hyperboliques, qu'on trouve des logarithmes tabulaires en multipliant ceux-ci par 2,302585093, ou en les divisant par 0,4342944819. Donc, si nous voulons prendre pour  $\ln m$  &  $\ln n$  leurs logarithmes tabulaires, nous les devons multiplier par 2,302585, ou diviser par 0,43429448, & de là nous aurons :

$$\ln n = \frac{m \ln m}{m-1} - 0,43429448.$$

Posons donc  $m = 1,54$ , qui est la valeur moyenne qui convient à la réfraction du verre, & de là on tirera

$$\frac{m \ln m}{m-1} = 0,5347833 \quad \& \ln n = 0,1004888$$

par conséquent le nombre  $n = 1,260343$ .

Donc, si l'on pouvoit trouver une telle liqueur transparente, dans laquelle les rayons moyens, qui y entrent de l'air, se rompiroient en sorte, que le sinus d'incidence seroit au sinus de réfraction comme 1,26 à 1, cet-



cette liqueur seroit sans contredit la plus propre pour cette espece d'expériences.

XL. Mais nous ne connoissons point de liqueur, qui ait une moindre réfraction que l'eau pure, pour laquelle on peut supposer  $n = 1 \frac{1}{2}$ ; & partant nous ne saurions mieux arriver à notre but qu'en remplissant la cavité entre nos deux verres d'eau pure. Posons donc  $m = 1,54$  &  $n = 1 \frac{1}{2}$ : & prenant les logarithmes hyperboliques nous aurons:

$$m \ln m = 0,664945 \quad n \ln n = 0,383576$$

$$\text{\& partant } \frac{m(n-1) \ln m}{m-1} - n \ln n = 0,925884 \text{ \& } \frac{m \ln m}{m-1} = 1,231379$$

Donc la distance de l'image  $c'$ , qui répond à la réfraction changée, se trouvera

$$c' = c - 1,231379. ac + 0,053768 \frac{acc}{g}$$

d'où l'on voit que par un tel verre composé on peut rendre la différence entre les distances  $c$  &  $c'$  beaucoup plus grande que si l'on se servoit de verres simples ordinaires. Le plus sûr moyen fera de prendre le rayon  $g$  fort petit par rapport à la distance  $c$ , & même négatif: mais, ayant donné à  $g$  une certaine valeur, celle de  $f$  fera

$$f = \frac{3,24cg}{3g + 1,24c} = \frac{324cg}{300g + 124c}$$

XLI. Jusqu'ici j'ai supposé la distance de l'objet  $a$  infinie, mais si elle est finie, & la même pour les objets de différentes couleurs, nos formules se changeront dans les suivantes

$$f = \frac{2(m-1)acg}{g(a+c) + 2(m-n)ac} \text{ \& } \\ c' = c - \frac{a \ln m}{m-1} \cdot c \left(1 + \frac{c}{a}\right) + \frac{2acc}{g} \left(\frac{m(n-1) \ln m}{m-1} - n \ln n\right) \text{ \& }$$

K k 2



& si nous posons pour le verre  $m = 1,54$ , & pour la liqueur  $n = \frac{4}{3}$ , nous aurons :

$$f = \frac{324 acg}{300(a+c)g + 124ac} \quad \&$$

$$c' = c - 1,231379 ac \left(1 + \frac{c}{a}\right) + 0,053768 \cdot \frac{acc}{g}.$$

d'où l'on voit qu'en approchant l'objet du verre, la différence entre les images deviendra encore plus sensible, supposé qu'on donne aux rayons  $g = h$  des valeurs négatives.

XLII. Si l'on se servoit de verres simples, la différence entre les distances  $c$  &  $c'$  seroit  $= 1,231379 ac \left(1 + \frac{c}{a}\right)$ , mais, par le moyen des verres composés, on peut faire que cette différence devienne autant de fois plus grande, qu'on voudra. Supposons qu'elle doive devenir  $\lambda$  fois plus grande, de sorte qu'il y eut

$$c' = c - 1,231379 \lambda ac \left(1 + \frac{c}{a}\right)$$

& nous aurons :

$$- 1,231379 (\lambda - 1) \left(1 + \frac{c}{a}\right) = 0,053768 \cdot \frac{c}{g}$$

$$\text{donc } g = \frac{0,053768 ac}{1,231379 (\lambda - 1) (a + c)} = \frac{ac}{23 (\lambda - 1) (a + c)}$$

& substituant cette valeur dans celle de  $f$ ,

$$f = \frac{324 ac}{-300(a+c) + 2852(\lambda-1)(a+c)} = -\frac{ac}{a+c} \cdot \frac{324}{2852(\lambda-1) - 300}$$

Ces valeurs se réduisent donc aux formules suivantes :

$$f = -\frac{81}{713(\lambda-1)-75} \cdot \frac{ac}{a+c}$$



$$g = \frac{1}{23(\lambda - 1)} \cdot \frac{ac}{a + c}$$

& partant tous les deux rayons  $f$  &  $g$  deviennent négatifs, ayant entr'eux ce rapport

$$f : g = 1863(\lambda - 1) : 713(\lambda - 1) - 75 = 81 : 31 - \frac{75}{23(\lambda - 1)}.$$

XLIII. Les deux verres simples feront donc aussi des ménisques, mais qu'il faut joindre en forte, que leurs concavités soient tournées en dehors, & les convexités en dedans. Le verre composé est représenté dans la 2 figure, où MAMBM & NDNCN sont les deux ménisques luniformes, égaux & semblables entr'eux, entre lesquels l'espace MBMNCN doit être rempli d'eau : & puisque ces deux ménisques ne peuvent être joints par leurs bords, leur jonction se doit faire par le moyen d'une boîte, ou d'un bout de tuyau MNMN, auquel on puisse tellement enfermer les deux ménisques, que l'eau entr'eux ne sauroit écouler. Les rayons des faces concaves sont ici plus grands que ceux des faces convexes, & posant la distance de l'objet  $AE = a$ , si l'on veut que l'image formée par les rayons moyens tombe à la distance  $DF = c$ , & que pour les autres couleurs le changement de la distance  $c$  devienne  $\lambda$  fois plus grand, que si l'on se servoit de verres ordinaires, il faut travailler les faces en forte :

Fig. 2.

$$\text{le rayon des faces concaves MAM, NDN} = \frac{81}{713(\lambda - 1) - 75} \cdot \frac{ac}{a + c}$$

$$\text{le rayon des faces convexes MBM, NCM} = \frac{1}{23(\lambda - 1)} \cdot \frac{ac}{a + c}$$

D'où l'on voit que, plus ce changement doit être grand, & plus les rayons des faces deviendront petits.

XLIV. Puisqu'on doit pouvoir changer l'objet à volonté, on ne sauroit supposer la distance  $a$  infinie ; posons la donc de 100 pieds, ou de 1200 pouces, & qu'on veuille que l'image formée des rayons so-



lares moyens tombe à la distance de 100 pouces, pour avoir  $\frac{ac}{a+c} =$

$\frac{1200}{13} = 92 \frac{1}{3}$  pouces. Si l'on pose  $a = \frac{1}{87}$ , laquelle valeur répond

à peu près aux rayons solaires extrêmes, le changement qui en résulte dans la distance de l'image, ou la différence  $c - c'$  montera à

$$1,231379 \cdot \frac{1}{87} \cdot \frac{1}{12} \cdot \lambda c = 2 \lambda \text{ pouces; à cause de } c = 100.$$

Donc, si l'on se servoit de verres ordinaires, où  $\lambda = 1$ , ce changement dans la distance ne feroit que de 2 pouces. Voyons donc quels doivent être les rayons de nos ménisques, pour que ce changement devienne 2, 3, 4, 5, & 6 fois, & même 12 fois plus grand

Rayon	fin	fin	fin	fin	fin	fin
des faces	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$	$\lambda = 6$	$\lambda = 12$
concaves	11, 72	5, 53	3, 62	2, 69	2, 14	0, 96
convexes	4, 01	2, 00	1, 34	1, 00	0, 80	0, 36 $\frac{1}{2}$

XLV. On voit de là qu'on ne sauroit augmenter trop ce changement, puisque les faces deviendroient trop courbes, & ne permettroient plus une ouverture suffisante. Il semble qu'il ne seroit pas à propos de donner à  $\lambda$  une plus grande valeur que 3; & on pourra se contenter d'une différence trois fois plus grande, que donnent les verres ordinaires; laquelle sera assez sensible pour nous découvrir la différence dans la réfraction des rayons de diverses couleurs. Ayant donc construit un tel verre, composé de deux ménisques égaux, dont les rayons soient

des faces concaves —  $f = 5 \frac{53}{80}$  pouces

des faces convexes —  $g = 2$  pouces,

qu'on expose successivement à une distance donnée  $= a$  des objets teints de diverses couleurs unies, & qu'on observe exactement les distances après les verres, où les images se représentent le plus distinc-

te-



tement. Alors on s'appercvra d'une différence assez sensible dans le lieu des images, selon les diverses couleurs de l'objet. Car, plus les rayons d'un objet seront réfrangibles, & plus l'image sera approchée du verre.

XLVI. On pourra aussi déterminer la différence, qui se trouve parmi la réfraction des rayons de différentes couleurs, par le moyen de l'équation

$$\frac{c-c'}{cc'} = \frac{2amlm}{f} - \frac{2a(mlm-nln)}{g}$$

Car, si pour une certaine couleur, dont la réfraction dans le verre soit posée comme  $m:1$ , on observe la distance de l'image  $= c$  pouces, & pour une autre couleur la distance de l'image  $= c'$  pouces, on en trouvera

$$a = \frac{c-c'}{0,0409cc'} = 24\frac{1}{2} \frac{c-c'}{cc'}$$

& la réfraction de ces rayons en entrant dans le verre suivra ce rapport  $m^1 + a:1$  entre le sinus d'incidence & celui de réfraction. Supposons qu'on ait trouvé la distance  $c = 100$  pouces, & l'autre  $c' = 95$  pouces, & on en conclura  $a = 24\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9500} = \frac{1}{77\frac{1}{2}}$ , de sorte que la raison de réfraction de ces derniers rayons sera comme  $m^1 + 1\frac{2}{3}$  à 1, celle des premiers étant comme  $m$  à 1.

XLVII. Puisqu'il est difficile d'exécuter ces ménisques si exactement selon les proportions prescrites, & que peut-être ces proportions mêmes ne sont pas exactes au dernier point, il pourroit bien arriver que le multiplicateur  $24\frac{1}{2}$  differât considérablement de la vérité. Or, pour remédier à ce défaut, on n'aura qu'à regarder ce multiplicateur comme indéterminé, en posant :

$$a = \mu \cdot \frac{c-c'}{cc'}$$

&



& à le déterminer par les observations de deux couleurs, dont la différence de réfraction est déjà connue. Pour cet effet on pourroit choisir les deux couleurs extrêmes de l'arc en ciel, ou du spectre représenté par un prisme sur une surface blanchie. Que  $c$  soit la distance de l'image rouge, &  $c'$  celle de l'image violette, qui sera plus petite;

& on fait que la valeur de  $\alpha$  est  $= \frac{1}{33\frac{1}{4}} = \frac{4}{133}$ . De là on trou-

vera donc par l'expérience la juste valeur du multiplicateur  $\mu$ , qui

$$\text{fera } \mu = \frac{4}{133} \cdot \frac{cc'}{c-c'}$$

XLVIII. Or, ayant une fois déterminé cette juste valeur de  $\mu$ , on pourra employer le même verre composé pour examiner la réfraction de toutes les couleurs simples, tant des rayons solaires, que des corps opaques. On commencera par une couleur dont la réfraction dans le verre est connue, qui soit comme  $m$  à 1, & on marquera la distance de l'image après le verre qui soit  $= c$ ; ensuite on placera à la même distance devant le verre un objet teint d'une autre couleur quelconque, & ayant aussi marqué la distance de l'image, qui soit  $= c'$ , qu'on cherche la valeur du nombre  $\alpha$  par la formule

$$\alpha = \mu \cdot \frac{c-c'}{cc'}$$

mettant pour  $\mu$  la valeur trouvée par les premières expériences, & on connoitra la réfraction de ces derniers rayons en entrant dans le verre, qui sera comme  $m^{1+\alpha}$  à 1. Dans ces observations on n'a pas besoin de mesurer la distance de l'objet  $= a$ , pourvu qu'elle soit conservée la même dans les expériences qu'on veut comparer ensemble.

XLIX. Ces objectifs présentent donc, comme les ordinaires, les images formées par des rayons plus réfrangibles à des moindres distances



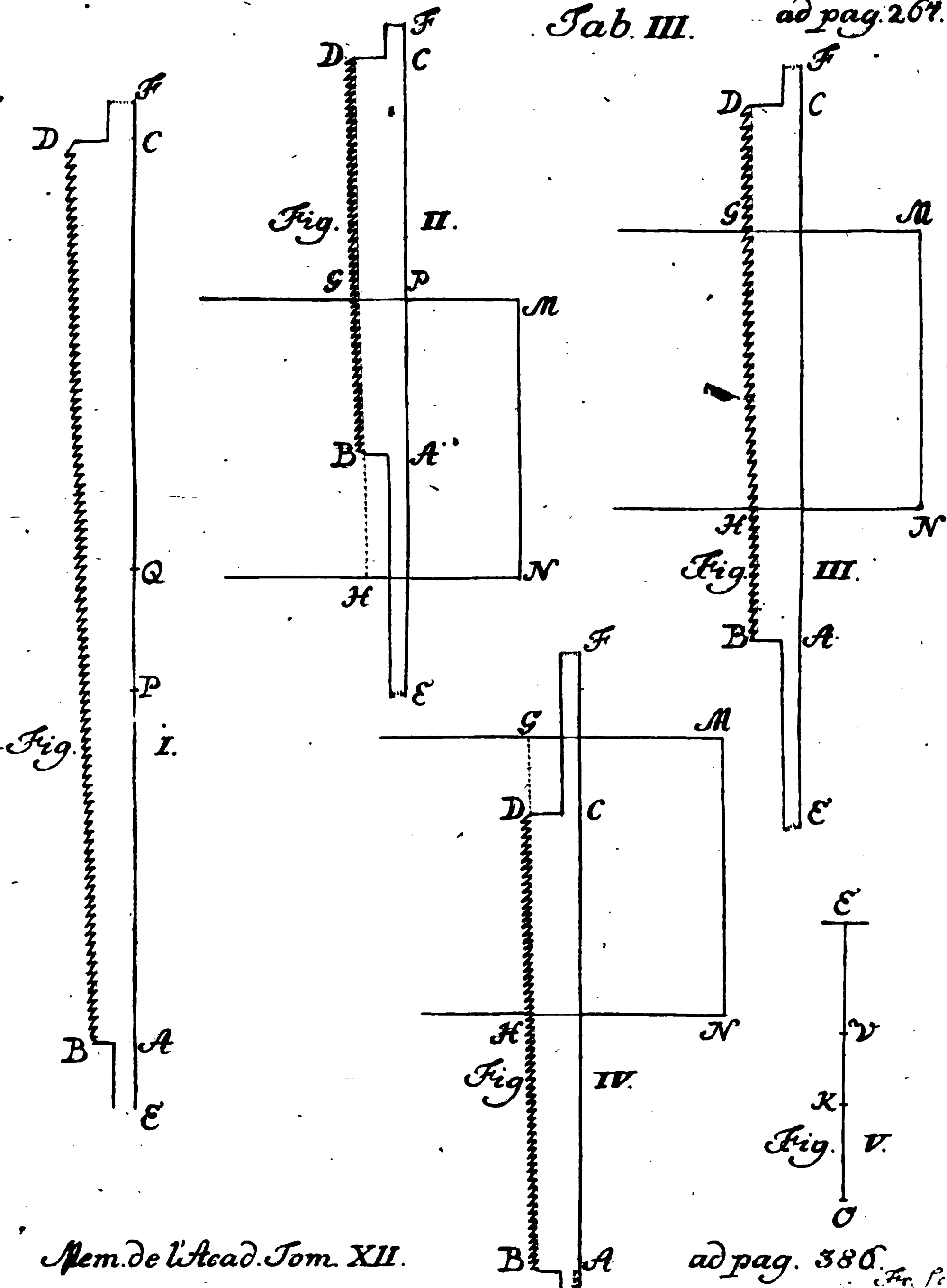
ces du verre, mais avec cet avantage, que la différence dans le lieu des images devient beaucoup plus sensible. Cependant on pourroit aussi former de tels objectifs, qui représentassent dans un ordre renversé les images des rayons plus réfrangibles à une plus grande distance. Car on n'a qu'à poser le nombre  $\lambda$  négatif, & si l'on veut que le changement dans le lieu des images soit  $\lambda$  fois plus grand, qu'en se servant des verres ordinaires, il faut donner aux rayons  $f$  &  $g$  des faces des ménisques les valeurs suivantes :

$$f = \frac{81}{713(\lambda + 1) + 75} \cdot \frac{nc}{a + c} \quad \& \quad g = \frac{1}{23(\lambda + 1)} \cdot \frac{nc}{a + c}$$

& ces deux ménisques doivent être joints en forte, que leurs faces convexes soient tournées en dehors ; mais, pour obtenir un effet aussi sensible qu'avec les précédens, ces rayons deviennent plus petits, & partant leur ouverture trop petite en empêcheroit l'usage.

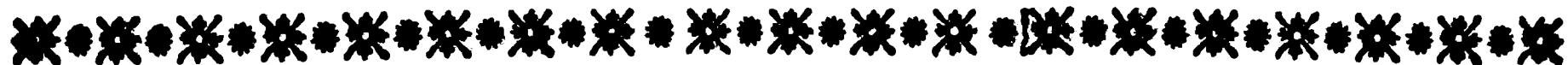
L. Dans le dessein donc, que je me suis proposé ici, les objectifs composés de deux ménisques renversés méritent la préférence, & il semble que leur usage se pourra bien exécuter dans une chambre obscure : où une petite ouverture du verre peut être suffisante pour représenter les objets exposés assez clairement, surtout lorsqu'ils sont éclairés par le Soleil. Quand la chambre obscure est assez spacieuse, qu'on y puisse recevoir les images à une plus grande distance qu'à 100 pouces, on pourra donner aux rayons  $f$  &  $g$  des ménisques de plus grandes valeurs, pourvu qu'on observe bien la juste proportion entr'eux, de sorte qu'il soit  $f : g = 553$  à 200. Or, pour que la différence dans le lieu des images devienne plus que deux fois plus sensible, qu'en se servant des verres ordinaires, il faut que  $\frac{f}{g}$  soit plus petit que 2, 92, mais pourtant plus grand que 2, 61. Mais, plus la valeur de  $\frac{f}{g}$  approche de la dernière limite 2, 61, plus les rayons  $f$  &  $g$  doivent être pris petits, afin que les images ne tombent pas trop loin.

LI. Ayant bien réussi dans la construction d'un tel verre composé, & préparé une chambre obscure assez profonde pour contenir les images, cet instrument sera fort propre à décider cette importante question ; si les rayons des corps opaques colorés souffrent la même réfraction que les rayons du Soleil de même couleur ? ou s'il se trouve parmi les couleurs une telle ressemblance, comme dans les sons : de sorte qu'il y en ait, par exemple, plusieurs rouges, qui diffèrent entr'elles par octaves ? car alors ces différentes couleurs rouges devroient souffrir de différentes réfractions. On pourroit pour cet effet faire teindre de toutes sortes de couleurs des feuilles de papier, & mettre sur chacune quelque écriture noire, pour être en état de reconnoître dans la chambre obscure le vrai lieu des images, qui sera là, où ces écritures se présentent le plus distinctement. Il faudroit donc successivement exposer toutes ces feuilles colorées devant la chambre obscure, & à une distance fixée, sur l'axe du verre ; & il sera aisé d'observer pour chacune exactement le lieu de l'image, où elle paroitra le plus distinctement présentée sur une surface blanche. La différence qu'on remarquera entre les distances des images du verre, nous découvrira d'abord la différence qui se trouve dans la réfraction de toutes les couleurs différentes, en suivant la règle que j'ai exposée cy-dessus.









# S U R L'ACTION DES SCIES,

PAR M. EULER.

## I.

**J**e ne m'arrêterai pas ici aux scies, qui sont manoeuvrées par des hommes, lesquels en les appliquant plus ou moins fortement au bois, en peuvent modérer l'effet à leur volonté : cette action étant presque entièrement arbitraire, n'est gueres susceptible d'une détermination géométrique. Ce seront donc les scies mises en mouvement par quelque machine, qui fourniront le sujet de mes recherches, dans ce Mémoire : & partant je suppose d'abord que la scie ABCD se meut constamment sur la même ligne verticale EF, en montant & descendant alternativement, par le moyen d'un châssis, auquel elle est attachée : l'arbre, qui doit être scié, tiendra donc une situation horizontale, & sera rapproché à chaque coup de la scie, à mesure qu'elle y pénètre, comme cela se pratique ordinairement. Le mouvement de la scie sera donc alternatif, & chaque coup sera composé d'une descente & d'une montée : or ce n'est que dans la descente que la scie agit sur le bois en y pénétrant avec ses dents, de sorte qu'elle monte toujours librement, sans faire des efforts sur le bois ; & pendant ce tems l'arbre se rapproche de nouveau de la scie, pour en recevoir de nouvelles impressions dans le coup suivant. Il en est de même lorsque plusieurs scies agissent à la fois sur l'arbre, & il suffira de ramener l'action d'une seule au calcul mécanique.

Fig. 1.

II. Pour connoître la manière d'agir d'une scie, commençons par la considération d'une seule dent, dont l'action consiste en traçant sur le bois une rainure jusqu'à une certaine profondeur, & en y ar-



rachant les fibres du bois. La résistance que cette action d'une dent rencontre, dépend donc 1°. de la dureté du bois, 2°. de la largeur de la dent, & 3°. de la profondeur à laquelle elle pénètre dans le bois. Pour ce troisième article on voit que la profondeur ne sauroit être, ni trop grande, ni trop petite; car, si elle étoit trop petite, la dent ne couperoit rien du bois, & si elle étoit trop grande, la dent romproit plutôt que de passer par le bois: & partant cette profondeur doit être réglée tant sur la dureté du bois, que sur la force des dents. Cependant, lorsque la dent est capable d'agir sur le bois, la résistance croît évidemment dans une proportion plus grande que celle de la profondeur, à laquelle la dent pénètre dans le bois, & la résistance sera plus que double, lorsque la dent sera enfoncée à une profondeur double: ainsi posant la profondeur, à laquelle la dent pénètre dans le bois,  $= \alpha$ , & la résistance qu'elle rencontre  $= \rho$ , la force  $\rho$  croîtra dans une plus grande raison que  $\alpha$ , & sera peut être proportionnelle au quarré de  $\alpha$ .

III. Afin que toutes les dents de la scie agissent également sur le bois, il faut que chacune pénètre à la même profondeur: d'où l'on voit que les dents ne sauroient être disposées sur une ligne droite parallèle à  $AC$ : puisqu'alors ce ne seroit que la première dent  $B$ , qui agiroit sur le bois, & toutes les suivantes ne feroient que passer librement par la trace de la première. Il faut donc que les dents soient disposées sur une ligne  $BD$  inclinée à  $AC$ , en sorte que la distance d'enhaut  $CD$  soit plus grande que celle d'enbas  $AB$ , puisque alors chaque dent avancera plus dans le bois, pendant que la scie descend. Donc, pour que toutes les dents travaillent également sur le bois, ou que chacune y pénètre à la même profondeur  $= \alpha$ , si la distance  $AB$  de la première dent  $B$  à la droite verticale  $AC$ , est posée  $= k$ , la distance de la seconde doit être  $= k + \alpha$ , celle de la troisième  $= k + 2\alpha$ , de la quatrième  $= k + 3\alpha$ , & ainsi de suite. Ainsi, si le nombre de toutes les dents sur la scie  $BD$  est  $= n$ , la distance de la plus haute  $D$ , ou derrière  $CD$ , doit être  $= k + (n-1)\alpha$ .

IV.

IV. Posant donc la longueur de la scie  $AC = f$ , le nombre des dents  $= n$ , & la profondeur à laquelle pénètre chacune  $= \alpha$ , la largeur de la scie en bas étant  $AB = k$ , la largeur d'en haut sera  $CD = k + (n-1)\alpha$ . Donc la ligne  $BD$  sera convergente avec la verticale  $AC$ , & étant prolongée en bas, jusqu'à la concurrence, y feroit un angle dont la tangente seroit  $= \frac{(n-1)\alpha}{f}$ . Cet angle qui marque l'obliquité de la scie, étant de la dernière importance dans l'action de la scie, je le nommerai  $= \zeta$ , de sorte que nous ayons  $\text{tang } \zeta = \frac{(n-1)\alpha}{f}$ . Donc, sachant la longueur de la scie  $AC = f$ , & le nombre des dents  $s = n$ , la profondeur à laquelle pénétrer chaque dent dans le bois sera  $\alpha = \frac{f \text{ tang } \zeta}{n-1}$ , & à chaque coup de scie, supposé que toutes les dents passent par le bois, il en fera scié à la profondeur  $n\alpha = \frac{n f \text{ tang } \zeta}{n-1}$  : & puisque le nombre des dents est ordinairement assez grand pour qu'on puisse mettre l'unité pour la fraction  $\frac{n}{n-1}$ , cette profondeur sera assez exactement  $= f \text{ tang } \zeta$  ; laquelle fera donc l'effet de chaque coup de la scie.

V. Puisque chaque dent, en agissant sur le bois, y rencontre une résistance  $= \rho$ , si le nombre des dents qui travaillent à la fois sur le bois est  $= v$ , la résistance fera  $= v\rho$ . Or, supposant que la partie de la scie  $PQ = z$  agisse sur le bois, puisque la longueur entière  $f$  contient  $n$  dents, la partie  $z$  en contiendra  $\frac{nz}{f}$ , & partant la résistance fera  $= \frac{nz\rho}{f}$  : avec laquelle la scie pénétrera dans le bois à la profondeur  $v\alpha = \frac{nz\alpha}{f} = z \text{ tang } \zeta$ , à cause de  $n\alpha = f \text{ tang } \zeta$ . Donc,



si nous posons la résistance de la scie entière  $= R$ , qu'elle éprouveroit, si toutes les dents étoient à la fois en action. S'il n'y en a qu'une

partie  $PQ = z$ , qui est en action, la résistance sera  $= \frac{z}{f} R$ .

Or, puisque  $R = \frac{\rho}{a} = \frac{f \rho \operatorname{tang} \zeta}{a}$ , cette résistance sera  $= \frac{z \rho \operatorname{tang} \zeta}{a}$ .

Je poserai de plus la profondeur  $f \operatorname{tang} \zeta$ , à laquelle la scie pénètre à chaque coup  $= c$ , pour abrégér le calcul, de sorte que  $f \operatorname{tang} \zeta = c$ , ou  $\operatorname{tang} \zeta = \frac{c}{f}$ . Donc, lorsque une partie de la scie  $PQ = z$  est

appliquée au bois, la pénétration aura la profondeur  $= \frac{cz}{f}$ , & la

résistance  $= \frac{\rho}{a} \cdot \frac{cz}{f} = \frac{c\rho}{a} \cdot \frac{z}{f}$ , ou  $\frac{c\rho}{a}$  marque une force, qui dépend de la constitution de la scie, & peut être regardée comme connue.

VI. Après ces réflexions générales sur l'action d'une scie, je m'en vai considérer la manœuvre suivante. La scie étant chargée d'un poids suffisant, descend par sa pesanteur naturelle, sans qu'aucune autre force la pousse en bas ; c'est donc tant par l'impulsion que par la gravité, qu'elle agit sur le bois, & pour que la première action commence d'abord avec un certain degré de vitesse, on fait en sorte, que la scie tombe au commencement librement par une certaine hauteur, avant que ses dents atteignent le bois : ce n'est donc qu'après cette première chute que l'action de la scie sur le bois commence. Or alors il faut distinguer trois tems ; le premier depuis l'entrée de la dent B dans le bois jusqu'à sa sortie, supposé que la longueur de la scie surpasse l'épaisseur de l'arbre. Le second tems dure depuis la sortie de la dent B, jusqu'à ce que la dernière dent D entre dans le bois : & pendant ce tems l'arbre est scié par toute son épaisseur. Le troisième tems enfin commence lorsque la dernière dent D entre dans le bois, & finit lors-



lorsqu'elle en sort. Dans ces trois tems donc, toute la scie passe par l'arbre, & y fait une incision à la profondeur  $c = f \operatorname{tang} \zeta$ .

VII. Connoissant maintenant l'effet d'une descente entière de la scie sur le bois, voyons combien de tems la scie mettra à achever une telle descente. Pour cet effet on n'aura qu'à calculer la durée de chacun des trois tems marqués. Or, comme ces trois tems sont précédés de la chute libre de la scie, qui se fait, comme nous supposons, avant qu'elle attaque le bois, soit  $a$  la hauteur de cette chute, & on fait que le tems de cette chute sera exprimé par  $2\sqrt{a}$ . Ou bien, prenant  $g$  pour la hauteur, par laquelle un corps pesant tombe dans une seconde, cette chute durera  $\sqrt{\frac{a}{g}}$  secondes, & après cette chute la scie frappera le bois avec une vitesse due à la hauteur  $a$  : ou bien la première dent B agira avec cette vitesse sur le bois. Voilà donc déjà une partie du tems de la descente, qui est celle de la chute libre, & qui dure  $\sqrt{\frac{a}{g}}$  secondes.

VIII. Pour trouver maintenant la durée du premier tems de l'action de la scie ; soit l'épaisseur de l'arbre  $MN = GH = b$  : & qu'après un tems  $t$  la première dent B se soit enfoncée depuis G jusqu'à B par l'espace  $GB = z$  : & soit la vitesse de la scie en cet instant due à la hauteur  $= v$ . Soit de plus le poids entier de la scie  $= P$ , qui marque en même tems son inertie : & la résistance que la scie rencontre dans cet état, sera  $= \frac{z \rho \operatorname{tang} \zeta}{a} = \frac{c \rho}{a} \cdot \frac{z}{f}$ . Posons le coefficient constant  $\frac{\rho}{a} \operatorname{tang} \zeta = N$ , pour avoir la résistance  $= Nz$  ; & les principes de Mécanique nous fourniront l'équation suivante :

$$P dv = (P - Nz) dz \quad \text{ou} \quad dv = dz \left( 1 - \frac{Nz}{P} \right)$$

dont

Fig. 2.



dont l'intégrale, à cause de  $v = a$ , lorsque  $z = 0$ , sera

$$v = a + z - \frac{N z z}{2 P}.$$

Donc, au bout du premier tems, lorsque la dent B sera parvenue jusqu'à H où  $z = b$ , la vitesse de la scie sera due à la hauteur  $= a + b - \frac{N b b}{2 P}.$

IX. Soit encore pour abrégér  $\frac{P}{N} = e$ , ou bien  $e = \frac{a P}{g \text{ tang } \zeta}$ :

& nous aurons  $v = a + z - \frac{z z}{2 e} = \frac{2 a e + 2 e z - z z}{2 e}:$

de là nous trouverons l'élément du tems  $dt = \frac{dz \sqrt{2 e}}{\sqrt{(2 a e + 2 e z - z z)}}$ ,

dont l'intégration dépend du cercle. Or, puisque  $t = 0$ , lorsque  $z = 0$ , on trouvera

$$t = \sqrt{2 e} \left( A \sin. \frac{z - e}{\sqrt{(2 a e + e e)}} + A \sin. \frac{e}{\sqrt{(2 a e + e e)}} \right)$$

ou bien

$$t = \left( A \sin. \frac{e}{\sqrt{(2 a e + e e)}} - A \sin. \frac{e - z}{\sqrt{(2 a e + e e)}} \right) \sqrt{2 e}.$$

Donc la durée de ce premier tems de l'action de la scie, posant  $z = b$ , fera

$$= \left( A \sin. \frac{e}{\sqrt{(2 a e + e e)}} - A \sin. \frac{e - b}{\sqrt{(2 a e + e e)}} \right) \sqrt{\frac{e}{2 g}} \text{ secondes.}$$

ou bien

$$= \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{2 g}} \cdot A \sin. \frac{e \sqrt{(2 a e + 2 b e - b b)} - (e - b) \sqrt{2 a e}}{2 a e + e e} \text{ secondes.}$$

X.

X. Au bout de ce premier tems, la premiere dent fera parvenue jusqu'en H avec une vitesse due à la hauteur  $\equiv a - b - \frac{bb}{2e}$ . Qu'elle soit donc descendue outre par l'espace  $HB \equiv z$  dans le tems  $\equiv t$ , & que la vitesse de la scie soit dans cet instant due à la hauteur  $\equiv v$ . Puisque toute l'épaisseur de l'arbre est attaquée par la scie, la résistance sera  $\equiv Nb$ , & nous aurons cette équation :

$$dv = dz \left( 1 - \frac{Nb}{P} \right) = dz \left( 1 - \frac{b}{e} \right) \text{ à cause de } \frac{P}{N} = e;$$

d'où nous tirons par l'intégration :

$$v = a + b - \frac{bb}{2e} + \left( 1 - \frac{b}{e} \right) z.$$

Or, à cause de la longueur de la scie  $BD \equiv f$ , nous aurons  $DH \equiv f - z$ , &  $DG \equiv f - b - z$ , quantité, qui évanouit au bout du second tems : ce qui arrivera lorsque  $z \equiv f - b$ . Donc au bout de ce tems la vitesse de la scie sera due à la hauteur  $\equiv 1$

$$\equiv a + \frac{bb}{2e} + f \left( 1 - \frac{b}{e} \right).$$

XI. Pour la durée de ce second tems, nous n'avons qu'à intégrer cette formule :

$$dt = \frac{dz}{v} = \frac{dz \sqrt{2e}}{\sqrt{(2ae + 2be - bb + 2(e-b)z)}}$$

dont l'intégrale sera

$$t = \frac{\sqrt{2e}}{e-b} \left( \sqrt{(2ae + 2be - bb + 2(e-b)z)} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)} \right)$$

Posant donc  $z \equiv f - b$ , la durée de ce second tems sera :

$$\frac{\sqrt{2e}}{2(e-b)\sqrt{g}} \left( \sqrt{(2ae + bb + 2(e-b)f)} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)} \right) \text{ secondes.}$$

S'il étoit  $e = b$ , on auroit  $t = \frac{z \sqrt{2}}{V(2a + b)}$ , & la durée du second tems feroit de  $\frac{f - b}{V 2 g (2a + b)}$  secondes.

XII. Le troisième tems a donc commencé, lorsque la dernière dent A entre dans le bois en G avec une vitesse due à la hauteur  $a + \frac{bb}{2e} + f \left(1 - \frac{b}{e}\right)$ . Supposons que depuis ce moment la dent D soit descendue par l'espace  $GD = z$  pendant le tems  $t$ , & que sa vitesse soit alors due à la hauteur  $= v$ . Puisque la scie n'est alors appliquée qu'à l'espace  $DH = b - z$ , la résistance fera  $= N(b - z) = \frac{P(b - z)}{e}$  & partant nous aurons cette formule différentielle

$$dv = dz \left(1 - \frac{(b - z)}{e}\right) = \frac{dz(e - b + z)}{e}$$

dont l'intégrale fera :

$$v = a + \frac{bb}{2e} + f \left(1 - \frac{b}{e}\right) + \left(1 - \frac{b}{e}\right) z + \frac{zz}{2e}$$

Et comme le troisième tems finit lorsque  $z = b$ , la vitesse de la scie au bout de ce tems fera due à la hauteur  $= a + b + f \left(1 - \frac{b}{e}\right)$ .

XIII. Pour la durée on aura

$$dt = \frac{dz}{Vv} = \frac{dz \sqrt{2e}}{V(2ae + bb + 2f(e - b) + 2(e - b)z + zz)}$$

dont l'intégrale dépendant des logarithmes fera

$$t = \sqrt{2e} \left[ \frac{z + e - b + V(2ae + bb + 2f(e - b) + 2(e - b)z + zz)}{e - b + V(2ae + bb + 2f(e - b))} \right]$$

Et





Et partant la durée du troisième & dernier tems sera

$$\text{de } \frac{V e}{V 2 g} \cdot \frac{e + V(2 a e + 2 b e + 2 f(e - b))}{e - b + V(2 a e + b b + 2 f(e - b))} \text{ secondes.}$$

Voilà donc la durée de chacun de nos trois tems exprimée en secondes, d'où l'on tirera aisément le tems entier, que chaque descente de la scie dure : pendant lequel l'arbre est scié à la profondeur  $c = f \tan \zeta$ .

XIV. La somme de tous ces tems, ou le tems d'une descente entière de la scie, sera donc exprimée en minutes secondes par la formule suivante :

$$\begin{aligned} & V \frac{a}{g} + V \frac{e}{2g} \left( A \sin \frac{e}{V(2ae + ee)} - A \sin \frac{e - b}{V(2ae + ee)} \right) \\ & + V \frac{e}{2g} \frac{V(2ae + bb + 2f(e - b)) - V(2ae + 2be + bb)}{e - b} \\ & + V \frac{e}{2g} \cdot \frac{e + V(2ae + 2be + 2f(e - b))}{e - b + V(2ae + bb + 2f(e - b))} \end{aligned}$$

Or pour la quantité  $e = \frac{aP}{\rho \tan \zeta}$  ; à cause de  $\tan \zeta = \frac{c}{f}$ , nous

aurons  $e = \frac{afP}{\rho c}$  ; mais cette quantité se connoitra plus commodé-

ment par la résistance que la scie rencontre, étant engagée par toute sa longueur  $f$  dans le bois : supposons que cette résistance soit  $= R$ ,

& ayant  $R = Nf = \frac{P f}{e}$ , nous en tirerons  $e = \frac{P}{R} f$  : donc il y

aura  $R = \frac{c}{a} \rho$ , où  $\rho$  marque la résistance d'une dent qui a pénétré

dans le bois à la profondeur  $= a$ .

XV. Mais il ne faut pas oublier ici une circonstance bien essentielle, qui est que toutes ces formules aient des valeurs réelles, ce qui ne manquera pas d'arriver, pourvu que la vitesse de la scie à chaque instant soit réelle, ou bien la hauteur due à la vitesse toujours positive.

D'abord donc il faut qu'il soit  $a + b > \frac{bb}{2e}$ , & en second lieu

$$a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) > 0, \text{ \& en troisième lieu } a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) > 0:$$

dù il est clair, que toutes ces conditions ont lieu, lorsque  $b < e$ ; mais, lorsque  $b > e$ , il ne suffit pas que ces trois égalités subsistent, il faut outre cela que la valeur générale de  $v$  pour le troisième temps

$$\text{qui est } v = a + \frac{bb}{2e} - f\left(\frac{b}{e} - 1\right) - z\left(\frac{b}{e} - 1\right) + \frac{zz}{2e}$$

reste positive; quelque valeur moyenne entre 0 et  $b$  qu'on donne à  $z$ , puisque des valeurs moyennes rendent  $v$  plus petit, que ou  $z = 0$  ou  $z = b$ ; or la plus petite valeur résulte en posant  $z = b - e$ , & alors il devient  $v = a + b - \frac{1}{2}e - f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$ .

Il faut donc qu'il soit  $a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$ : & cette condition étant remplie, les deux dernières le seront aussi.

XVI. On aura donc deux cas à considérer, l'un où  $b < e$ , & l'autre où  $b > e$ ; dans le premier cas la vitesse de la scie est toujours réelle, quand même la hauteur de la chute libre évanouiroit. Or, pour que le second cas devienne possible, il faut que ces deux conditions aient lieu.

$$\text{I. } a + b > \frac{bb}{2e} \quad \& \quad \text{II. } a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$$

La première condition a toujours lieu, pourvu que  $b$  ne soit pas plus grand que  $2e$ , quelque petite que soit la hauteur  $a$ : mais lorsque

$b$

$b > 2e$ , il faut qu'il soit  $a > \frac{b(b-2e)}{2e}$ . Pour l'autre condi-

tion, soit  $b = e + k$ , & on aura :

$a + \frac{1}{2}e + k > \frac{fk}{e}$ ; or  $f$  étant par hypothèse plus grand que  $b$ , si nous posons  $f = e + k + i$ , il faut qu'il soit  $a + \frac{1}{2}e > \frac{k(k+i)}{e}$ . A moins que ces deux conditions n'a-

yent lieu, la scie ne passera pas entièrement par le bois, mais sera arrêtée quelque part dans sa descente; ce qui peut arriver, ou lorsque l'arbre est trop épais, ou lorsque la scie est trop longue.

XVII. Considérons le cas où  $b = e$ , qui aura lieu lorsque le poids de la scie  $P$  est rendu tel, que  $P = \frac{b}{f} R$ : & alors le tems de toute la descente de la scie sera exprimé en forte en secondes :

$$\sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{b}{2g}}. \text{ A fin } \sqrt{\frac{b}{2a+b}} + \frac{f-b}{\sqrt{2g(2a+b)}} + \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot \frac{\sqrt{b} + \sqrt{(2a+2b)}}{\sqrt{(2a+b)}}$$

& cette expression sera toujours réelle, quelques valeurs que puissent avoir les quantités  $a$ ,  $b$ , &  $f$ . Et si la hauteur de la première chute  $a$  évanouissoit, le tems de la descente de la scie deviendrait

$$\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{b}{2g}} + \frac{f-b}{\sqrt{2gb}} + \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot (1 + \sqrt{2}) \text{ secondes.}$$

Puisque  $R$  marque la résistance que la scie rencontreroit, si elle étoit engagée par toute sa longueur, l'expression  $\frac{b}{f} R$  marquera la résistance que la scie rencontre actuellement pendant le second tems, où elle travaille sur toute l'épaisseur du bois, qui est  $= b$ : c'est donc la plus grande résistance que la scie rencontre en sciant l'arbre, & ce cas porte que le poids de la scie soit précisément égal à cette plus grande résistance.

XVIII. En général donc, puisque  $P = \frac{e}{f} R$ , le poids de la scie  $P$  est supposé égal à la résistance de la scie, si une partie de la longueur  $= e$  étoit engagée dans le bois. Donc, si  $e$  est plus grand que  $b$ , le poids de la scie est plus grand, que la plus grande résistance de la scie, en sciant l'arbre de l'épaisseur  $= b$ . Dans ce cas donc la scie est toujours capable de vaincre la résistance, & elle descendra même d'un mouvement accéléré, quand même la hauteur de la chute  $a$  évanouiroit. Mais, lorsque  $e$  est moindre que  $b$ , la résistance en sciant le bois surpassera le poids de la scie : & partant le mouvement sera retardé pendant le second temps, où l'arbre est scié par toute son épaisseur : & comme nous avons vu, ce cas ne sauroit réussir, à moins que ces deux conditions n'aient lieu :

$$a + b > \frac{bb}{2e} \text{ \& } a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right) \text{ ou } f < \frac{e(a + b - \frac{1}{2}e)}{b - e}$$

XIX. Puisque dans ce cas  $e < b$ , à moins qu'il ne soit  $e < \frac{1}{2}b$ , on pourra se passer de la chute initiale, ou poser la hauteur  $a = 0$  pourvu que la scie ne soit pas trop longue; ou bien il faut que la longueur de la scie soit moindre que  $\frac{b - \frac{1}{2}e}{b - e} e$ . Donc, puisque  $e > \frac{1}{2}b$ , ou  $b < 2e$ , nous aurons pour les différentes valeurs de  $e$  les limites suivantes de la longueur de la scie  $f$ ,

$$e = \frac{1}{2}b; \frac{2}{3}b; \frac{3}{4}b; \frac{4}{5}b; \frac{5}{6}b; \frac{6}{7}b; \frac{7}{8}b; \frac{8}{9}b; \dots \quad b$$

$$f < \frac{2}{3}b; \frac{4}{5}b; \frac{15}{8}b; \frac{13}{5}b; \frac{7}{2}b; \frac{24}{7}b; \frac{53}{12}b; \frac{10}{3}b; \dots \quad \infty b$$

Donc, puisque la longueur de la scie  $f$  surpasse nécessairement l'épaisseur de l'arbre  $b$  par hypothèse, le cas  $e = \frac{1}{2}b$ , &  $a = 0$  ne sauroit avoir

lieu, & il faut qu'il soit  $e > \frac{b}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$ , ou à peu près  $e > \frac{1}{2}b$  :

car si  $e = \frac{b}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$  on trouvera  $f < b$  : & si  $e = b[n + 1 - \sqrt{(n+1)}]$

on

on obtient  $f < nb$ . Donc, si l'on veut qu'il fût  $f = nb$ , il faut qu'il soit  $c > b [n + 1 - \sqrt{(nn + 1)}]$  & partant pour qu'il soit  $f = 2b$ , il doit être  $c > (3 - \sqrt{5})b$  ou  $c > \frac{1}{2}b$ ; & lorsque cette condition n'a pas lieu, il faut absolument, que l'opération de la scie commence par une chute libre de la hauteur  $a > \frac{1}{2}c + \frac{2bb}{c} - 3b$ , posant  $f = 2b$ . Ainsi, s'il étoit  $c = \frac{2}{3}b$ , il devroit être  $a > \frac{1}{3}b$ .

XX. Après ces recherches sur l'action de la scie, & le tems qu'elle employe à achever une descente, considérons la hauteur entière, par laquelle la scie est descendue, qui est  $= a + b + f$ : c'est donc sur cette hauteur, qu'il faut régler le châssis, dans lequel la scie est enchassée: & pendant cette descente l'arbre est scié à la profondeur  $= c = f \tan \zeta$ , de laquelle dépend la résistance  $R = \frac{cP}{a}$ , où  $P$  marque la résistance d'une seule dent de la scie, supposé qu'elle pénètre à la profondeur  $= a$ . D'où l'on voit que, plus la quantité  $c$  sera grande, & plus aussi sera grande la résistance  $R$ ; dont il faut savoir le rapport au poids de la scie  $P$ , selon les circonstances que je viens de remarquer. Or après cette descente il faut remonter la scie par la même hauteur  $a + b + f$ , à quoi il faut employer des forces étrangères, où il faut avoir égard à la quantité de ces forces, & au tems qu'elles y emploient, qui étant ajouté à celui de la descente de la scie, doit être comparé avec l'effet que la scie produit sur le bois pendant la descente.

XXI. Or, avant que de remonter la scie, il faut avoir égard à la vitesse, qu'elle aura acquise en sortant du bois, & nous avons vu que cette vitesse est due à la hauteur  $a + b + f \left(1 - \frac{b}{c}\right)$  ou  $a + b - f \left(\frac{b}{c} - 1\right)$ : car ce mouvement doit être amorti avant qu'on puisse remonter la scie. Pour cet effet la scie doit rencontrer en sortant du bois un obstacle mol & élastique, sur lequel

1000-



tombant elle perde son mouvement, & qu'elle en soit relevée à quelque hauteur pour faciliter ensuite l'opération, par laquelle elle doit être remontée à sa première hauteur. Or on voit que cette vitesse est toujours assez considérable, lorsque  $b < e$ , puisqu'elle est alors plus grande que  $V(a + b)$ ; mais, lorsque  $b > e$ , à cause de  $a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$ , elle est plus grande que  $V\frac{1}{2}e$ : de sorte que ce dernier cas aura l'avantage sur le premier, que le mouvement descendant de la scie sera plutôt anéanti.

Fig. 5.

XXII. Supposons donc que la scie ayant passé par le bois tombe d'abord en E sur un corps élastique ou sur un levier à ressort: au premier instant donc elle ne rencontrera aucune résistance, mais à mesure qu'elle déprime ce corps, la résistance croît en même raison. Que Q exprime la résistance, que la scie rencontreroit, si elle s'étoit enfoncée dans ce corps jusqu'à la profondeur  $EK = k$ , & à toute autre dépression  $EV = z$ , la résistance fera  $= \frac{Qz}{k}$ . Soit donc  $v$  la hauteur due à la vitesse, que la scie aura en V, & puisqu'elle tombe par son poids  $= P$ , on aura

$$dv = dz \left(1 - \frac{Qz}{Pk}\right), \text{ donc } v = a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) + z - \frac{Qz^2}{2Pk}$$

de sorte qu'elle perdra son mouvement s'étant enfoncée à la profondeur

$$EO = \frac{Pk}{Q} + V \left( \frac{Pk}{Q} + \frac{2Pk}{Q} \left( a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) \right) \right)$$

XXIII. Or le tems de cet enfoncement fera  $=$

$$\frac{V 2Pk}{VQ} \int \frac{dz}{V \left( \frac{2Pk}{Q} \left( a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) \right) + \frac{2Pk}{Q} z - z^2 \right)}$$

donc



done ce tems entier en secondes se trouvera par l'intégration

$$\frac{\sqrt{Pk}}{\sqrt{2Qg}} \left( \frac{\pi}{2} + A \sin \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2Q}{Pk} \left( a + b + f \left( 1 - \frac{b}{c} \right) \right)}} \right)$$

D'où l'on voit que ce tems sera d'autant plus long, plus la quantité  $Q$ , ou la force élastique du levier, sera petite. Il conviendra donc de donner à ce levier un aussi grand ressort qu'il sera possible, de manière pourtant que le choc n'en devienne pas trop rude: & il n'y aura point de danger de faire en sorte que  $\frac{2Q}{k} \left( a + b + f \left( 1 - \frac{b}{c} \right) \right)$  devienne incomparablement plus grand que  $P$ ; & dans ce cas le tems trouvé sera de  $\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{Pk}{2Qg}}$  secondes: & partant, puisque  $g$  est ordinairement plus grand que  $a + b + f \left( 1 - \frac{b}{c} \right)$ , ce tems pourra être fort au dessous d'une seconde; de sorte que nous le pourrions négliger entièrement dans le calcul.

XXIV. Le mouvement de la scie sera donc tout à fait anéanti, lorsqu'elle sera descenduë outre l'espace  $a + b + f$  par l'espace  $EO$ , qui sera fort à peu près  $= \sqrt{\frac{2Pk}{Q} \left( a + b + f \left( 1 - \frac{b}{c} \right) \right)}$ , si  $\frac{2Q}{Pk} \left( a + b + f \left( 1 - \frac{b}{c} \right) \right)$  est, comme nous supposons, un nombre très grand. Or alors cet espace  $EO$  sera si petit, que nous le pourrions négliger sans faute dans l'action destinée pour remonter la scie. Car, quoique la scie doive être remontée par la hauteur  $= a + b + f + EO$ , le même ressort du levier aidera cette opération, de sorte que si nous regardons aux forces étrangères, qui y sont nécessaires, ce sera à peu près la même chose, que si la scie ne devoit être élevée que par la hauteur  $= a + b + f$ .



XXV. Supposons donc qu'on veuille employer pour remonter la scie, la force de  $m$  hommes, dont chacun travaille avec une vitesse dont il parcourt un espace  $= s$  par seconde : & que la force de chacun vaille un poids  $= S$ . Donc la force de tous les  $m$  hommes étant  $= m S$ , pour qu'elle soit en équilibre avec le poids de la scie  $P$ , la machine, à laquelle les hommes travaillent, doit être tellement ap-

pliquée à la scie, que la scie soit élevée à la hauteur  $= \frac{m S s}{P}$  par seconde. Par conséquent, pour lever la scie à la hauteur  $= a + b + f$ , il faut que les  $m$  hommes travaillent pendant le tems de  $\frac{P(a + b + f)}{m S s}$

secondes. Or pendant ce tems il faut non seulement remonter la scie, mais il faut aussi vaincre le frottement, qui pourra se trouver dans le mouvement de la scie ; & surtout il faut aussi avancer l'arbre horizontalement par l'espace  $= c$ , afin que la scie y ait prise dans la descente suivante. Il faudroit donc que chaque homme apportât un peu plus de force, que nous n'avons supposé, pour produire ce plus grand effet.

XXVI. On voit bien qu'il seroit inutile, si nous voulions tenir compte plus exactement de la force, qui est requise pour avancer l'arbre, pendant chaque montée de la scie, puisque d'un côté cette force dépend du poids de l'arbre & de la manœuvre dont on se sert pour ce dessein : & d'un autre côté la force des hommes, qui doit produire cet effet, n'est pas tellement déterminée, qu'elle ne souffre une latitude assez considérable, tant par rapport à l'effort  $S$  même qu'à la vitesse  $s$  dont ils agissent. A' cause de ce défaut de détermination le plus seur moyen sera donc de donner aux quantités  $S$  &  $s$  des valeurs un peu plus petites, que les hommes n'en exercent ordinairement ; afin que la partie négligée soit suffisante, tant pour vaincre le frottement, que pour avancer l'arbre autant qu'il faut à chaque coup de la scie.

XXVII. Le tems de chaque coup de la scie fera donc composé du tems de la descente de la scie, & de celui de la montée ; & partant po-





posant ce tems = T secondes, nous aurons en combinant ce qui vient d'être trouvé :

$$\begin{aligned}
 T = & \sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \left( A \sin \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}} - A \sin \frac{e-b}{\sqrt{(2ae + ee)}} \right) \\
 & + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \frac{\sqrt{[2ae + bb + 2f(e-b)]} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)}}{e-b} \\
 & + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \frac{e + \sqrt{[2ae + 2be + 2f(e-b)]}}{e-b + \sqrt{[2ae + bb + 2f(e-b)]}} \\
 & + \frac{P(a+b+f)}{m S s} \text{ secondes.}
 \end{aligned}$$

Donc, puisque dans chaque T l'arbre est scié à la profondeur =  $c = f \tan \zeta$  : pendant un tems donné  $\Theta$ , l'arbre sera scié à la profondeur =  $\frac{\Theta}{T} f \tan \zeta$  : & ce sera aussi l'effet de la force de  $m$  hommes, qu'ils sont capables de produire pendant le tems donné  $\Theta$ .

XXVIII. De là on voit que cet effet peut être très différent selon les diverses déterminations des quantités  $a, e, f$ , &  $P$ , pendant que l'épaisseur de l'arbre  $b$ , l'obliquité de la scie  $\zeta$ , & la force des hommes, demeurent les mêmes : de sorte qu'il sera possible de donner en chaque cas aux lettres  $a, e, f$  &  $P$ , de telles valeurs que l'effet  $\frac{\Theta}{T} f \tan \zeta$  produit dans un tems donné  $\Theta$  soit le plus grand.

Or il faut remarquer que les quantités  $e$  &  $P$  dépendent tellement l'une de l'autre, que le poids entier de la scie  $P$  est supposé égal à la résistance, que la scie éprouveroit, si une partie de la longueur =  $e$  étoit engagée dans le bois : & ensuite la résistance dépend tant de la dureté du bois, que de l'angle  $\zeta$ , & il n'y a pas d'autre moyen que l'expérience, d'où l'on puisse déterminer cette quantité.



XXIX. On pourra d'abord demander quelle sera la chute libre, ou la hauteur  $a$  la plus avantageuse, les autres quantités demeurant les mêmes, pour que l'effet de la scie  $\frac{\ominus}{T} f \text{ tang } \zeta$  devienne le plus grand : on n'aura pour cet effet, qu'à différentier la formule  $T$ , en ne supposant que la quantité  $a$  variable, & poser le différentiel  $= 0$ . Or cette opération donnera :

$$\frac{dT}{da} \sqrt{\frac{2g}{e}} = \frac{V 2ae}{2ae+ee} - \frac{V(2ae+2be-bb)}{(2a+e)(e-b)} + \frac{e V [2ae+bb+2f(e-b)]}{(e-b)[2ae+2be-ee+2f(e-b)]} \\ - \frac{e e}{[2ae+be-ee+2f(e-b)] V [2ae+2be+2f(e-b)]} + \frac{P}{mSs} \sqrt{\frac{2g}{e}}.$$

Mais le cas où  $e = b$ , qui a quelque chose de singulier, donne :

$$\frac{dT}{da} \sqrt{\frac{2g}{b}} = \frac{V 2ab}{2ab+bb} - \frac{b+f}{(2a+b)V(2ab+bb)} - \frac{b}{(2a+b)V(2ab+2bb)} + \frac{P}{mSs} \sqrt{\frac{2g}{b}}.$$

Or on voit bien, que si l'on vouloit de là déterminer la quantité  $a$ , on seroit obligé de s'engager en des calculs extrêmement embrouillés.

XXX. Cependant il est évident, que ce différentiel évanouiroit, si l'on mettoit la hauteur  $a$  infinie : mais dans ce cas, quoique le tems de la descente deviendrait infiniment petit, celui de la montée  $\frac{P(a+b+f)}{mSs}$  seroit sans doute infini ; & partant ce cas donneroit

plutôt un *maximum*, qu'un *minimum*. D'où je conclus que, pour produire le plus grand effet, il faut rendre la hauteur  $a$  aussi petite qu'il est possible : car, puisque le tems de la montée surpasse ordinairement le tems de la descente, une plus grande hauteur  $a$  augmenteroit beaucoup plus le tems de la montée, qu'elle ne diminueroit celui de la descente. Or, supposant la hauteur  $a$  évanouissante, ou extrêmement petite, le tems d'un coup de la scie sera :

$$T =$$

$$T = \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - A \sin \frac{e-b}{e} \right) + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \frac{V[bb+2f(e-b)] - V(2be-bb)}{e-b} \\ + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot l \frac{e + V[2be+2f(e-b)]}{e-b + V[bb+2f(e-b)]} + \frac{P(b+f)}{mSs}$$

Et si outre cela  $e = b$ , ce tems sera exprimé en forte :

$$T = \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot \left( \frac{\pi}{2} + \frac{f-b}{b} + l(1 + \sqrt{2}) \right) + \frac{P(b+f)}{mSs} \text{ secondes.}$$

XXXI. Pour mieux connoître la nature de cette formule, faisons en l'application à quelques cas. Soit donc

L.  $a = 0$ ;  $b = 1$ ;  $e = 1$ ;  $f = 3$  en pieds, en forte que  $g = 15,625$  & nous aurons par la dernière formule le tems d'un coup de scie

$$T = \frac{\frac{1}{2}\pi + 2 + l(1 + \sqrt{e})}{\sqrt{31,25}} + \frac{4P}{mSs} = 0,79643 + \frac{4P}{mSs} \text{ secondes.}$$

Où il faut remarquer, que  $l(1 + \sqrt{2})$  signifie le logarithme hyperbolique de  $1 + \sqrt{2}$ , qui est  $= 0,881373$ . Ainsi dans ce cas le tems d'une descente de la scie sera environ de  $\frac{1}{4}$  secondes; & le tems

d'une montée de  $\frac{4P}{mSs}$  secondes. Et partant, si  $\odot$  marque le tems

d'une heure, ou de 3600 secondes, & que  $\zeta$  soit l'obliquité de la scie, l'arbre sera scié pendant une heure à la profondeur de

$$\frac{3600 \cdot 3 \tan \zeta}{\frac{4P}{mSs}} \text{ pieds.}$$

$$0,79643 + \frac{4P}{mSs}$$

XXXII. Or, pour connoître à peu près le poids  $P$ , ou la résistance, que la scie rencontre étant engagée par la longueur d'un pied dans le bois, consultons une expérience, par laquelle on a trouvé que trois hommes sont capables de scier une piece de bois de chêne verd d'un pied d'épaisseur, sur la longueur de 10 pieds. De là posant

$$N = 3$$

$$m =$$



$m = 3, s = 2$  pieds, &  $S = 30$   $\text{lb}$ , on aura  $\frac{10800 \tan \zeta}{0,79643 + \frac{1}{45} P} = 10$ ,

donc  $1080 \tan \zeta = 0,79643 + \frac{1}{45} P$ .

Or pour l'ordinaire une scie de la longueur de 3 pieds pénétre chaque coup dans le bois d'  $\frac{1}{8}$  pouce, ou d'  $\frac{1}{45}$  pieds, de sorte que  $\tan \zeta = \frac{1}{45 \cdot 3} = \frac{1}{135}$ , &  $1080 \tan \zeta = 8$ ; d'où nous tirons  $\frac{1}{45} P = 4,20357$ , & partant la résistance  $P = 189$   $\text{lb}$ . Or, puisque trois hommes en agissant de la manière ordinaire sont capables de vaincre la résistance, il y a apparence, que le poids  $P$  ne sauroit surpasser 90  $\text{lb}$ , & dans ce cas on trouvera l'obliquité de la scie  $\tan \zeta = \frac{1}{270}$ .

XXXIII. Il semble donc que pour les scies à main on pourroit supposer l'obliquité  $\tan \zeta = \frac{1}{270}$ , ou bien  $\tan \zeta = \frac{1}{405}$ : or pour les scies manoeuvrées par une machine, on pourra bien mettre  $\tan \zeta = \frac{1}{200}$ , & dans ce cas pour une épaisseur d'un pied de bois de chêne verd la résistance  $P$  sera à peu près de 200  $\text{lb}$ . Ainsi, si  $e = 1$ , on auroit  $P = 200$   $\text{lb}$ , & si  $e$  est plus grand ou plus petit, la résistance  $P$  suivra la même raison. Et partant posant constamment  $\tan \zeta = \frac{1}{200}$ , la scie pénétrera dans le bois de chêne verd, sur lequel a été faite l'expérience alléguée, pendant une heure à la profondeur de  $\frac{18f}{T}$ : En exprimant toujours  $e$  en pieds, la valeur

de la formule  $\frac{P}{mSs}$  sera  $\frac{10}{9} e$ , lorsque trois hommes sont employés à l'ouvrage, & pour le nombre d'hommes  $= m$ , cette valeur sera  $= \frac{10e}{3m}$ .

XXXIV. Donc dans le cas de l'exemple précédent où  $a = 0$ ;  $b = e = 1$ , &  $f = 3$ , le bois étant de chêne verd, le tems d'un coup de scie sera  $= 0,79643 + \frac{40}{3m}$ : & ces  $m$  hommes scieront l'arbre pendant

$$\text{dant une heure sur la longueur} = \frac{54}{0,79643 + \frac{40}{3m}} = \frac{405m}{100 + 6m} \text{ pieds}$$

Donc, dans le cas de cet Exemple, pendant une heure

1 homme sciera sur la longueur	=	3,82 pieds
2 hommes scieront sur la longueur	=	7,23 pieds
3 hommes scieront sur la longueur	=	10,30 pieds
4 hommes scieront sur la longueur	=	13,06 pieds
5 hommes scieront sur la longueur	=	15,57 pieds

d'où l'on voit qu'en multipliant le nombre des hommes, l'effet croit selon une proportion moindre ; car, quand même on emploieroit une infinité d'hommes, ils ne scieroient pendant 1 heure, que sur  $67\frac{1}{2}$  pieds.

XXXV. Retenons donc ces valeurs  $\tan \zeta = \frac{1}{200}$

&  $\frac{P}{mSs} = \frac{10e}{3m}$ , examinons aussi d'autres cas : soit donc :

I.  $a = 0$  ;  $b = 1$  ;  $e = 2$  &  $f = 3$ .

ou bien soit le poids de la scie deux fois plus grand qu'auparavant, le reste demeurant le même. Dans ce cas le tems de la descente de la scie deviendra plus petit qu'auparavant, mais le tems de la montée

fera  $= \frac{80}{3m}$  secondes. Cependant le tems de la descente ne pou-

vant pas devenir plus petit que  $\sqrt{\frac{a+b+f}{g}}$  secondes, ce

qui feroit le tems de la chute libre, lorsque  $e = \infty$  ; donc il est sûr,

que le tems de la descente fera plus grand que  $\sqrt{\frac{4}{g}}$  ou  $\frac{1}{2}$  seconde.

Donc, si nous supposons ce tems  $= 0,6$  secondes, nous aurons

$T =$



$$T = 0,6 + \frac{80}{3 \text{ m}} \text{ \& pendant une heure l'arbre sera scié sur la longueur} \\ \text{gueur} = \frac{54}{0,6 + \frac{80}{3 \text{ m}}} = \frac{162 \text{ m}}{80 + 1,8 \text{ m}}.$$

XXXVI. Ainsi, sans nous donner la peine de calculer le véritable tems de la descente, qui ne sauroit différer considérablement du précédent, nous pourrons comparer l'effet de cet exemple avec celui du précédent, & nous verrons que pendant une heure

1. homme sciera sur la longueur  $\equiv 1,98$
2. hommes scieront sur la longueur  $\equiv 3,87$
3. hommes scieront sur la longueur  $\equiv 5,69$
4. hommes scieront sur la longueur  $\equiv 7,43$
5. hommes scieront sur la longueur  $\equiv 9,10$ .

Or une infinité d'hommes scieront sur la longueur de 90 pieds.

Donc, pour un petit nombre d'hommes la premiere machine sera plus avantageuse que celle - cy. Si l'on vouloit employer 66 hommes, l'une & l'autre seroit également avantageuse, & celle - cy le seroit encore davantage, si l'on augmentoit le nombre d'hommes au delà de 66.

XXXVII. De là il est clair, que si l'on ne vouloit employer qu'un ou deux hommes pour monter la scie, l'arrangement du premier exemple seroit environ deux fois plus avantageux que celui du second. Donc, ayant posé dans le premier  $e \equiv 1$ , & dans le second  $e \equiv 2$ , on pourra conclure, que l'avantage sera encore plus grand, en donnant à  $e$  une valeur plus petite que 1. Or si la hauteur  $a$  doit évanouir puisque  $f > \frac{3}{2} b$ , il faut absolument qu'on prenne  $e > \frac{2}{3} b$ , ou  $e > \frac{2}{3}$  à cause de  $b \equiv 1$ : & partant, tant qu'on veut supposer  $a \equiv 0$ , le cas ne sauroit être différent du premier exemple.

XXXVIII.

XXXVIII. Voyons donc s'il y aura à gagner quelque chose en admettant quelque chute libre par une hauteur  $= a$ , pour pouvoir donner à  $e$  une valeur plus petite. Soit donc

III.  $b = 1$ ,  $f = 3$ , comme auparavant : or  $e = \frac{1}{2}$  ;

& il faut qu'il soit

tant  $a + 1 > 1$  que  $a + 4 > \frac{1}{2} + 6$  ou  $a > 2\frac{1}{2}$ .

Soit donc  $a = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  pieds : & nous aurons par la formule de 27.

$$T = \sqrt{\frac{5}{2g}} + \left( 2A \sin \frac{1}{\sqrt{11}} - \sqrt{2} + \sqrt{10} + l \frac{1 + \sqrt{2}}{-1 + \sqrt{2}} \right) \sqrt{\frac{1}{4g}} + \frac{65}{6m} \text{ sec.}$$

Or  $l \frac{1 + \sqrt{2}}{-1 + \sqrt{2}} = 2l(1 + \sqrt{2}) = 1,762746$  &  $A \sin \frac{1}{\sqrt{11}} = 17^{\circ}, 32', 54'' = 63174''$

ou en parties du rayon  $A \sin \frac{1}{\sqrt{11}} = 0,306276$ , donc

$$T = \sqrt{\frac{5}{2g}} + 4,123362 \sqrt{\frac{1}{4g}} + \frac{65}{6m} = 0,92186 + \frac{65}{6m} \text{ sec.}$$

XXXIX. Donc par cet arrangement  $m$  hommes scieront l'arbre pendant une heure sur la longueur  $= \frac{324 m}{65 + 5,52935 m}$  pieds : ou en donnant quelque chose pour amortir le mouvement de la scie, sur la longueur de  $\frac{324 m}{65 + 6 m}$  pieds. Et partant pendant une heure

1 homme	sciera sur la longueur	$=$	4,56	pieds
2 hommes	scieront sur la longueur	$=$	8,41	pieds
3 hommes	scieront sur la longueur	$=$	11,71	pieds
4 hommes	scieront sur la longueur	$=$	14,56	pieds
5 hommes	scieront sur la longueur	$=$	17,05	pieds



Cet arrangement de la machine est donc plus avantageux que le premier, tandis que le nombre des hommes est médiocre, ou plus petit que 11. Car si le nombre des hommes surpassoit 12, le premier arrangement produiroit un plus grand effet.

XL. De là on voit aussi, qu'il est toujours plus avantageux d'employer un aussi petit nombre d'hommes qu'il est possible; car nous voyons par tous ces arrangements, qu'en augmentant le nombre des hommes l'effet croit dans une moindre raison, & qu'un nombre double d'hommes ne produit pas un effet double. Donc, puisqu'il est à propos d'employer aussi peu d'hommes qu'il est possible, ce dernier arrangement l'emportera sans doute sur les deux précédens: or il ne paroît pas convenable, de diminuer la valeur de  $e$  encore davantage, puisque d'un côté la chute libre  $a$  deviendrait trop grande, ce qui embarrasseroit; & que d'un autre côté il seroit à craindre, que la scie pourroit être arrêtée en chemin.

XLI. Il sera encore important d'examiner s'il ne seroit pas plus avantageux de se servir d'une scie plus courte. Posons donc

$$IV. \quad a = 0; \quad b = 1, \quad e = 1 \quad \& \quad f = 2$$

& à cause de  $\frac{P}{mSs} = \frac{10e}{3m} = \frac{10}{3m}$  nous trouverons.

$$T = \left( \frac{\pi}{2} + 1 + 1(1 + \sqrt{2}) \right) \sqrt{\frac{1}{29} + \frac{10}{m}} \text{ secondes} = 0,61754 + \frac{10}{m}$$

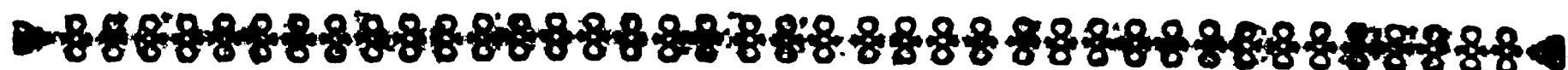
Donc pendant une heure  $m$  hommes scieront l'arbre sur la longueur de  $\frac{54m}{15+m}$  pieds. Donc pendant une heure

1 homme sciera sur la longueur	=	3,37 pieds
2 hommes scieront sur la longueur	=	6,35 pieds
3 hommes scieront sur la longueur	=	9,00 pieds
4 hommes scieront sur la longueur	=	11,37 pieds
5 hommes scieront sur la longueur	=	13,50 pieds.

XLII.



**XLII.** On voit donc que la scie de trois pieds  $a$  produit un plus grand effet que celle de deux pieds ; d'où l'on peut conclure, qu'il sera avantageux de faire la scie aussi longue que les circonstances le permettent. L'avantage en sera aussi d'autant plus considérable par cette raison, puisqu'à chaque coup il se fait nécessairement quelque petit repos, d'où l'ouvrage sera d'autant plus arrêté, plus on sera obligé de faire de coups. En effet on trouve qu'en posant  $f = 4$  pieds, en laissant  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ , un homme sera capable de scier l'arbre pendant une heure sur la longueur de 4 pieds ; or une longueur plus grande de la scie ne produira point un effet beaucoup plus considérable. De là il semble que pour l'ordinaire le plus avantageux arrangement sera de poser toujours  $c = b$ ,  $a = 0$ , de donner à la scie une grande longueur, & d'employer aussi peu d'hommes, qu'il sera possible.



# DÉMONSTRATION

## DE LA RÉGLE DE DESCARTES, POUR CONNOI- TRE LE NOMBRE DES RACINES AFFIRMATIVES ET NÉ- GATIVES QUI PEUVENT SE TROUVER DANS LES ÉQUATIONS.

PAR MR. DE SEGNER.

*Traduit du Latin.*

**L**a Règle dont il s'agit, est exprimée par *Descartes*, au troisième Livre de sa Géométrie, en ces termes : „ Il peut y avoir autant „ de racines vraies dans une équation, qu'il s'y trouve de varia- „ tions des signes  $+$  &  $-$  ; & autant de fausses, qu'on y trou- „ ve de fois les deux signes  $+$ , ou les deux signes  $-$ , qui se sui- „ vent l'un l'autre. „

Je ne ferai point l'histoire de cette Règle ; & je n'entrerais pas dans la recherche des moyens, par lesquels les Analystes se sont efforcés de prouver sa vérité, ou l'ont effectivement prouvée. J'ai simplement dessein d'en donner la démonstration, à laquelle j'ai été conduit, il n'y a pas longtems, en méditant sur les Elémens de l'Algèbre. Au reste il est connu, qu'on appelle racines vraies celles que nous nommons affirmatives, & fausses celles que nous désignons d'une manière plus convenables par le nom de négatives. Mais venons au fait.

Si une équation bien ordonnée ne manque d'aucun terme, ou au cas qu'il en manque, si l'on conçoit écrit à sa place  $\overline{+} 0$ , il est manifeste de soi-même, qu'il y aura autant de racines dans l'équation, qu'on pourra y faire de combinaisons de signes, en composant chacun d'eux



d'eux avec celui qui le suit immédiatement. Ainsi, dans l'équation  
 $+x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 12x - 13 = 0$ ,  
 il y a cinq racines, & ces successions d'autant de signes :  $+$   $+$ ,  
 $+$   $-$ ,  $-$   $-$ ,  $-$   $+$ ,  $+$   $-$ . Car cette équation  
 a six termes.

Mais, en quelque ordre que se trouvent les signes d'une équation, si on la multiplie par une simple, qui contient une racine négative, de cette manière,

$$\begin{array}{r}
 +x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 12x - 13 = 0 \\
 +x + 2 \qquad \qquad \qquad = 0 \\
 \hline
 +x^6 + 3x^5 \mid -5x^4 - 4x^3 \mid +12x^2 \mid -13x \dots A \\
 \quad + 2x^5 \mid +6x^4 - 10x^3 \mid -8x^2 \mid +24x - 26 \dots B \\
 \hline
 +x^6 + 5x^5 + x^4 - 14x^3 + 4x^2 + 11x - 26 = 0
 \end{array}$$

il se produit en multipliant deux séries de signes, l'une en A, l'autre en B, tout à fait semblables, mais dont la seconde est plus avancée d'un lieu vers la droite ; par où il arrive que chaque signe de la série B est le même que celui de la série A, qui le précède d'un lieu.

Mais, si l'on multiplie une équation quelconque par une équation simple, qui contient une racine affirmative,

$$\begin{array}{r}
 +x^5 + 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 12x + 13 = 0 \\
 +x - 2 \qquad \qquad \qquad = 0 \\
 \hline
 +x^6 + 3x^5 \mid +5x^4 - 4x^3 \mid -12x^2 + 13x \mid \dots A \\
 \quad - 2x^5 \mid -6x^4 - 10x^3 \mid +8x^2 + 24x \mid -26 \dots B \\
 \hline
 +x^6 + x^5 - x^4 - 14x^3 - 4x^2 + 37x - 26 = 0
 \end{array}$$

les signes de la seconde série B, qui est produite par la multiplication, sont opposés aux signes de la première série A, de façon que, si l'on



prend un signe quelconque de la serie B, il se trouvera contraire au signe de la serie A, qui le précède d'un lieu.

A` présent on tire les signes de l'équation produite des signes de ces séries, & des grandeurs des termes qui sont affectés par ces signes. Mais il paroît qu'en plaçant ces signes, il faut toujours commencer par le signe du premier terme de la serie A, & continuer à placer les signes de cette serie, jusqu'à qu'on y parvienne à un terme, au dessous duquel s'en trouve un, qui ayant le signe contraire soit plus grand dans la serie B : après quoi, abandonnant la serie A, on doit tirer ensuite les signes de la serie B par ordre, jusqu'à ce qu'on revienne de nouveau à un terme, au dessus duquel s'en trouve un plus grand avec le signe contraire dans la serie A. Ensuite, en prenant le signe de ce terme supérieur au lieu de celui de l'inférieur, il faudra de nouveau tirer les signes suivans de la serie supérieure, jusqu'à ce qu'on soit encore obligé de passer à l'inférieure, & ainsi de suite alternativement, mais de maniere qu'on s'arrête finalement dans la serie B ; dont le dernier terme n'en ayant aucun au dessus de lui dans la serie A, son signe ne peut pas être changé dans le produit. D'où il s'ensuit qu'en plaçant les signes d'un semblable produit, on doit passer au moins une fois de A dans la serie B ; & que, quel que soit le nombre de ces passages qu'exige l'équation à multiplier, les retours de B en A l'emportent toujours d'une unité sur les passages de A en B. Dans les équations rapportées ci-dessus, les lieux où ces passages doivent se faire, ont été marqués par de petites lignes transversales.

Au reste, comme le passage d'une serie à l'autre ne doit jamais se faire, à moins que les termes des series A & B, dont l'un est écrit sous l'autre, n'ayent des signes contraires, quand une équation est multipliée par une équation simple d'une racine négative, il y aura ces deux ordres de signes, dans lesquels seuls les passages doivent se faire :

$$\begin{array}{ccccc} a & + & - & & c \\ d & + & + & & b \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} a & + & - & & c \\ d & - & + & & b \end{array}$$

On

On suppose qu'il s'agit de passer, ou du signe  $a$  au signe  $b$ , ou de  $d$  à  $c$ . Le signe  $a$  sera donc le même avec le signe  $b$ , parce que les signes du multiplicateur sont supposés être  $+$   $+$ ; mais comme le signe  $c$  est contraire au signe  $b$ , il sera aussi contraire au signe  $a$ . Mais  $d$  peut, ou s'accorder avec le signe  $b$ , ou lui être contraire. Si dans ces ordres pour chaque  $+$  on écrit  $-$ , &  $+$  pour chaque  $-$ , en changeant les signes, l'ordre ne sera pas pourtant changé.

Au contraire, si l'équation est multipliée par une équation simple d'une racine affirmative, dont les signes sont par conséquent  $+$   $-$ , l'ordre des signes dans les lieux des series A & B, où il faut nécessairement que le passage se fasse, sera l'un ou l'autre de ceux-ci

$$\begin{array}{ccccc} a & + & + & c \\ d & - & - & b \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} a & + & + & c \\ d & + & - & b \end{array}$$

ou bien des mêmes ordres des signes contraires, lesquels se font de ceux-ci en écrivant  $-$  au lieu de  $+$ , ou  $+$  au lieu de  $-$ . Le signe  $b$  par la nature de multiplication étant contraire au signe  $a$ , &  $c$  étant aussi contraire au signe  $b$ , parce qu'on suppose qu'il faut faire un passage,  $c$  fera le même que le signe  $a$ . Mais  $d$ , ou sera le même que le signe  $b$ , ou lui sera contraire.

Il s'ensuit de là, que par le moyen de ces multiplications, il doit arriver des changemens dans les successions des signes, de façon que, si dans une équation à multiplier on compte les successions des signes semblables  $+$   $+$  ou  $-$   $-$ , on trouve un autre nombre de ces successions dans l'équation produite; ou certainement, le nombre des successions des signes contraires  $+$   $-$ , ou  $-$   $+$ , dans l'équation produite, deviendra différent du nombre des successions semblables dans l'équation multipliée.

Rien n'est plus propre qu'un exemple pour mettre au fait de la manière dont cela doit s'exécuter; mais il faut que cet exemple soit



soit universel. Soit premièrement une équation quelconque à multiplier par une équation simple, dont les signes soyent  $+$   $+$ , & qu'on produise par cette multiplication des séries de signes, telles que celles que nous avons nommées au commencement A, B.

$$\begin{array}{l}
 \text{A} \dots + \overset{a}{+} \overset{\alpha}{+} \overset{b}{-} \overset{c}{-} \overset{\beta}{-} + \overset{\gamma}{-} + \overset{\delta}{+} \overset{d}{-} \overset{e}{+} + \\
 \text{B} \dots + \underset{a}{+} \underset{c}{-} \underset{b}{-} \underset{c}{-} \underset{c}{-} \underset{c}{+} \underset{c}{-} \underset{c}{-} \underset{c}{+} \underset{d}{+} \underset{d}{-} +
 \end{array}$$

Toutes les successions des signes semblables  $+$   $+$  ou  $-$   $-$  étant donc marquées par les lettres  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , les mêmes dans l'une & dans l'autre série, il est clair qu'on obtient indifféremment leur nombre, en comptant ces lettres, soit qu'elles se rencontrent dans la série A, ou dans la série B, pourvu seulement qu'on n'en prenne aucune deux fois. A' présent, si en posant les signes de l'équation produite, il faut passer en  $\alpha$  de A en B, il faudra en  $\beta$  retourner de B en A; puis de nouveau en  $\gamma$  descendre de A en B, & ainsi de suite, en plaçant alternativement les signes des successions semblables dans l'équation produite, laquelle tire ses signes depuis le commencement jusqu'en  $\alpha$  de la série A, de  $\alpha$  en  $\beta$  de la série B, de  $\beta$  en  $\gamma$ , de nouveau de A, & toujours de même, tant qu'à la fin en  $e$  on les prenne de B. En les recueillant de cette manière, la première succession est  $a$ ; la seconde arrive nécessairement auprès de  $\alpha$  en descendant de A en B; la troisième est  $b$  de la série B; la quatrième seroit  $e$  de la même série; mais celle-ci se détruit quelquefois en montant à la série A, d'où vient que jusqu'ici il n'y a que trois successions; mais la quatrième arrive auprès de  $\gamma$  en descendant, la cinquième auprès de  $\delta$  en montant, la sixième est en  $d$ , & la septième a lieu auprès de  $e$  en descendant. Cet exemple fournit donc le nombre des successions semblables, augmenté de trois de ces successions.

En général il paroît qu'à chaque descente de A en B le nombre de ces successions augmente nécessairement d'une; & qu'à chaque montée



montée, ou bien qu'une telle succession est ajoutée aux autres, comme il arrive ici en  $\delta$ , ou qu'il y en a une de soustraite, comme en  $\beta$ , où la succession  $c$  est détruite. D'où, comme les passages de A en B sont nécessairement supérieurs en nombre d'une unité, que les retours de B en A; il s'ensuit aussi en général, que toutes les fois qu'en posant les signes du produit il faut passer d'une serie à l'autre, le nombre des successions  $+$   $+$  ou  $-$   $-$ , qui se rapportent à des successions semblables de l'équation multipliée, soit de la serie A ou de la serie B, ne sçauroit être moindre que d'une unité, ni plus grand que le nombre entier de tous les passages. C'est ainsi que dans notre exemple, les successions, telles que nous les posons ici, ont été augmentées au nombre de trois, lorsqu'il y a eu cinq passages.

En second lieu, qu'il s'agisse de multiplier une équation par une équation simple, dont les signes sont  $+$   $-$ , & que dans la multiplication les ordres des signes du produit, qui doivent être expliqués suivant ce que nous avons dit, foyent les suivans

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 \text{A} & \dots & + & \overset{a}{-} & \overset{a}{+} & \overset{b}{-} & + & \overset{c}{-} & \overset{\beta}{+} & \overset{\gamma}{-} & \overset{\delta}{-} & \overset{d}{+} & \overset{e}{+} & + & - \\
 \text{B} & \dots & - & \overset{a}{+} & + & + & - & \overset{c}{+} & + & + & + & + & + & + & - & -
 \end{array}$$

S'il faut donc rassembler le nombre des successions des signes opposés,  $+$   $-$ , ou  $-$   $+$ , qui se trouveront dans l'équation produite par la multiplication, que l'on suppose composée d'une partie de la serie A depuis le commencement jusqu'à  $\alpha$ , d'une partie de la serie B depuis  $\alpha$  jusqu'à  $\beta$ , & ainsi de suite en alternant, cela se fera conformément à ce que nous avons dit de la maniere suivante. La premiere succession est  $a$  de la serie supérieure; l'autre arrive auprès de  $\alpha$  en passant de A en B; la troisième est  $b$ ; la quatrième seroit  $c$  de la serie B, mais elle est détruite par le passage de B en A, d'où s'ensuit que la quatrième qui a lieu auprès de  $\gamma$  en descendant, devient la cinquième en montant auprès de  $\delta$ ; la sixième est  $d$  de la serie A, & la septième se fait en descendant auprès de  $e$ .

Les choses se passent donc ici parfaitement de même que nous l'avons vu dans la multiplication précédente. Comme, toutes les fois qu'il y a une descente, le nombre des successions  $+$   $-$ , ou  $-$   $+$ , qui se trouvent dans l'équation multipliée, tant dans la serie A que dans la serie B, est nécessairement augmenté d'une; & que par la montée une semblable succession, ou se rapproche des autres, ou est moindre d'une unité; de sorte que le nombre des montées est inférieur d'une unité à celui des descentes; il s'ensuit aussi que le nombre universel de ces successions, qui se rapportent à une équation quelconque, si elle est multipliée par une équation simple d'une racine affirmative, ne peut être moindre que d'une unité, ni plus grand que le nombre entier des passages.

Puis donc que par la multiplication quelconque d'une équation, au moyen de laquelle une nouvelle racine réelle négative y est introduite, une succession tout au moins des signes semblables  $+$   $+$  ou  $-$   $-$ , est ajoutée au nombre de celles qui se trouvoient dans l'équation multipliée, le nombre de ces successions dans une équation quelconque, ne sera pas moindre que le nombre de ses racines réelles négatives. De la même manière on conclura, que le nombre des successions des signes contraires  $+$   $-$ , ou  $-$   $+$ , ne sera pas non plus moindre que le nombre des racines réelles affirmatives d'une équation quelconque.

C'est pourquoi, si dans une équation tous les signes sont les mêmes.  $+$  ou  $-$ , aucune racine réelle de l'équation ne seroit seulement une seule, on y trouveroit pour n de signes opposés. Si donc une semblable racine réelle négative, contient d'autres racines, positives, celles-ci seront impossibles.

Si dans une équation chaque signe est opposé à ses voisins, il n'y aura point dans cette équation une racine réelle négative. Car, s'il y en avoit seulement une, une succession de signes semblables. Par conséquent,





féquent, fi une fémblable équation, outre les racines réelles affirmatives, en a d'autres, foit toutes, ou quelques unes, celles-ci feront impoffibles.

En général, dans toute équation, dont toutes les racines font réelles, le nombre des fuccelfions des fignes contraires  $+$   $-$  ou  $-$   $+$ , fera égal au nombre de fes racines affirmatives, & le nombre des fuccelfions des fignes fémblables  $+$   $+$ , ou  $-$   $-$ , fera pareillement égal au nombre des racines négatives de la même équation. Soit en effet  $n$  le nombre des racines négatives, &  $N$  le nombre des fuccelfions  $+$   $+$ , ou  $-$   $-$ , de la même équation ; que  $m$  foit le nombre de fes racines affirmatives, &  $M$  le nombre des fuccelfions  $+$   $-$ , ou  $-$   $+$  ; on aura  $n + m = N + M$ . Or  $N$  n'eft pas moindre que  $n$ . Si donc on pofe  $N > n$ , on aura au contraire  $M < m$  ; ce qui ne peut pas davantage avoir lieu. Donc  $N = n$ , &  $M = m$ .

S'il eft donc constant que le nombre des racines réelles négatives de l'équation n'eft pas égal au nombre  $N$ , & que pareillement le nombre des racines réelles affirmatives de la même équation n'eft pas égal au nombre  $M$  ; il faudra auffi en conclurre, qu'elle contient des racines impoffibles.

En réuniffant tout ce qui vient d'être propofé, il en réfulte que la Règle de *Descartes*, dans le fens où il l'a propofée, eft parfaitement vraie. Car on peut avoir dans une équation autant de racines affirmatives, qu'on y trouve de variations des fignes  $+$  &  $-$  ; & autant de négatives, qu'on y rencontre de fois les deux fignes  $+$ , ou les deux fignes  $-$ , qui fe fuivent réciproquement. Mais, fi le nombre des ces racines peut être tel, il ne s'enfuit pas qu'il le foit néceffairement ; & on ne fçauroit, fans tomber dans une grande erreur, affirmer, que dans chaque équation il y a autant de racines véritables, qu'il y a de changemens de fignes, & autant de fauffes, qu'il y a de fuccelfions des mêmes fignes.





# EXPOSITION DE QUELQUES PARADOXES

DANS LE CALCUL INTÉGRAL

PAR M. EULER.

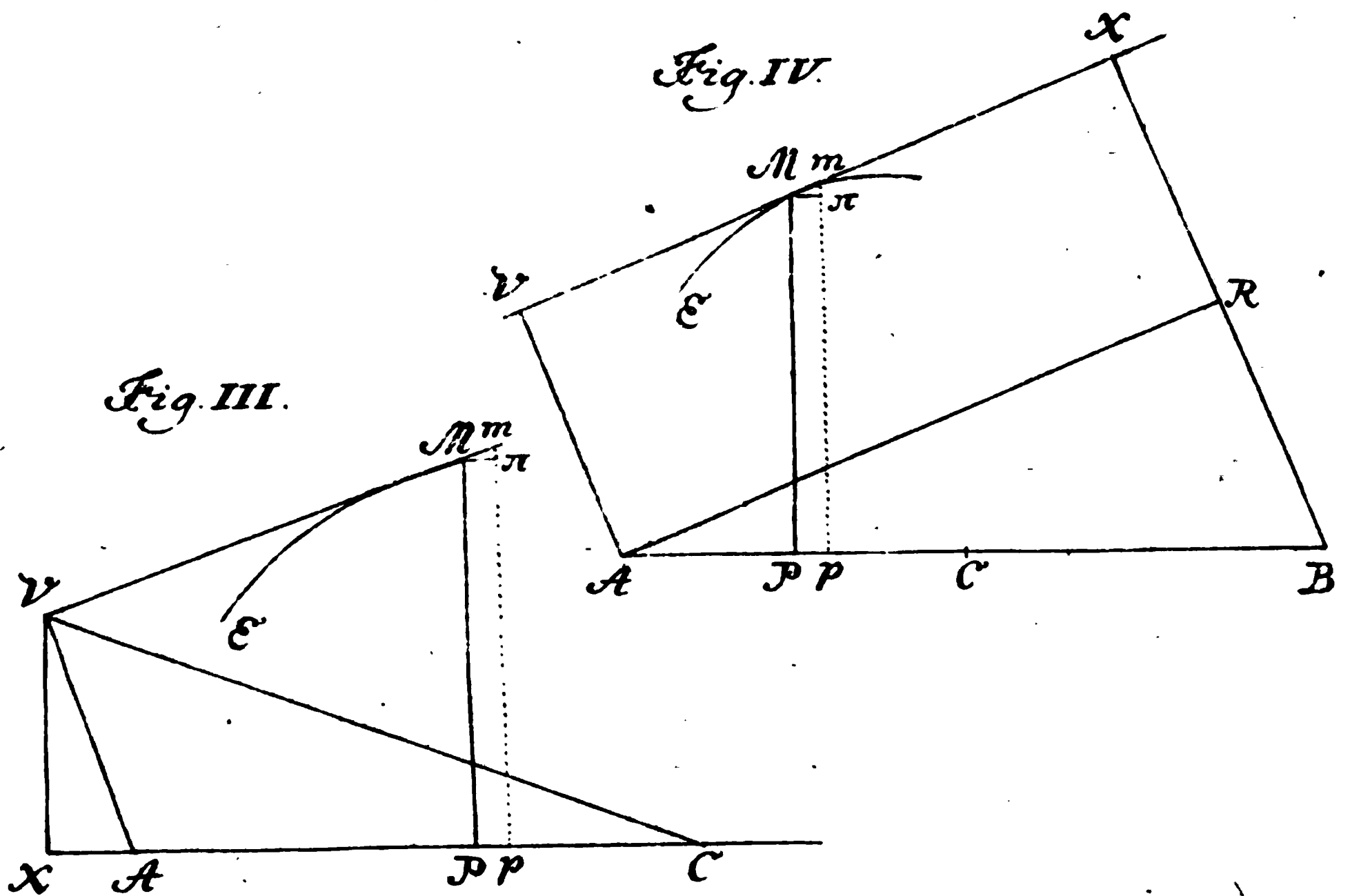
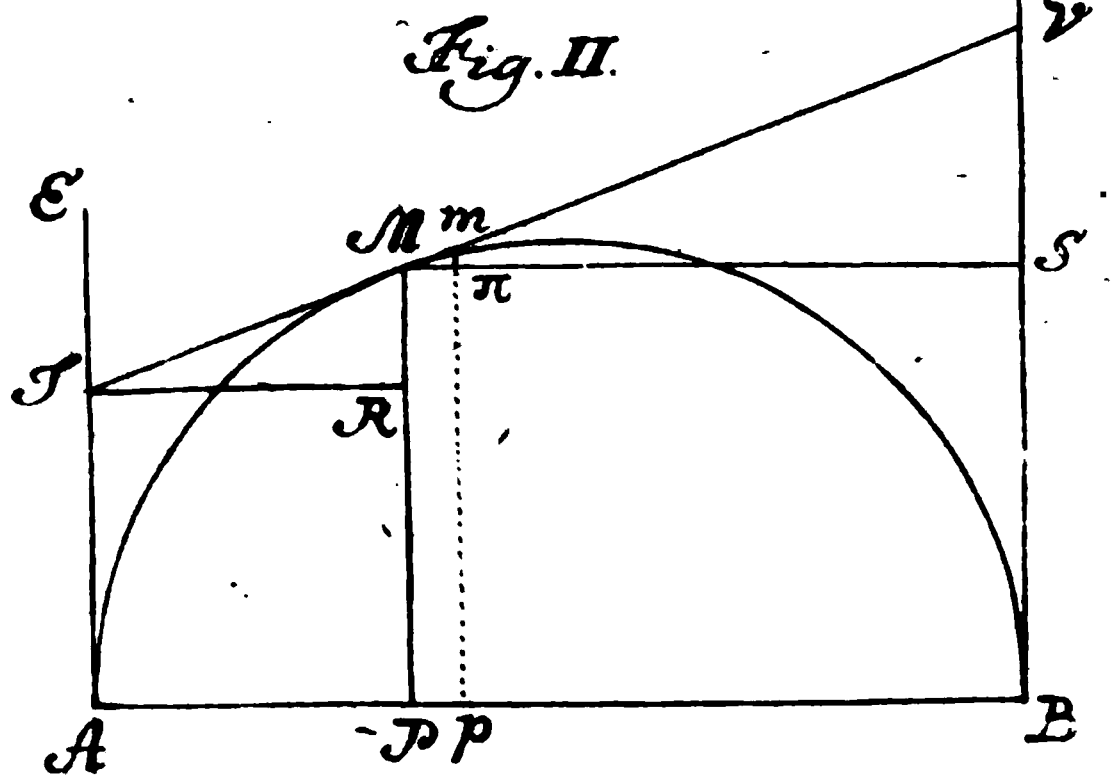
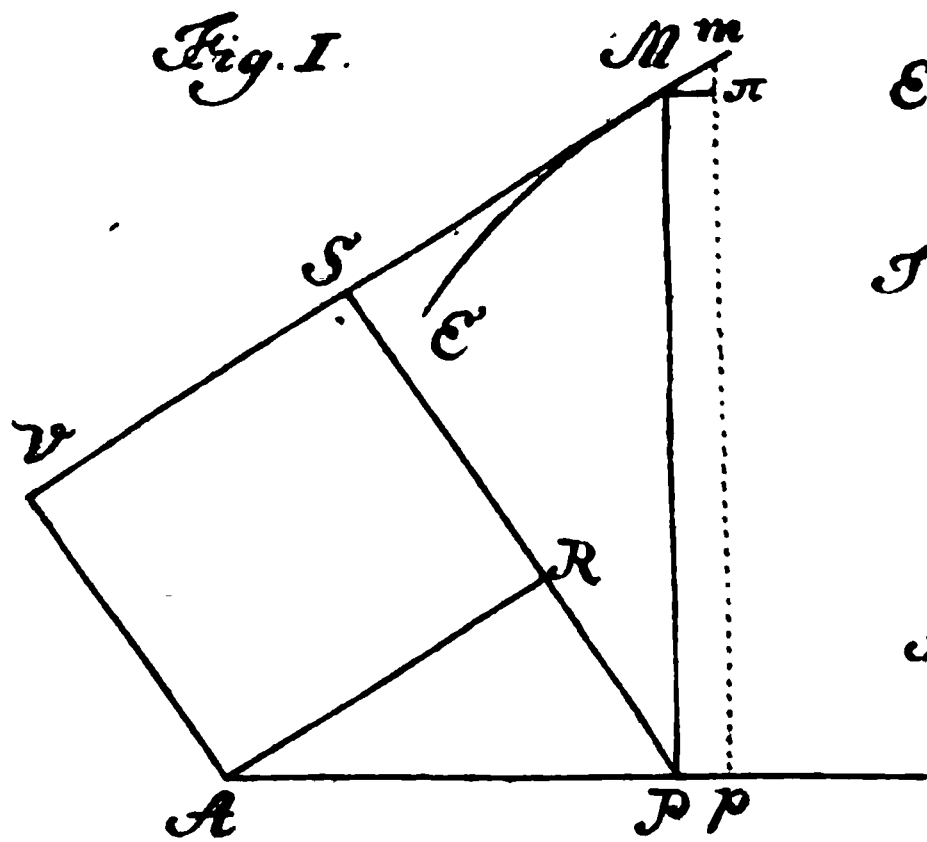
## *Premier Paradoxe.*

### I.

**J**e me propose ici de développer un paradoxe dans le calcul intégral, qui paroitra bien étrange : c'est qu'on parvient quelquefois à des équations différentielles, dont il paroît fort difficile de trouver les intégrales par les règles du calcul intégral, & qu'il est pourtant aisé de trouver, non par le moyen de l'intégration, mais plutôt en différenciant encore l'équation proposée ; de sorte qu'une différenciation répétée nous conduise dans ces cas à l'intégrale cherchée. C'est sans doute un accident fort surprenant, que la différenciation nous puisse mener au même but, auquel on est accoutumé de parvenir par l'intégration qui est une opération entièrement opposée.

II. Pour mieux faire sentir l'importance de ce paradoxe, on n'a qu'à se souvenir, que le calcul intégral renferme la méthode naturelle de trouver les intégrales des quantités différentielles quelconques : & de là il semble qu'une équation différentielle étant proposée, il n'y a d'autre moyen pour arriver à son intégrale, que d'en entreprendre l'intégration. Et si l'on vouloit, au lieu d'intégrer cette équation, la différencier encore une fois, on devroit croire qu'on s'éloigneroit encore davantage du but proposé ; attendu qu'on auroit alors une équation différentielle du second degré, qu'il faudroit même deux fois intégrer, avant qu'on parvint au but proposé.

### III.





III. Il doit donc être très surprenant, qu'une différentiation réitérée ne nous éloigne non seulement davantage de l'intégrale, que nous nous proposons de chercher, mais qu'elle nous puisse même fournir cette intégrale. Ce seroit sans doute un grand avantage, si cet accident étoit général, & qu'il eut lieu toujours, puisqu'alors la recherche des intégrales, qui est souvent même impossible, n'auroit plus la moindre difficulté : mais il ne se trouve qu'en quelques cas très particuliers dont je rapporterai quelques exemples : les autres cas demandent toujours la méthode ordinaire d'intégration. Voilà donc quelques problèmes qui serviront à éclaircir ce paradoxe.

### P R O B L E M E I.

*Le point A étant donné, trouver la courbe EM telle, que la perpendiculaire AV tirée du point A sur une tangente quelconque de la courbe MV, soit partout de la même grandeur.* Fig. 1.

IV. Prenant pour axe une droite quelconque AP, tirée du point donné A, qu'on y tire d'un point quelconque de la courbe cherchée M la perpendiculaire MP, & une autre infiniment proche  $m p$  : & qu'on nomme  $AP = x$ ,  $PM = y$ , & la longueur donnée de la ligne  $AV = a$ . Soit de plus l'élément de la courbe  $Mm = ds$ , & ayant tiré  $M\pi$  parallèle à l'axe AP, on aura  $Pp = M\pi = dx$  &  $\pi m = dy$  ; donc  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ . Qu'on baïsse du point P aussi sur la tangente MV la perpendiculaire PS, & sur celle cy du point A la perpendiculaire AR, qui sera parallèle à la tangente MV. Maintenant, puisque les triangles PMS & APR sont semblables au triangle  $Mm\pi$ , on en tirera :  $PS = \frac{M\pi \cdot PM}{Mm} = \frac{y dx}{ds}$

&  $PR = \frac{m\pi \cdot AP}{Mm} = \frac{x dy}{ds}$  : d'où, à cause de  $AV = PS - PR$ ,

nous aurons cette équation,  $a = \frac{y dx - x dy}{ds}$  ou  $y dx - x dy = a ds$

P p 3 = a



$= a \sqrt{dx^2 + dy^2}$ , qui exprimera la nature de la courbe cherchée.

V. Voilà donc une équation différentielle pour la courbe que nous cherchons : & si nous la voulons traiter selon la méthode ordinaire, il faut d'abord débarrasser les différentiels du signe radical : prenant donc les quarrés, nous aurons :

$$yydx^2 - 2xydx dy + xx dy^2 = aadx^2 + aady^2$$

& partant :

$$dy^2 = \frac{2xydx dy - aadx^2 + yydx^2}{aa - xx}$$

dont l'extraction de racine fournit

$$dy = \frac{xydx + adx \sqrt{xx + yy - aa}}{aa - xx}$$

ou  $aady - xx dy + xydx = adx \sqrt{xx + yy - aa}$   
dont il faut maintenant chercher l'intégrale pour connoître la courbe en question.

VI. Pour intégrer cette équation, posons  $y = u \sqrt{aa - xx}$ , pour avoir  $\sqrt{xx + yy - aa} = \sqrt{aa - xx} (uu - 1)$ , &  $dy = du \sqrt{aa - xx} - \frac{ux dx}{\sqrt{aa - xx}}$ , donc  $aady - xx dy = du (aa - xx)^{\frac{3}{2}} - ux dx \sqrt{aa - xx}$ . Ces valeurs étant substituées donnent :

$$du (aa - xx)^{\frac{3}{2}} = adx \sqrt{aa - xx} (uu - 1)$$

ou bien 
$$\frac{du}{\sqrt{uu - 1}} = \frac{adx}{aa - xx},$$

équation où les variables  $x$  &  $u$  se trouvent séparées.

VII.



VII. Puisque cette équation est séparée, je remarque d'abord, que les conditions, qu'elle renferme, sont remplies, si l'on met  $V(uu - 1) = 0$ , ou  $uu = 1$ ; car dans ce cas tant le membre  $a dx V(aa - xx) (uu - 1)$  devient évanouissant, que l'autre membre  $du (aa - xx)^{\frac{1}{2}}$  à cause de  $du = 0$ . Et partant nous avons déjà une valeur intégrale  $uu = 1$ , ou  $u = \pm 1$ , d'où nous tirons  $y = \pm V(aa - xx)$ , ou  $yy + xx = aa$ ; ce qui est l'équation pour un cercle, décrit du centre A avec le rayon  $= a$ . Or il est clair que ce cercle satisfait au problème, puisque la perpendiculaire AV devient égale au rayon du cercle, & tombe sur le point d'attouchement M; comme il est connu par les propriétés du cercle.

VIII. Mais ce cas n'épuise pas encore l'équation différentielle  $\frac{du}{V(uu - 1)} = \frac{a dx}{aa - xx}$ ; cherchons donc son intégrale qui sera par les logarithmes

$$l[u + V(uu - 1)] = \frac{1}{2} l \frac{nn(a + x)}{a - x}$$

de sorte que nous ayons :

$$u + V(uu - 1) = n V \frac{a + x}{a - x}.$$

De là nous trouverons,

$$-1 = nn \cdot \frac{a + x}{a - x} - 2nu V \frac{a + x}{a - x}$$

$$\& \text{ partant } u = \frac{n}{2} V \frac{a + x}{a - x} + \frac{1}{2n} V \frac{a - x}{a + x}.$$

$$\text{Par conséquent } y = u V(aa - xx) = \frac{n}{2} (a + x) + \frac{1}{2n} (a - x).$$

équation pour une ligne droite tirée en sorte, que la perpendiculaire qu'on tire sur elle du point donné A soit  $= a$ .

IX.



XI. Voilà donc la solution du problème proposé, qu'on trouveroit par la methode ordinaire, où il faut premièrement séparer les variables, & ensuite intégrer l'équation différentielle séparée. Or il est clair, que cette opération est non seulement assez embarrassante, mais elle deviendrait même impossible, si au lieu de la formule irrationnelle  $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ , on en avoit une plus compliquée. Comme si l'on étoit parvenu à cette équation

$$y dx - x dy = a \sqrt[3]{dx^3 + dy^3}$$

en prenant des cubes, on auroit bien de la peine à extraire ensuite la racine pour trouver le rapport entre les différentiels  $dx$  &  $dy$ . Et si la racine, étoit plus haute, cette extraction deviendrait même impossible.

X. Or maintenant je dis, que cette même équation, qui renferme la solution du problème

$$y dx - x dy = a \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

se peut réduire à une équation finie, & même algébrique, entre  $x$  &  $y$ , sans y employer la voye ordinaire d'intégration: mais, en quoi consiste la force du paradoxe, par une différentiation ultérieure de cette équation. Ou ce sera cette même différentiation, qui nous conduira à l'équation intégrale, qui nous fera connoître la nature de la courbe cherchée. Ce que je viens d'avancer, mettra dans tout son jour la force du paradoxe, que je me suis proposé de démêler ici.

XI. Afin que les différentiels ne nous causent aucun embarras, en passant à une différentiation ultérieure, supposons  $dy = p dx$ , & nous aurons  $\sqrt{dx^2 + dy^2} = dx \sqrt{1 + pp}$ . Par cette substitution notre équation, étant divisée par  $dx$ , prendra cette forme,

$$y - px = a \sqrt{1 + pp} \quad \text{ou} \quad y = px + a \sqrt{1 + pp}$$

où il faut bien remarquer, que quoiqu'on n'y apperçoive plus de différentiels, cette équation ne laisse pas d'être différentielle, à cause de la





la lettre  $p$ , dont la valeur est  $\frac{dy}{dx}$ ; de sorte que, si l'on la remettoit, on reviendrait à la première équation différentielle.

XII. A présent, au lieu d'intégrer cette équation différentielle, je la différentie encore une fois pour avoir,

$$dy = p dx + x dp + \frac{ap dp}{V(1+pp)}.$$

Or, ayant supposé  $dy = p dx$ , cette valeur mise à la place de  $dy$  nous donne d'abord :

$$0 = x dp + \frac{ap dp}{V(1+pp)},$$

d'où en divisant par  $dp$  nous tirons d'abord :

$$x = - \frac{ap}{V(1+pp)}$$

& puisqu'il y a  $y = px + aV(1+pp)$ , en y substituant cette valeur de  $x = - \frac{ap}{V(1+pp)}$ , nous aurons :

$$y = - \frac{ap^2}{V(1+pp)} + aV(1+pp) \text{ ou } y = \frac{a}{V(1+pp)}.$$

XIII. Voilà donc des valeurs, & mêmes algébriques, pour les deux coordonnées  $x$  &  $y$ , lesquelles ne renferment que la seule variable  $p$  : & comme à présent il n'est plus question de la valeur supposée de  $p = \frac{dy}{dx}$ , le problème est résolu par cette différentiation répétée. Car on n'a qu'à éliminer la variable  $p$ , de ces deux équations

$$x = - \frac{ap}{V(1+pp)} \quad \& \quad y = \frac{a}{V(1+pp)}$$



ce qui se fera aisément, en ajoutant ensemble les quarrés  $xx$  &  $yy$ , d'où l'on aura d'abord

$$xx + yy = \frac{aa pp + aa}{1 + pp} = aa$$

qui est l'équation pour le cercle, qui satisfait au problème proposé.

XIV. Il est bien vray, qu'outre le cercle il y a encore une infinité de lignes droites, qui satisfont également à la question, & que cette méthode ne semble pas fournir. Mais elle les contient néanmoins, & encore plus visiblement, que l'autre méthode ordinaire.

On n'a qu'à regarder l'équation  $0 = xdp + \frac{apdp}{V(1+pp)}$ , à laquelle la différentiation nous a conduit, & qui, puisqu'elle est divisible par  $dp$ , renferme aussi la solution  $dp = 0$ . Or de là nous tirons immédiatement  $p = \text{Const} = n$ , & partant  $y = nx + aV(1+nn)$ ; où toutes les lignes droites, qui remplissent les conditions du problème, sont comprises.

XV. Ayant déjà remarqué que cette équation :

$$ydx - xdy = a\sqrt[3]{dx^3 + dy^3}$$

ne sauroit à peine être résolue par la méthode ordinaire, celle-ci nous fournira d'abord par la différentiation son intégrale. Car, posant  $dy = p dx$ , nous aurons  $\sqrt[3]{dx^3 + dy^3} = dx\sqrt[3]{1+p^3}$ , & partant

$$y - px = a\sqrt[3]{1+p^3} \text{ ou } y = px + a\sqrt[3]{1+p^3}$$

qui étant différenciée donne

$$dy = p dx = p dx + x dp + \frac{appdp}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$$

d'où nous tirons  $0 = xdp + \frac{appdp}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$ , ou

$$x = \frac{-app}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}} \quad \& \quad y = \frac{a}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$$

XVI.



XVI. Si l'on veut ici éliminer  $p$ , on n'a qu'à ajouter les cubes pour avoir  $y^3 + x^3 = \frac{a^3(1-p^6)}{(1+p^3)^2} = \frac{a^3(1-p^3)}{1+p^3} = -a^3 + \frac{2a^3}{1+p^3}$

de sorte que  $\frac{1}{1+p^3} = \frac{a^3 + x^3 + y^3}{2a^3}$ , & partant

$$y = \frac{a}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}} = (a^3 + x^3 + y^3)^{\frac{2}{3}} : a\sqrt[3]{4}$$

Donc  $4a^3y^3 = (a^3 + x^3 + y^3)^2$

ou  $0 = a^6 + 2a^3x^3 - 2a^3y^3 + x^6 + 2x^3y^3 + y^6$

pour une ligne du sixième ordre. Mais outre celle-ci satisfait encore  $dp = 0$ , ou  $p = n$ , à cause de la division faite par  $dp$ ; & ce cas donne une infinité de lignes droites contenues dans cette équation

$$y = nx + a\sqrt[3]{(1+n^3)}.$$

XVII. On voit que par la même méthode on résoudra aisément tous les problèmes, qui conduiroient à de telles équations :

$$ydx - xdy = a\sqrt[n]{(\alpha dx^n + \beta dx^{n-\nu} dy^\nu + \gamma dx^{n-\mu} dy^\mu \&c.)}$$

Car, posant  $dy = p dx$ , on auroit

$$y = px + a\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \&c.)}$$

& différentiant & divisant par  $dp$ ,

$$x = \frac{-\nu \alpha \beta p^{\nu-1} - \mu \alpha \gamma p^{\mu-1} - \&c.}{n\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \&c.)}^{n-1}}$$

$$\& y = \frac{n\alpha + (n-\nu)\alpha\beta p^\nu + (n-\mu)\alpha\gamma p^\mu + \&c.}{n\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \&c.)}^{n-1}}$$

D'où, en éliminant  $p$ , on tirera une équation algébrique entre  $x$  &  $y$ . Or, puisqu'il y a aussi  $dp = 0$ , &  $p = \text{Const} : = m$ , les lignes droites renfermées dans cette formule :

$$y = mx + a \sqrt[n]{(a + 6m^v + \gamma m^\mu + \&c.)}$$

satisferont également. Je passe donc à un autre problème.

## PROBLÈME II.

Fig. 2.

Sur l'axe  $AB$  trouver la courbe  $AMB$  telle, qu'ayant tiré de son point quelconque  $M$  la tangente  $TMV$ , elle coupe en sorte les deux droites  $AE$  &  $BF$ , tirées perpendiculairement sur l'axe  $AB$ , en deux points donnés  $A$  &  $B$ , que le rectangle formé par les lignes  $AT$  &  $BV$  soit partout de la même grandeur.

XVIII. Soit l'intervalle donné  $AB = 2a$ , l'abscisse  $AB = x$ , l'appliquée  $PM = y$ , & ayant tiré l'infiniment proche  $pm$ , on aura  $Pp = M\pi = dx$ , &  $\pi m = dy$ . Qu'on tire les droites  $MR$  &  $MS$  parallèles à l'axe  $AB$ , & la ressemblance des triangles  $M\pi m$ ,  $TRM$  &  $MSV$ , à cause de  $PB = MS = 2a - x$ , fournira :

$$PM = \frac{x dy}{dx} \quad \& \quad SV = \frac{(2a - x) dy}{dx}$$

D'où nous aurons :

$$AT = y - \frac{x dy}{dx} \quad \& \quad BV = y + \frac{(2a - x) dy}{dx}$$

dont le produit devant être constant  $= cc$  fournira cette égalité :

$$\left(y - \frac{x dy}{dx}\right) \left(y + \frac{(2a - x) dy}{dx}\right) = cc$$

XIX. Si l'on vouloit traiter cette équation par la méthode ordinaire, on rencontreroit bien des difficultés, & peut être n'arriveroit-on



en qu'après bien des détours à l'équation intégrale. Mais, pour nous servir de l'autre méthode, posons  $dy = p dx$ , pour avoir

$$(y - px)(y - px + 2ap) = cc$$

ou bien :  $yy + 2(a - x)py - 2appx + ppxx = cc$

ou  $yy + 2(a - x)py + (a - x)^2 pp = cc + aapp$

d'où l'extraction de racine fournit :

$$y + (a - x)p = \sqrt{cc + aapp}$$

ou  $y = \frac{cc}{\sqrt{cc + aapp}} + \sqrt{cc + aapp}$

XX. Différentions maintenant cette équation, au lieu d'en chercher l'intégrale, & nous obtiendrons :

$$dy = p dx = - (a - x) dp + p dx + \frac{aap dp}{\sqrt{cc + aapp}}$$

où les termes  $p dx$  se détruisant ensemble, la division par  $dp$  donnera :

$$a - x = \frac{aap}{\sqrt{cc + aapp}} \quad \text{ou} \quad x = a - \frac{aap}{\sqrt{cc + aapp}}$$

& substituant cette valeur de  $a - x$  dans celle de  $y$ , on aura

$$y = \frac{aapp}{\sqrt{cc + aapp}} + \sqrt{cc + aapp} \quad \text{ou} \quad y = \frac{cc}{\sqrt{cc + aapp}}$$

XXI. Ayant donc :

$$\frac{a - x}{a} = \frac{ap}{\sqrt{cc + aapp}} \quad \& \quad \frac{y}{c} = \frac{c}{\sqrt{cc + aapp}}$$

l'élimination de la quantité  $p$  se fera en ajoutant les carrés de ces deux formules, ce qui donnera :

$$\frac{(a - x)^2}{aa} + \frac{yy}{cc} = \frac{aapp + cc}{cc + aapp} = 1,$$

donc :  $\frac{yy}{cc} = \frac{2ax - xx}{aa} \quad \text{ou} \quad y = \frac{c}{a} \sqrt{2ax - xx}$



D'où nous voyons que la courbe cherchée est une ellipse décrite sur l'axe  $AB$ , & dont le demi-axe conjugué est  $\equiv c$ , de sorte que dans une telle ellipse le rectangle des tangentes  $AT$  &  $BV$  soit toujours égal au quarré du demi-axe conjugué.

XXII. Mais il est clair qu'outre cette ligne courbe il satisfait encore au probleme une infinité de lignes droites  $TV$  tellement tirées, que le rectangle  $AT.BV$  soit  $\equiv cc$ . Ces lignes droites se trouveront par le diviseur  $dp$ , qui étant posé  $\equiv 0$ , donne  $p \equiv$  Const:  $\equiv n$ , D'où nous aurons:  $y \equiv \frac{n}{2}(a-x) + \sqrt{cc + nnaa}$ . D'où, si  $x \equiv 0$ , nous tirons  $AT \equiv \frac{n}{2}a + \sqrt{cc + nnaa}$ , & si  $x \equiv 2a$ ,  $BV \equiv \frac{n}{2}a + \sqrt{cc + nnaa}$ , de sorte qu'on ait toujours

$$AT.BV \equiv cc$$

quelque valeur que puisse avoir le nombre  $n$ .

### PROBLEME III.

Fig. 3.

*Deux points étant donnés A & C, trouver la ligne courbe EM telle, que si l'on tire une tangente quelconque MV, qu'on y mene du premier point A la perpendiculaire AV, & qu'on joigne de l'autre point C à V la droite CV, cette droite CV soit partout de la même grandeur.*

XXIII. Posons la distance donnée  $AC \equiv b$ , & prenant cette ligne pour axe, qu'on y mene du point M l'appliquée MP, & son infiniment proche  $p m$ . Soit  $AP \equiv x$ , &  $PM \equiv y$ ; & à cause de  $Pp \equiv M\pi \equiv dx$ , &  $\pi m \equiv dy$ , soit  $Mm \equiv \sqrt{dx^2 + dy^2} \equiv ds$ . Cela posé, nous avons vû dans la solution du premier problème qu'on

aura:  $AV \equiv \frac{ydx - xdy}{ds}$ . Baïssons aussi du point V sur l'axe

a perpendiculaire VX, & à cause des triangles semblables  $Mm\pi$  l&  $VAX$ , nous aurons:

VX

$$VX = \frac{dx(ydx - xdy)}{ds^2} \quad \& \quad AX = \frac{dy(ydx - xdy)}{ds^2}$$

$$\& \text{ partant : } CX = b + \frac{dy(ydx - xdy)}{ds^2}.$$

XXIV. Soit maintenant la longueur donnée  $CV = a$ , & à cause de  $CV^2 = CX^2 + XV^2$  nous aurons :

$$aa = bb + \frac{2bdy(ydx - xdy)}{ds^2} + \frac{(ydx - xdy)^2}{ds^2}$$

à cause de  $dx^2 + dy^2 = ds^2$  : & de plus :

$$\frac{(ydx - xdy)^2}{ds^2} + \frac{2bdy(ydx - xdy)}{ds^2} + \frac{bbdy^2}{ds^2} = aa - bb + \frac{bbdy^2}{ds^2} = aa - \frac{bbdx^2}{ds^2}$$

dont la racine quarrée est

$$\frac{ydx - xdy}{ds} + \frac{bdy}{ds} = V(aa - \frac{bbdx^2}{ds^2})$$

ou bien en multipliant par  $ds$

$$ydx - xdy + bdy = V(aads^2 - bbdx^2)$$

XXV. Ici il est aussi évident, qu'on se plongeroit dans un calcul fort ennuyant, si l'on vouloit entreprendre la résolution de cette équation par la méthode ordinaire. Je pose donc  $dy = pdx$ , & à cause de  $ds^2 = dx^2(1 + pp)$  notre équation différentielle prendra cette forme

$$y - px + bp = V(aa(1 + pp) - bb)$$

que je différentie encore, & posant  $pdx$  pour  $dy$ , j'aurai :

$$pdx - pdx - xdp + bdp = \frac{aapdp}{V(aa(1 + pp) - bb)}$$

qui étant divisée par  $dp$  donne :

$$b - x = \frac{aap}{V(aa(1 + pp) - bb)} \text{ ou } x = b - \frac{aap}{V(aa(1 + pp) - bb)} \quad \&$$

$$\& y = -(b-x)p + V(aa(1+pp) - bb) = \frac{aa - bb}{V(aa(1+pp) - bb)}$$

XXVI. De là, pour éliminer  $p$ , je forme ces équations :

$$\frac{b-x}{a} = \frac{ap}{V(aa(1+pp) - bb)} \& \frac{y}{V(aa - bb)} = \frac{V(aa - bb)}{V(aa(1+pp) - bb)}$$

& ajoutant les quarrés de ces formules, je trouve :

$$\frac{(b-x)^2}{aa} + \frac{yy}{aa - bb} = \frac{aa(1+pp) - bb}{aa(1+pp) - bb} = 1$$

qui est l'équation pour une ellipse, dont le centre est en D, un des foyers en A, & le demi grand axe = CV. Mais outre cette ellipse le diviseur  $dp = 0$ , donne encore une infinité de lignes droites, comprises dans cette équation

$$y = -n(b-x) + V(aa(1+nn) - bb)$$

#### P R O B L E M E IV.

Fig. 5.

*Deux points étant A & B, trouver la courbe EM telle, qu'ayant tiré une tangente quelconque VMX, si l'on y mene des points A & B les perpendiculaires AV & BX, le rectangle de ces lignes AV. BX soit partout de la même grandeur.*

XXVII. Soit la distance des points données  $AB = 2b$ , qu'on y tire la perpendiculaire MP, & l'infiniment proche  $mp$  : & qu'on nomme les coordonnées :  $AP = x$ ,  $PM = y$ , pour avoir  $Pp = M\pi = dx$ ,  $\pi m = dy$  &  $Mm = V(dx^2 + dy^2) = ds$ .

Cela posé, nous avons vu, qu'on aura  $AV = \frac{y dx - x dy}{ds}$ . Qu'on tire de plus AR, perpendiculaire sur BX, & la ressemblance des triangles  $Mm\pi$  &  $ABR$ , fournira  $BR = \frac{2b dy}{ds}$ , & en y ajoutant

tant





tant  $R X = A V = \frac{y dx - x dy}{ds}$  nous aurons  $B X = \frac{y dx + (2b - x) dy}{ds}$ .

Soit donc  $cc$  le rectangle des lignes  $A V$  &  $B X$ , & on aura pour la courbe  $E M$  cette équation :

$$(y dx - x dy) (y dx - x dy + 2b dy) = cc ds^2$$

XXVIII. Sans nous embarrasser de la méthode ordinaire, posons  $dy = p dx$ , de sorte que  $ds^2 = dx^2(1 + pp)$ , & nous aurons :

$$(y - px) (y - px + 2bp) = cc(1 + pp)$$

qui se réduit à :

$yy + 2(b - x)py - 2bppx + ppxx = cc(1 + pp)$   
ou à  $yy + 2(b - x)py + (b - x)^2pp = cc(1 + pp) + bbpp$   
dont la racine quarrée est ;

$$y + (b - x)p = V(cc + (bb + cc)pp)$$

& partant  $y = \frac{cc}{V(cc + (bb + cc)pp)} + (b - x)p$

XXIX. Différentions encore cette équation différentielle, & à cause de  $dy = p dx$  nous aurons :

$$p dx = \frac{(bb + cc)p dp}{V(cc + (bb + cc)pp)} + (b - x)dp$$

qui étant divisée par  $dp$  donne d'abord :

$$b - x = \frac{(bb + cc)p}{V(cc + (bb + cc)pp)}$$

ou bien  $b - x = \frac{app}{V(cc + app)}$  posant pour abrégier  $bb + cc = aa$ .

De là nous tirerons :

$$y = \frac{cc}{V(cc + app)} + (b - x)p$$

Donc ayant :

$$\frac{b - x}{a} = \frac{ap}{V(cc + app)} \quad \& \quad \frac{y}{c} = \frac{c}{V(cc + app)}$$



nous aurons en ajoutant les quarrés

$$\frac{(b - x)^2}{aa} + \frac{yy}{cc} = 1$$

XXX. Cette équation est, comme il est évident, pour une ellipse, dont les foyers sont dans les points A & B; & partant le centre au point du milieu C. Le demi petit axe fera donc  $= c$ ; & c'est au quarré duquel, que fera partout égal le rectangle A V. B X: ce qui est aussi une propriété connue de l'ellipse. Or il y a aussi des lignes droites, qui satisfont au même problème, que le diviseur  $dp = 0$  nous fournira, car posant  $p = n$ , l'équation pour toutes ces lignes droites fera  $y = \frac{n}{a}(b - x) + \sqrt{cc + nnaa}$ . Je pourrois encore ajouter un grand nombre de problèmes semblables, pour confirmer ce paradoxe, mais ces quatre seront entièrement suffisans pour en prouver la vérité.

### *Second Paradoxe.*

#### XXXI.

**L**e second paradoxe, que je m'en vai étaler, n'est pas moins surprenant, puisqu'il est aussi contraire aux idées communes du calcul intégral. On s'imagine ordinairement, qu'ayant une équation différentielle quelconque, on n'ait qu'à chercher son intégrale, & à lui rendre toute son étendue en y ajoutant une constante indéfinie, pour avoir tous les cas, qui sont compris dans l'équation différentielle. Ou bien, lorsque cette équation différentielle est le résultat d'une solution d'un problème, on ne doute pas que l'équation intégrale, qu'on en trouve par les règles ordinaires, ne renferme toutes les solutions possibles du problème: cela s'entend, lorsqu'on n'aura pas négligé l'addition de constante, que toute intégration exige.

XXXII. Cependant il y a des cas, où l'intégration ordinaire nous conduit à une équation finie, qui ne renferme pas tout ce qui étoit



étoit contenu dans l'équation différentielle proposée ; quand même on ne néglige pas la constante mentionnée. Cela doit paroître d'autant plus paradoxé, plus on est accoutumé d'être convaincu de la justesse de l'idée expliquée dans l'article précédent. Car si l'équation intégrale, qu'on aura trouvée après toutes les précautions prescrites, n'épuise pas l'étendue de l'équation différentielle ; le problème admettra des solutions, que l'intégration ne fournira point, & partant on arrivera à une solution défectueuse, ce qui semble sans doute renverser les principes ordinaires du calcul intégral.

XXXII. Or il est fort aisé de proposer une infinité d'équations différentielles, auxquelles répond un certain rapport entre les quantités variables, qu'il est impossible de trouver par la voye d'intégration ordinaire. Soit, par exemple, proposée cette équation différentielle :

$$x dx + y dy = dy V(xx + yy - aa)$$

& il est évident que l'équation finie  $xx + yy - aa = 0$ , lui satisfait entièrement. Car ayant de là  $x dx + y dy = 0$ , l'un & l'autre membre de l'équation différentielle évanouit de soi-même : ce qui est une marque indubitable, que cette équation finie  $xx + yy = aa$  est contenue dans l'équation différentielle proposée : ou que le cercle résout les problèmes, qui conduisent à cette équation différentielle.

XXXIV. Cependant, quand nous intégrons cette équation différentielle, nous ne trouverons nullement ce rapport  $xx + yy = aa$  : car, divisant notre équation par  $V(xx + yy - aa)$ , que nous ayons :

$$\frac{x dx + y dy}{V(xx + yy - aa)} = dy$$

l'intégrale est évidente, & même dans toute son étendue

$$V(xx + yy - aa) = y + c$$

ayant introduit la constante indéfinie  $c$ . Or il est clair que l'équation déjà trouvée  $yy + xx = aa$  n'est pas absolument renfermée



dans cette équation intégrale, quelque valeur qu'on donne à la constante  $c$ .

XXXV. Prenant les quarrés de notre équation intégrale trouvée, on aura :

$$xx - aa = 2cy + cc \quad \& \quad y = \frac{xx - aa - cc}{2c}$$

& partant on croiroit qu'au probleme proposé, qui aura conduit à cette équation, ne satisfissent qu'une infinité de paraboles, conte-

nues dans l'équation  $y = \frac{xx - aa - cc}{2c}$ , selon les différentes

valeurs de  $c$ . Et puisqu'on a trouvé une infinité de paraboles, on doutera d'autant moins, qu'on ne soit arrivé à une solution complete. Cependant nous venons de voir qu'au même probleme satisfait aussi le cercle contenu dans l'équation  $xx + yy = aa$ .

XXXVI. J'ai rencontré quelques autres cas de cette espece dans mon Traité du mouvement, où j'ai déjà remarqué ce même paradoxe, qu'une équation différentielle renferme quelquefois des solutions, qui ne sont plus comprises dans l'équation intégrée : j'y ai aussi donné une règle sûre, par le moyen de laquelle on peut trouver ces solutions contenues dans les équations différentielles, qu'on ne sauroit plus tirer de l'équation intégrée. Cependant, comme je n'y ai pas fait sentir assez evidemment l'importance de ce paradoxe, on pourroit croire que c'est quelque bizarrerie dans des problemes mecaniques, qui n'auroit plus lieu dans les problemes de Geometrie ; ou que ce ne seroit pas un reproche, qu'on pourroit faire directement à l'Analyse même.

XXXVII. Pour l'exemple que je viens d'alléguer ici, comme il est formé à fantaisie, on pourroit aussi douter, si ce cas se rencontre jamais dans la solution d'un probleme réel. Mais les mêmes exemples, que j'ai rapportés pour éclaircir le premier paradoxe, serviront aussi à éclaircir celui-ci. Car le premier probleme demandant une



une courbe telle, que si l'on mène d'un point donné sur toutes les tangentes des lignes perpendiculaires, toutes les perpendiculaires soient égales entr'elles; ce problème, dis-je, étant proposé, on voit d'abord qu'un cercle décrit du point donné comme du centre avec un rayon égal à la droite, à laquelle toutes les perpendiculaires mentionnées doivent être égales, satisfera au problème.

XXXVIII. Cependant, ayant été conduit à cette équation différentielle :

$$a a d y - x x d y + x y d x = a d x \sqrt{(x x + y y - a a)}$$

où les variables  $x$  &  $y$  sont mêlées entr'elles, on a vu que par le moyen de cette substitution  $y = u \sqrt{(a a - x x)}$  elle se change en cette séparée,

$$\frac{d u}{\sqrt{(u u - 1)}} = \frac{a d x}{a a - x x}$$

dont l'intégrale prise dans toute son étendue étoit

$$u + \sqrt{(u u - 1)} = n \sqrt{\frac{a + x}{a - x}}$$

d'où j'ai tiré cette équation :

$$y = \frac{n}{2} (a + x) + \frac{1}{2n} (a - x)$$

laquelle ne renferme que des lignes droites, de sorte que le cercle semble à cette heure entièrement exclus de la solution du problème proposé.

XXXIX. Il en est de même du problème second, qui est résolu à ce que nous avons vu par une ellipse exprimée par cette équation

$$y = \frac{c}{a} \sqrt{(2 a x - x x)}; \text{ ce qui est aussi clair par les propriétés}$$

connues de l'ellipse. Or ayant trouvé cette équation différentielle :

$$\left(y - \frac{x dy}{dx}\right) \left(y - \frac{x dy}{dx} + \frac{2 a dy}{dx}\right) = c c$$



nous en tirerons par l'extraction de racine :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(a-x)y + V[anyy - cc(2ax - xx)]}{2ax - xx}$$

$$(2ax - xx)dy - (a-x)ydx = dxV[anyy - cc(2ax - xx)]$$

Or il est évident que l'équation  $anyy - cc(2ax - xx) = 0$  satisfait à cette formule, car on aura de là  $y = \frac{c}{a} V(2ax - xx)$ , &

partant en différentiant leurs logarithmes :

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx(a-x)}{2ax - xx}, \text{ ou } (2ax - xx)dy - (a-x)ydx = 0,$$

de sorte que dans ce cas l'un & l'autre membre de l'équation différentielle évanouit.

XL. Mais, si nous traitons cette équation différentielle selon la méthode ordinaire, & que nous posions  $y = uV(2ax - xx)$ , pour avoir

$$V[anyy - cc(2ax - xx)] = V(2ax - xx)(anu - cc)$$

$$\& dy = duV(2ax - xx) + \frac{u(a-x)dx}{V(2ax - xx)}$$

ces valeurs substituées changeront notre équation en cette forme :

$$du(2ax - xx)^{\frac{3}{2}} + u(a-x)dxV(2ax - xx) - u(a-x)dxV(2ax - xx) = dxV(2ax - xx)(anu - cc)$$

qui se réduit maintenant à cette séparée,

$$\frac{du}{V(anu - cc)} = \frac{dx}{2ax - xx} \text{ ou } \frac{adu}{V(anu - cc)} = \frac{adx}{2ax - xx}$$

donc l'intégrale prise généralement est

$$\int \frac{au + V(anu - cc)}{b} = \frac{1}{2} \int \frac{x}{2a - x}$$

ou bien

$$au + V(aa uu - cc) = b V \frac{x}{2a - x} = V \frac{bx}{(2ax - xx)}.$$

XLI. De là on trouvera aisément la valeur de  $u$ , qui sera :

$$u = \frac{cc V(2ax - xx)}{2bx} + \frac{bx}{2 V(2ax - xx)}$$

& puisque  $y = u V(2ax - xx)$ , on obtiendra :

$$y = \frac{cc(2ax - xx)}{2bx} + \frac{bx}{2} = \frac{acc}{b} + \frac{(bb - cc)x}{2b}.$$

& il est évident que cette équation intégrale, quelque générale qu'elle soit, à cause de la constante indéfinie  $b$ , ne renferme pas l'ellipse déjà trouvée. Ce même accident aura aussi lieu, dans les deux autres problèmes rapportés, lorsqu'on traitera les équations différentielles trouvées par la méthode ordinaire en cherchant son intégrale ; où l'ellipse qui en fournit une belle solution, ne sera plus comprise.

XLII. Mais voici la règle générale, par laquelle on peut aisément trouver ces cas de l'intégrale d'une équation différentielle proposée, qui échappent à l'intégration ordinaire. Soit  $z$  une fonction quelconque des deux variables  $x$  &  $y$ , &  $Z$  une fonction quelconque de  $z$ . Soient de plus  $P$ ,  $Q$ ,  $V$ , aussi des fonctions quelconques des variables  $x$  &  $y$ , & supposons qu'on soit parvenu à cette équation différentielle

$$V dz = Z(P dx + Q dy)$$

& il est clair, que la valeur  $Z = 0$  satisfait à cette équation : car de là on tirera  $z = \text{Const.}$  & partant  $dz = 0$ , de sorte que dans le cas  $Z = 0$  les deux membres de l'équation proposée évanouissent.

XLII. Par le moyen de cette règle on trouvera aisément l'ellipse, qui contient une solution du second problème ; car étant parvenu à  
cette

cette équation différentielle :

$$\frac{du}{V(aauu - cc)} = \frac{dx}{2ax - xx} \text{ ou } du(2ax - xx) = dxV(aauu - cc)$$

prenons  $u$  pour  $z$ , & la fonction  $V(aauu - cc)$  pour  $Z$ , & l'équation proposée sera remplie par l'égalité  $Z = 0$ , ou  $aauu - cc = 0$

d'où l'on tire  $u = \frac{c}{a}$  & partant  $y = \frac{c}{a} V(2ax - xx)$ , qui est

l'équation pour l'ellipse en question, qui se trouve exclue de l'équation intégrée.

XLIV. Il est ici à remarquer, que ces mêmes cas inaccessibles à l'intégration ordinaire, sont précisément ceux, qu'une différentiation réitérée nous a fournis dans les éclaircissemens du premier paradoxe. Et pour peu qu'on y réfléchisse, on s'apercevra que cet accord n'arrive pas par quelque hasard, & on pourra prononcer en général, que toutes les fois qu'une équation différentielle, étant encore différentiée, conduit immédiatement à une équation finie, cette équation finie ne sauroit jamais être trouvée par la voye ordinaire de l'intégration ; mais que, pour la trouver, il faut appliquer la règle que je viens d'exposer. De là on voit donc que les deux paradoxes expliqués sont tellement liés ensemble, que l'un renferme nécessairement l'autre.

XLV. La règle donc, suivant laquelle on juge ordinairement, si une équation différentielle est intégrée dans toute son étendue, ou non, n'est pas générale. On croit communément, que lorsqu'on a intégré en sorte une équation différentielle, que l'équation intégrale contient une constante indéfinie, qui ne se trouve pas dans la différentielle, alors l'équation intégrale soit complète, ou de la même étendue que la différentielle. Mais nous voyons par les exemples rapportés que, quoique les équations trouvées par l'intégration contiennent une telle constante, qui semble les rendre générales, les équations différentielles renferment pourtant une solution, qui n'est pas comprise dans





dans l'intégrale. Cette circonstance sur le critere des équations intégrales complètes nous pourroit fournir un troisième paradoxe, s'il n'étoit pas déjà si étroitement lié avec le précédent.

XLVI. Il peut donc souvent arriver, qu'il est même absolument impossible d'intégrer, ou même de séparer une équation différentielle proposée, & dont on peut néanmoins par la règle donnée trouver une équation finie qui satisfait à la question. Ainsi, si l'on étoit parvenu dans la solution d'un problème à une telle équation

$$aa(aa - xx)dy + aax y dx = (aa - xx)(y dx - x dy) \sqrt{yy + xx - aa}$$

dont on entreprendroit inutilement l'intégration, on seroit pourtant sûr que cette équation finie  $yy + xx = aa$  est comprise. Car, posant  $yy + xx - aa = 0$ , tant l'un que l'autre membre de l'équation évanouit : ce qui devient plus clair lorsqu'on met  $y = z\sqrt{aa - xx}$ , car alors l'équation prendra cette forme :  $aadz = (y dx - x dy)\sqrt{zz - 1}$  : & posant  $Z = \sqrt{zz - 1}$  on aura par la règle donnée  $\sqrt{zz - 1} = 0$ , ou  $z = 1$ , & partant  $yy + xx = aa$ ,



DES  
CERFS - VOLANS,

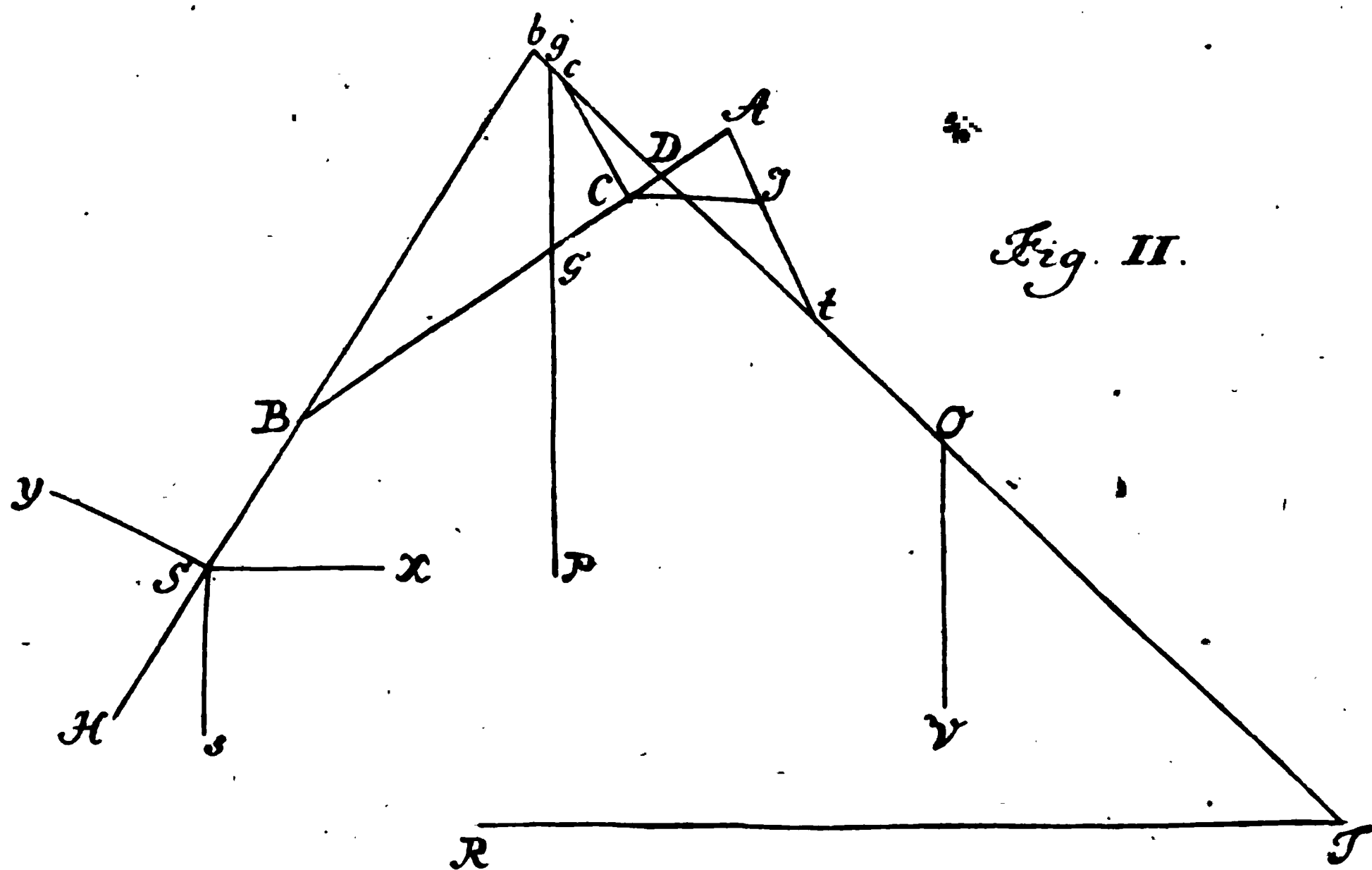
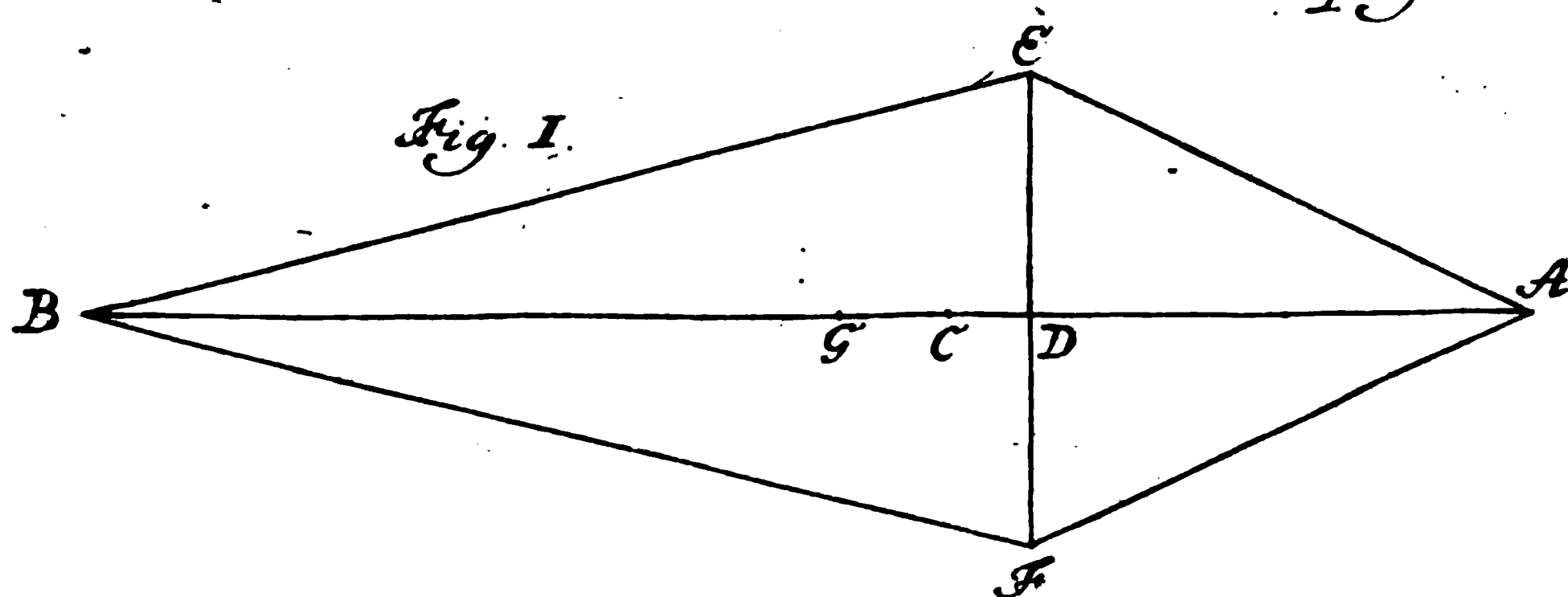
PAR MR. EULER LE FILS.

*Traduit du Latin.*

**C**omme les Cerfs-volans n'ont servi jusqu'ici que de jouët aux enfans, les recherches que j'entreprends, paroîtront peu dignes de la Géométrie ; & à peine aussi y a-t-il aucun des Geomètres qui ait jugé cet amusement puérile digne de son attention. Il n'en est pas moins vrai que c'est un sujet qui demande les discussions les plus profondes ; & cela pourroit faire naître le doute, si les difficultés qui se rencontrent dans la résolution de cette question, n'ont pas plus contribué à détourner les Geomètres de la traiter, que le mépris qu'ils ont eu pour la bassesse apparente du sujet.

Mais, quand on accorderoit que des jeux d'enfant ne doivent pas arrêter les regards d'un Geomètre, personne cependant à ce que j'espère, ne me reprochera de m'être occupé de celui-ci, depuis que le célèbre *M<sup>r</sup>. de Romas* s'est servi avec tant de succès d'un semblable Cerf-volant dans ses Expériences électriques, & qu'annoblissant ainsi ce jouët il l'a introduit dans la Physique.

En effet, s'étant proposé d'examiner l'électricité dont les nuées orageuses sont remplies, plusieurs Expériences faites dans ce dessein, l'ont instruit qu'on ne pouvoit se promettre une réussite satisfaisante, à moins que la barre de fer ne fut élevée à une hauteur beaucoup plus grande, que n'est celle qu'on peut lui donner par le moyen des Machines construites au dessus des plus hauts édifices. Il lui vint donc dans l'esprit d'employer à cet usage un Cerf-volant, auquel il attachait  
une





une barre légère de fer ; & cela lui réussit si bien, qu'à l'aide d'un vent assez fort il pût tenir son Cerf-volant suspendu à la hauteur d'environ six cent pieds.

### *Description du Cerf-volant.*

1. J'entens ici par un Cerf-volant, un plan d'une figure quelconque AEBF, composé de deux parties égales & semblables AEB, & AFB, de sorte que la droite ADB soit le diamètre de cette figure. Pour plus de distinction j'appellerai l'extrémité A la tête, & l'autre B, la queue du Cerf-volant. Fig. 1.

2. Soit la surface de ce plan  $\equiv a a$ , en C : en sorte que la force du vent, suivant vienne à rencontrer ce plan, puisse être toute concentrée dans ce point C, qu'il faut bien gravité de tout le corps.

3. Soit de plus G le centre de gravité de tout le corps, & son poids  $\equiv P$  ; & le Cerf-volant pourra être conçu chassé toujours en bas à cause de sa pesanteur par une force P tendant verticalement, dont la direction soit censée passer par le point G.

4. Soit enfin D le point auquel la ficelle est attachée ; mais, afin que cette ficelle tendue soit constamment située avec le diamètre AB dans un plan perpendiculaire au plan du Cerf-volant, qu'on lie aux points E & F des fils, qui seront ensuite réunis à la ficelle.

5. En attachant donc la ficelle de la manière déjà indiquée, le Cerf-volant aura un mouvement gyroïde libre autour de l'axe EF : mais si, outre cela, on joint encore à la ficelle un troisième fil lié au point Q ou B, on peut faire en sorte que le Cerf-volant retienne constamment la même inclinaison donnée avec la ficelle.

6. Dans le premier cas l'inclinaison du plan AEBF à la direction de la ficelle pourra varier en une infinité de manières, de façon



cependant que le plan formé par la direction de la ficelle avec le diamètre  $AB$  du Cerf-volant, demeure toujours perpendiculaire au plan du Cerf-volant : & cette inclinaison du plan du Cerf-volant à la direction de la ficelle sera toujours constante dans l'autre cas.

7. Comme ces deux cas diffèrent essentiellement entr'eux, il conviendra de les traiter séparément. Je commencerai par le second, comme étant le plus simple ; c'est celui dans lequel la ficelle fait avec le plan du Cerf-volant un angle donné, de façon qu'on peut considérer la Machine toute entière, c'est à dire, le Cerf-volant avec la ficelle, comme un corps roide.

8. Mais la position des trois points  $D$ ,  $C$ , &  $G$ , entrant surtout dans le calcul, nommez leurs distances du centre de grandeur du plan  $CG = b$  &  $CD = c$ , ayant déjà appelé les autres quantités, auxquelles on doit aussi avoir égard, sçavoir la surface  $AEBF = aa$ , & le poids du Cerf-volant  $= P$ .

## P R E M I E R C A S,

*dans lequel l'inclinaison de la ficelle au plan du Cerf-volant est donnée.*

## P R O B L E M E I.

9. *Trouver les conditions requises pour que le Cerf-volant, sollicité par un vent donné, demeure suspendu en l'air dans un état de repos.*

## S O L U T I O N.

Fig. 2.

10. Soit  $AB$  l'état d'équilibre, dans lequel le Cerf-volant demeure suspendu en l'air par la force du vent, & la tension de la ficelle. Puisque l'angle que la ficelle  $DT$  fait avec le plan du Cerf volant est donné, qu'il soit  $ADT = \theta$  : ce plan  $ADT$  doit être perpendiculaire au plan du Cerf-volant, duquel plan le seul diamètre  $AB$  est représenté dans la figure.



11. Ensuite soit l'inclinaison du plan  $AB$  à l'horizon, ou l'angle  $ACI = \phi$ ; la droite horizontale  $IC$  dénotant en même tems la direction du vent, & posant la vitesse du vent due à la hauteur  $v$ , on aura la force du vent sur le plan du Cerf-volant égale au poids du volume d'air  $= aav \sin \phi^2$ .

12. Laquelle force donc, appliquée au Cerf-volant au point  $C$ , doit être conquë suivant la direction  $Cc$  perpendiculaire à  $AB$ . Mais il sera permis d'exprimer cette force par la formule  $aav \sin \phi^2$ , pourvu que les autres forces soyent aussi exprimées par de semblables volumes d'air, dont les poids soyent égaux à leurs poids.

13. Le Cerf-volant sera de plus sollicité à cause de sa pesanteur en bas par la force  $P$ . Qu'on mene donc par le point  $G$  la droite verticale  $GP$ , & elle représentera la direction de cette force de gravité; mais l'angle  $BGP$  sera le complément de l'angle  $ACI = \phi$  pour un angle droit: d'où l'on aura  $BGP = 90^\circ - \phi$ .

14. Enfin, soit la force par laquelle la ficelle  $DT$  est tenduë, ou la tension de la ficelle  $= T$ , qui est la même par laquelle la ficelle doit être retenuë en  $T$ . Si l'on mene à présent la droite horizontale  $TR$ , il est évident que l'angle  $DTR$ , duquel la ficelle est élevée à l'horizon, sera  $= \theta - \phi$ .

15. Toute la machine sera donc sollicitée par trois forces.

I. Par la force suivant  $Cc = aav \sin \phi^2$

II. Par la force suivant  $GP = P$ , &

III. Par la force suivant  $DT = T$ ,

en négligeant ici le poids & la courbure de la ficelle. Il reste donc à examiner les conditions requises, pour que ces trois forces se tiennent en équilibre.

16. Pour cette fin il est nécessaire que nous prenions des momens par rapport aux points, autour desquels la machine peut avoir un mouvement de gyration; lesquels momens, par là même qu'ils



doivent se détruire, fourniront des équations, par lesquelles on pourra connoître toute la position du Cerf-volant dans l'état d'équilibre.

17. Mais dans le cas présent, où nous considérons toute la machine comme un corps roide, il n'y a que le seul point T, autour duquel la machine peut tourner : ainsi cherchons les momens de ces trois forces par rapport au dit point T.

18. Et pour procéder de la maniere la plus abrégée, que la direction de la ficelle DT soit prolongée indéfiniment au delà du point D, & que les directions des forces GP, & Cc, soyent aussi prolongées jusqu'à leur concours avec la droite DT ; & que de ces directions celle qui est désignée par GP rencontre la droite DT prolongée en g, & l'autre Cc en c.

19. Alors le moment de la force Cc sera exprimé par le produit de la force Cc . Tc sin CcD, & le moment de la force GP par le produit de la force GP . Tg. sin GgD, lequel étant contraire à l'autre, ils doivent être censés égaux entr'eux dans l'état d'équilibre de la machine.

20. A' présent, pour déterminer les valeurs de ces momens, soit la longueur de la ficelle DT = f : & l'on aura Tc = f + cD, d'où, à cause de l'angle CcD = 90 — θ, nous aurons Tc . sin CcD = f cos θ + cD . sin CcD ; mais, comme cD . sin CcD est = CD = c, on aura Tc . sin CcD = f cos θ + c ; & par là on trouve

le moment de la force Cc =  $anv (f \cos \theta + c) \sin \phi^2$ .

21. D'une maniere semblable, comme Tg. sin GgD = TD. sin GgD + Dg. sin GgD, à cause de GgD = 180° — gGD — gDG = 90° + φ — θ : on aura Tg. sin GgD = f cos (θ — φ) + Dg. sin GgD : or Dg. sin GgD est = DG. sin gGD : mais l'angle gGD = 90° — φ & DG = b + c : lesquelles valeurs étant donc substituées, nous obtenons Tg. sin GgD = f cos (θ — φ) + (b + c) cos φ. D'où nous recueillons le moment de la force GP = P [f cos (θ — φ) + (b + c) cos φ].





22. Ces momens, puisqu'ils doivent être égaux, fourniront l'équation suivante :  $av(f \cos \theta + c) \sin \phi^2 = P[f \cos(\theta - \phi) + (b + c) \cos \phi]$  par laquelle l'angle  $\phi$  peut être trouvé : & cette équation étant développée se changera en une autre du quatrième ordre.

23. Mais, pour trouver la tension, qu'on résolve les forces  $Cc$  &  $GP$  en d'autres, suivant la direction de la ficelle  $DT$ , lesquelles affecteront seules la tension ; mais la force  $Cc$  résolue donnera la force  $DT = \frac{av \sin \phi^2 \sin \theta}{\sin \phi}$ , & de la force  $GP$  naîtra la force  $DT = \frac{P \sin(\theta - \phi)}{\sin \phi}$  ; lesquelles étant réunies, on trouvera la tension de la ficelle, que nous avons appelée

$$T = av \sin \phi^2 \sin \theta - P \sin(\theta - \phi).$$

24. La première équation donc fournit

$$av \sin \phi^2 = \frac{P(f \cos(\theta - \phi) + (b + c) \cos \phi)}{f \cos \theta + c}, \text{ laquelle va-}$$

leur étant substituée dans l'expression trouvée pour la tension, on obtiendra, la réduction étant faite, la nouvelle valeur suivante pour la tension  $T$

$$T = \frac{P(f \sin \phi + b \sin \theta \cos \phi + c \cos \theta \sin \phi)}{f \cos \theta + c}$$

#### C O R O L L. I.

25 Si la vitesse du vent cessoit tout à fait, toute la machine tomberoit en bas en tournant autour du point  $T$ , de façon que le centre de gravité  $G$  reposeroit verticalement sous le point  $T$ . Dans lequel cas à cause de cela on auroit :  $f \cos(\theta - \phi) + (b + c) \cos \phi = 0$ .

#### C O R O L L. 2.

26. L'effet du vent que nous considérons ici, ne commencera à devenir sensible, que lorsque la ficelle  $DT$  vient à s'élever au dessus de l'horizon ; mais, pour que cette ficelle occupe la position horizontale,

tale, ce qui arrive si  $\phi = \theta$ , la vitesse du vent doit être telle, que  $v$  devienne 
$$= \frac{P(f + (b + c) \cos \theta)}{aa \sin \theta^2 (f \cos \theta + c)}.$$

## C O R O L L 3.

27. Toutes les fois donc que la vitesse du vent n'excède pas ce terme, tout autant de fois la ficelle ne s'élèvera pas au dessus de l'horizon; mais réciproquement, plus la vitesse du vent surpassera ce terme, plus le Cerf-volant s'élèvera au dessus de l'horizon; & si enfin la vitesse du vent devient infinie, on trouvera  $\phi = 0$ , & le plan du Cerf-volant s'élèveroit en l'air, jusqu'à ce qu'il atteignit la situation horizontale.

## C O R O L L 4.

28. Mais, afin que le Cerf-volant puisse s'élever avec la plus grande facilité dans l'air, l'angle  $\theta$  devra être pris, de façon que la quantité trouvée pour  $v$  au §. 26 devienne la plus petite. Mais, parce que la longueur de la ficelle est toujours prise si grande qu'à son égard les intervalles  $b$  &  $c$  peuvent être négligés, tout se réduira à ce que la quantité  $\sin \theta^2 \cdot \cos \theta$  soit la plus grande.

## C O R O L L 5.

29. Ayant donc fait l'expression  $\sin \theta^2 \cdot \cos \theta$  ou  $\cos \theta - \cos \theta^3$  la plus grande, on trouvera cette condition  $1 - 3 \cos \theta^2 = 0$ , d'où  $\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$  &  $\sin \theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ ; de là l'angle même  $ADT$  sera  $= \theta = 54^\circ, 44'$ . C'est donc de cet angle que la ficelle doit être inclinée au plan du Cerf-volant, pour monter le plus haut.

## C O R O L L 6.

30. En négligeant donc les intervalles  $b$  &  $c$  à l'égard de la longueur de la ficelle  $DT = f$ , le Cerf-volant s'élèvera au dessus de l'horizon, dès que  $v$  aura surpassé la quantité 
$$\frac{3PV3}{2aa}.$$

COROLL.

31. Soit donc  $v > \frac{3PV_3}{2aa}$ , & l'angle  $\phi$  sera trouvé par l'équa-

tion suivante  $aa v \sin \phi \cos \theta = P \cos \theta \cos \phi + P \sin \theta \sin \phi$ , ou à cause de  $\tan \theta = \sqrt{2}$ , de celle-ci  $aa v \sin \phi^2 = P \cos \phi + P \sin \phi \sqrt{2}$ .

C O R O L L. 8.

32. Qu'on appelle pour abréger  $\frac{P}{aa v} = n$ , de sorte que nous ayons cette équation:  $\sin \phi^2 = n \sin \phi \sqrt{2} = n \cos \phi$ , qui en prenant les quarrés donnera  $\sin \phi^4 + 2n \sin \phi^2 \sqrt{2} + 2nn \sin \phi^2 = nn$  —  $nn \sin \phi^2$ : qu'on pose de plus  $\sin \phi = \frac{z}{\sqrt{2}}$ , & l'équation à résoudre se changera en celle-ci

$$z^4 - 4nz^3 + 6nnz^2 - 4nnz = 0.$$

C O R O L L. 9.

33. Si  $v = \frac{3PV_3}{2aa}$ ,  $n$  sera  $= \frac{2}{3\sqrt{3}}$ : d'où, si  $v > \frac{3PV_3}{2aa}$ ,

la valeur de  $n$  deviendra moindre que  $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ , ou  $\frac{8}{21}$ . Considérons donc  $n$  comme un nombre fort petit; & nous aurons par les approximations  $z = \sqrt{2}n + n + \frac{n\sqrt{n}}{2\sqrt{2}}$ , & de là  $\sin \phi = \sqrt{n} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \frac{n\sqrt{n}}{4}$

C O R O L L. 10.

34. Parce qu'il a été permis de négliger les intervalles  $b$  &  $c$ , pourvû que la ficelle soit assez longue, ce fera la même chose dans quelque endroit qu'on l'attache, pourvû que son inclinaison au plan du Cerf-volant soit  $54^\circ 44'$ ; mais, si l'angle  $\theta$  approchoit davantage

de l'angle droit, il ne seroit plus permis de négliger l'intervalle  $c$  par rapport à  $f \cos \theta$ .

### *Application à la Pratique.*

35. Comme le poids du Cerf-volant est connu, on pourra le supposer égal à un cylindre d'air qui a pour base la surface du Cerf-volant. Or on estime  $\frac{1}{80}$  d'une livre le poids d'un pied cubique d'air. Soit donc  $h$  la hauteur de ce cylindre; & dans toutes les formules il faudra substituer  $\pi \pi h$  pour  $P$ .

36. En posant donc  $P = \pi \pi h$ , & en négligeant les distances  $b$  &  $c$ , l'équation pour trouver l'angle  $\phi$  revêtira cette forme,

$$v \sin \phi^2 \cos \theta = h \cos \theta \cos \phi + h \sin \theta \sin \phi.$$

& si outre cela, au lieu de  $\theta$  on substitue la valeur trouvée  $54^\circ, 44'$ , ou que pour  $\cos \theta$  on écrive  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ , & pour  $\sin \theta$ ,  $\sqrt{\frac{1}{3}}$ , cette équation se changera en celle-ci,  $v \sin \phi^2 = h \cos \phi + h \sin \phi \cdot \sqrt{2}$  : d'où, en posant  $\frac{h}{v} = x$ , on tirera par des approximations

$$\sin \phi = \sqrt{x} + \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{x}}{4}$$

37. Pour la tension de la ficelle nous aurons

$$T = \frac{P \sin \phi}{\cos \theta} = \pi \pi h \sin \phi \sqrt{3}, \text{ \& si } x \text{ est un fort petit nombre,}$$

afin que l'approximation ait lieu, on aura

$$T = P \left( \sqrt{\frac{3h}{v}} + \frac{h}{v} \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{h}{4v} \sqrt{\frac{3h}{v}} \right)$$

D'où il paroît que la tension de la ficelle sera d'autant moindre, que la vitesse du vent sera plus grande.

38. Nous avons supposé ici, suivant la règle commune, que la force du vent sur le Cerf-volant est  $\pi \pi v \sin \phi^2$ . Mais plusieurs

Expé-



Expériences enseignent qu'on doit la statuer le double plus grande, savoir  $\equiv 2nnv \sin \phi^2$ , laquelle règle si nous voulons suivre, il n'y aura seulement qu'à écrire dans nos formules  $2v$  au lieu de  $v$ ; nous pourrons aussi prendre pour  $v$  la double hauteur due à la vitesse du vent. D'où, si le vent parcourt l'espace  $s$  pendant  $1''$ ,  $g$  dénotant la hauteur de laquelle un corps pesant tombe librement dans  $1''$ , il conviendra de poser  $v = \frac{ss}{2g}$ ; or  $g$  est à peu près un espace de 15 pieds.

#### EXEMPLE.

39. Qu'on fasse le poids du Cerf-volant égal au poids d'un cylindre d'air, dont la base  $\equiv nn$ , & la hauteur d'un pied, de sorte que  $h$  soit  $\equiv 1$ . En faisant donc  $\theta = 54^\circ, 44'$ , afin que le Cerf-volant s'élève au dessus de l'horizon, il est nécessaire que  $v > \frac{3\sqrt{3}}{2}$

ou  $v > \frac{21}{8}$  d'un pied. Or un tel vent, dont la hauteur due à la vi-

tesse  $v$  soit  $\frac{21}{8}$  d'un pied, parcourra dans  $1''$  l'espace  $2\sqrt{gv} = \sqrt{\frac{30.20}{8}}$

qui sera presque un espace de 9 pieds.

#### Premier Cas.

40. Soit premièrement  $s = 10$ , on aura  $n = \frac{1}{10} = 0,1$ ,  $3$ , &  $nn = 0,09$ . D'où il faudra résoudre cette équation  $z^4 - 1,2z^3 + 0,54zz - 0,36 = 0$ , de laquelle on tirera  $z = 1\frac{1}{5}$ , & de là  $\phi = 45^\circ, 46'$ ; mais, parce que  $\theta = 54^\circ, 44'$ , l'angle DTR que la ficelle fait avec l'horizon, sera  $\equiv \theta - \phi = 8^\circ, 58'$ . Ensuite, en posant le poids du Cerf-volant  $\equiv P$ , la tension de la ficelle sera  $T = 1,24 P = 1\frac{1}{4} P$  à très peu près.

*Second Cas.*

41. Qu'on suppose à présent que le vent parcourt un espace de 15 pieds dans une seconde, & on aura  $n = \frac{2}{3}$  &  $nn = \frac{4}{9}$ ; d'où l'équation à résoudre sera  $z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{24}{9}zy - \frac{3600}{9} = 0$ . Soit  $z = \frac{y}{15}$  afin qu'on ait  $y^4 - 8y^3 + 24yy - 3600 = 0$ : dont la racine à peu près est  $y = 9 \frac{8}{3}$ ; d'où  $z$  fera  $= \frac{25}{9}$ . De là on tirera  $\phi = 26^\circ, 57'$ , & le vent élèvera le Cerf-volant à une si grande hauteur, que l'angle DTR fera  $= 27^\circ, 47'$ . Or la tension de la ficelle fera  $= 0,755$  P.

*Troisième Cas.*

42. A présent qu'on fasse  $s = 20$  pieds, & à cause de  $n = \frac{3}{8}$  &  $nn = \frac{9}{64}$ , l'équation à résoudre sera  $z^4 - \frac{12}{8}z^3 + \frac{54}{64}zz - \frac{1800}{64} = 0$ . Soit de nouveau  $z = \frac{y}{40}$ , & l'équation se changera en celle-ci,  $y^4 - 12y^3 + 54yy - 57600 = 0$ , d'où l'on tirera  $y = 18 \frac{1}{2}$ ; & par conséquent  $z = \frac{1}{24}$ : de là  $\phi = 18^\circ, 55'$ . L'angle DTR sera donc  $= 35^\circ, 49'$ , & la tension de la ficelle T  $= 0,562$  P.

*Remarques.*

43. Mais ce premier cas, que nous venons de considérer, n'aura lieu que quand la ficelle est attachée au Cerf-volant, de façon que toute la machine peut être considérée comme un seul corps roide. Car il est non seulement requis que l'angle A D T soit invariable, mais aussi que la ficelle demeure droite du point D au point T.

44. Si pour conserver l'angle A D T on applique le fil A t, qui en le tendant rendroit l'angle A D T constamment égal à une quantité donnée, cela ne suffiroit pourtant pas encore pour retenir les points D, t, & T, dans la ligne droite; & le Cerf-volant avec ce triangle A D T pourroit tourner encore librement autour du point z.

Il seroit donc requis, outre cela que la ficelle D T fut roide, de façon qu'elle ne souffrit aucune inflexion ; ce dont on pourroit encore venir à bout, si le point  $t$  étoit pris en T. Il sera donc nécessaire que deux fils soyent liés aux points D & A, qui pourront ensuite être attachés au point T ; & de peur que l'angle A D T ne souffre quelque variation, à cause du relâchement de l'un ou de l'autre de ces fils, il sera expédient d'y en joindre encore un troisième, qui étant lié au point B se réunisse avec les deux autres au point commun T.

45. Mais, de quelque manière que nous fabriquions la machine, le poids de la ficelle, que nous avons négligé ici, influera pourtant beaucoup sur les effets, & les changera. Car posons que ce poids de la ficelle, ou de ces trois fils, soit  $Q$ , & il en naîtra premièrement un moment pour tirer le Cerf-volant en bas  $= 2 Q f \cos(\theta - \phi)$ , & en second lieu la tension sera diminuée par la force  $Q \sin(\theta - \phi)$ .

46. Nous aurions donc, si nous introduisions le poids des fils  $Q$ , l'équation suivante pour l'angle  $\phi$  ;  $a a v \sin \phi^2 \cos \theta = P f \cos(\theta - \phi) + \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \phi)$ , & pour la tension des fils  $T = a a v \sin \phi \sin \theta - P \sin(\theta - \phi) - Q \sin(\theta - \phi)$  ou  $T = \frac{P \sin \phi}{\cos \theta} - \frac{1}{2} Q \sin \theta \cos \phi + R \frac{(1 + \cos \theta) \sin \phi}{a \cos \theta}$ . D'où il sera très facile de corriger les déterminations précédentes.

47. Comme une semblable disposition rend la machine plus compliquée, que si l'on employoit une seule ficelle, qui par conséquent permettroit à l'angle A D T de souffrir des variations, je passe à l'examen de l'autre cas, dans lequel la ficelle attachée n'empêche pas que l'angle A D T ne varie, de façon que le Cerf-volant peut tourner librement autour de son axe E F (Fig. 1.)



## S E C O N D C A S,

*où l'on suppose l'inclinaison de la ficelle au plan du Cerf-volant variable.*

## P R O B L E M E II.

48. *En attachant au Cerf-volant au point D la ficelle fixe en T, trouver les momens de la force du vent & du poids, tant du Cerf-volant que de la ficelle, pour changer l'état que le Cerf-volant est supposé avoir dans le tems présent.*

## S O L U T I O N.

49. Dans ce cas il y a déjà deux choses qui déterminent la position du Cerf-volant, sçavoir premièrement l'angle DTR, que la ficelle fait avec l'horizon TR, & ensuite l'angle ADT, qui est l'inclinaison de la ficelle au Cerf-volant.

50. Soit à présent l'angle  $ADT = \theta$ , & l'angle que le Cerf-volant fait avec la direction du vent  $ACI = \phi$ ; d'où l'angle de l'inclinaison de la ficelle ad l'horison DTR sera  $= \theta - \phi$ , pourvû que l'on conçoive le vent comme soufflant horizontalement. Ces deux angles  $\theta$  &  $\phi$  détermineront donc abondamment la position du Cerf-volant.

51. Ensuite, qu'on pose comme dans le cas précédent la surface du Cerf-volant  $= aa$ , & son poids  $= P$ , qui pourra aussi être exprimé par un volume d'air qui soit  $= aah$ . Soit de plus C le centre de gravité de la surface du Cerf-volant, ou plutôt son centre de grandeur, & G le centre de gravité de tout le corps; & qu'on appelle les intervalles  $CG = b$  &  $CD = c$ ; la longitude de la ficelle  $DT = f$ , son poids  $= Q$ , & la tension  $= T$ .

52. Que le vent parcoure en une seconde l'espace  $s$ , & soit  $g$  la hauteur par laquelle un corps pesant tombe librement en 1<sup>re</sup>. Qu'on suppo-





suppose de plus  $v = \frac{ss}{2g}$  (§. 38.) & la force du vent sur le plan du Cerf-volant suivant la direction  $Cc$  sera  $= aav \sin \phi^2$  ; mais à cause de la pesanteur le Cerf-volant sera sollicité en bas suivant la direction verticale  $GP$  par une force  $= P$ .

53. La machine étant présentement capable d'un double mouvement-rotatoire, sçavoir l'un autour du point  $T$ , & l'autre autour du point  $D$ , il faut déterminer les momens de toutes les forces sollicitantes à l'égard de ces deux points  $D$  &  $T$ , au lieu que dans le cas précédent il n'avoit été nécessaire de déterminer ces momens qu'à l'égard du seul point  $T$ .

54. Pour ce qui regarde le point  $T$ , il est déjà constant par le problème précédent, que le moment de la force  $Cc$  est  $= aav (f \cos \theta + c) \sin \phi^2$ , & que le moment de la force de gravité  $GP = P (f \cos (\theta - \phi) + (b + c) \cos \phi)$ . A' quoi l'on doit encore joindre le moment de la force né du poids de la ficelle, sçavoir le moment de la force  $OV = \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi)$ , en négligeant la courbure, & en supposant qu'elle est partout d'une même épaisseur, & faite d'une matiere homogène.

55. Ensuite, comme le Cerf-volant doit aussi tourner à part autour du point  $D$ , on trouvera facilement par rapport à ce point,

le moment de la force du vent  $Cc = aacv \sin \phi^2$  : &

le moment de la force de gravité  $GP = (b + c) P \cos \phi$  ;

d'où l'on recueille

le moment total qui tend à diminuer l'angle  $ADT =$

$$aacv \sin \phi^2 - (b + c) P \cos \phi, \quad \&$$

le moment total qui tend à augmenter l'angle  $DTR =$

$$aav (f \cos \theta + c) \sin \phi^2 - P (f \cos (\theta - \phi) + (b + c) \cos \phi) - \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi).$$



56. Enfin la tension de la ficelle, ou la force par laquelle la ficelle doit être arrêtée en T sera, comme elle a déjà été trouvée §. 46.

$$T = a a v \sin \phi^2 \sin \theta - P \sin (\theta - \phi) - Q \sin (\theta - \phi)$$

Et ce sont là toutes les déterminations que demande la solution de ce problème.

### P R O B L E M E III.

57. *Toutes ces déterminations étant données, définir la position, suivant laquelle le Cerf-volant exposé à un vent donné se trouve en équilibre.*

#### S O L U T I O N.

58. Qu'on retienne donc toutes les déterminations, telles qu'elles ont été dans le problème précédent, & tout se réduira à trouver pour la situation d'équilibre du Cerf-volant, tant à l'égard du point T que du point D, les angles  $\phi$  &  $\theta$ .

59. Or l'état d'équilibre à l'égard du point D donne cette équation,

$$a a c v \sin \phi^2 = (b + c) P \cos \phi.$$

Qu'on pose pour abréger  $\frac{P(b+c)}{a a c v} = \frac{h(b+c)}{c v} = 2 n$  : afin que  $\sin \phi^2$  devienne  $= 2 n \cos \phi$ , ou  $1 - \cos \phi^2 = 2 n \cos \phi$ ; d'où l'on tire d'abord  $\cos \phi = \frac{1}{2n} + \sqrt{\frac{1}{4n^2} - 1}$ , & de là  $\sin \phi = \sqrt{2 n \sqrt{1 + n n} - 2 n n}$ .

60. De plus, afin que la machine soit aussi soutenue en équilibre par rapport au point T, il est requis que soit

$$a a v (f \cos \theta + c) \sin \phi^2 = P [f \cos (\theta - \phi) + (b + c) \cos \phi] + \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi)$$

Mais cette équation, à cause de la précédente  $P(b+c) \cos \phi = a a c v \sin \phi^2$ , revêtira la forme suivante plus simple.

$$a a v \sin \phi^2 \cos \theta = (P + \frac{1}{2} Q) \cos (\theta - \phi).$$



61. L'angle  $\phi$ , étant déjà trouvé, à cause de  $nav \sin \phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \phi$ , l'équation à résoudre sera

$$P(b+c) \cos \phi \cos \theta = (P + \frac{1}{2} Q) c \cos(\theta - \phi):$$

Soit pour abréger  $\frac{P(b+c)}{(P + \frac{1}{2} Q) c} = m$ , de sorte que l'équation ait cette forme

$$m \cos \phi \cos \theta = \cos \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi$$

de laquelle on tire d'abord :

$$\tan \theta = \frac{(m-1) \cos \phi}{\sin \phi} = \frac{(Pb - \frac{1}{2} Qc) \cos \phi}{(P + \frac{1}{2} Q) c \sin \phi}.$$

62. Les angles  $\theta$  &  $\phi$  étant trouvés, leur différence  $\theta - \phi$  nous indiquera l'inclinaison de la ficelle DT à l'horizon TR, ou l'angle DTR. Ou bien, à cause de  $\tan(\theta - \phi) = \frac{\tan \theta - \tan \phi}{1 + \tan \theta \cdot \tan \phi}$ ,

on exprimera aussi séparément

$$\tan(\theta - \phi) = \frac{(m-1) \cot \phi - \tan \phi}{m} = \frac{(m-1) \cos \phi^2 - \sin \phi^2}{m \sin \phi \cdot \cos \phi},$$

$$\text{ou } \tan(\theta - \phi) = \frac{\cos \phi}{\sin \phi} - \frac{(P + \frac{1}{2} Q) c}{P(b+c) \sin \phi \cdot \cos \phi}.$$

63. Quant à ce qui regarde la force, par laquelle la ficelle doit être retenuë en T, on la réduit, à cause de  $nav \sin \phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \phi$ , à cette forme

$$T = \frac{P(b+c) \cos \phi \cdot \sin \theta}{c} - (P + Q) \sin(\theta - \phi)$$

dont la valeur pourra par conséquent être aisément assignée, à cause des angles  $\theta$  &  $\phi$  connus.



## PROBLEME IV.

64. Déterminer la disposition du Cerf-volant, suivant laquelle il seroit élevé par la force d'un vent donné à la plus grande hauteur.

## SOLUTION.

65. Il est donc requis d'attribuer aux intervalles  $b$  &  $c$  de telles valeurs qu'elles rendent l'angle  $\theta - \phi$  le plus grand. Mais, comme  $\frac{b+c}{c}$  est  $= \frac{aav \sin \phi^2}{P \cos \phi}$ , tout revient à trouver l'angle  $\phi$ , de façon que la valeur trouvée pour  $\tan(\theta - \phi)$ , ou cette formule  $\frac{\cos \phi}{\sin \phi} - \frac{P + \frac{1}{2} Q}{aav \sin \phi^3}$ , devienne un *maximum*.

66. Or la différentiation de cette formule donnera l'équation  $\frac{-1}{\sin^2 \phi} + \frac{3(P + \frac{1}{2} Q) \cos \phi}{aav \sin^4 \phi} = 0$ ; d'où l'on tire  $aav \sin \phi^2 = 3(P + \frac{1}{2} Q) \cos \phi$ . Mais, à cause de  $aav \sin \phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \phi$ , on obtient  $\frac{b+c}{c} = \frac{3(P + \frac{1}{2} Q)}{P}$ . Il est donc nécessaire que  $\frac{b+c}{c}$  soit  $= 3 + \frac{3Q}{2P} = \frac{DG}{DC}$ .

67. La situation des points G & C étant donc donnée, on trouve le lieu du point D où la ficelle doit être attachée, & alors le Cerf-volant sera élevé à la plus grande hauteur. En effet il faut prendre  $c = \frac{2Pb}{4P+3Q}$ , ou  $CD = \frac{2P}{4P+3Q} CG$ : Donc l'intervalle CD devra être encore moindre que la moitié de l'intervalle G C.

68. De plus le point D étant déterminé de manière que  $\frac{b+c}{c}$  devienne  $= 3 + \frac{3Q}{2P}$ , ou aura pour l'élévation du Cerf-

volant au dessus de l'horizon  $\text{tang}(\theta - \phi) = \frac{3 \cos \phi - 1}{3 \sin \phi \cos \phi}$ . Po-

sant ensuite pour abréger  $\frac{3(P + \frac{1}{2}Q)}{ann} = 2n$ , l'angle  $\phi$  sera déterminé par cette expression  $\cos \phi = -n + \sqrt{nn + 1}$ , ou  $\sin \phi = \sqrt{2n} \{-n + \sqrt{nn + 1}\}$ .

69. Ces valeurs étant substituées dans l'expression pour l'élévation trouvée du Cerf-volant,

$$\text{on aura } \text{tang}(\theta - \phi) = \frac{6nn + 2 - 6n\sqrt{nn + 1}}{3(-n + \sqrt{nn + 1})^{\frac{3}{2}} \sqrt{2n}} \quad \text{ou}$$

$$\text{tang}(\theta - \phi) = \frac{2[-2n + \sqrt{1 + nn}]\sqrt{[n + \sqrt{1 + nn}]}}{3\sqrt{2n}}, \quad \text{ou}$$

$$\text{tang}(\theta - \phi) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{n^3 - 3n + (1 + nn)\sqrt{1 + nn}}{2n}} = \text{tang DTR}$$

70. Enfin la tension de la ficelle T sera  $= 3(P + \frac{1}{2}Q)\sin \theta \cos \phi - (P + Q)\sin(\theta - \phi)$ , laquelle revêt aussi cette forme :

$$T = (2P + \frac{1}{2}Q)\sin \theta \cos \phi + (P + Q)\cos \theta \sin \phi$$

Et par ces déterminations on connoîtra toutes les choses qui sont requises, pour que le Cerf-volant puisse s'élever à la plus grande hauteur.

#### COROLL. I.

71. La plus grande hauteur donc, à laquelle le Cerf-volant puisse être élevé, évanouira si  $2n = \sqrt{1 + nn}$ , c'est à dire dans le cas de  $n = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ; ce qui arrive donc, si  $v = \frac{3(P + \frac{1}{2}Q)\sqrt{3}}{2aa}$ .

V v 2

Mais,

Mais, si l'on pose l'espace que le vent parcourt en une seconde  $= s$ , nous aurons pour ce cas, où la plus grande hauteur du Cerf-volant évanouit,  $s = \sqrt{2gv} = \sqrt{\frac{3g(P + \frac{1}{2}Q)}{aa}}$ .

C O R O L L. 2.

72. A' moins donc que  $v$  ne surpasse cette quantité  $\frac{3(P + \frac{1}{2}Q)\sqrt{3}}{2aa}$ , ou que  $s$  ne soit  $> \frac{\sqrt{3g(P + \frac{1}{2}Q)}}{aa}$ , il ne sçauroit arriver que le Cerf-volant soit élevé au dessus de l'horizon. D'où il paroît que, plus la ficelle est longue, & par conséquent pesante, plus la force du vent doit être grande.

C O R O L L. 3.

73. Si la vitesse du vent étoit infinie, & par conséquent  $n = 0$ , il est évident que la ficelle seroit élevée à la situation verticale, & alors l'angle  $\phi$  évanouiroit; mais l'angle  $\theta$  sera droit, & la tension de la ficelle  $T = 2P + \frac{1}{2}Q$ .

*Remarques.*

74. Mais, quelle que soit cette force requise pour retenir la ficelle en T, la tension en D sera plus grande parce qu'il y a ici de plus à soutenir le poids de toute la ficelle. C'est pourquoi la tension de la ficelle en D sera  $=$

$$\frac{P(b + c) \sin \theta \cos \phi}{c} - P \sin (\theta - \phi)$$

75. De là, si l'on fait  $\frac{b + c}{c} = \frac{3(2P + Q)}{2P}$ , la tension en D sera  $= 3(P + \frac{1}{2}Q) \sin \theta \cos \phi - P \sin (\theta - \phi)$  ou  $= (2P + \frac{3}{2}Q) \sin \theta \cos \phi + P \cos \theta \sin \phi$ : D'où cette tension

tension de la ficelle en D, dans le cas d'un vent infiniment fort, seroit  $= 2P + \frac{1}{2}Q$ .

76. Comme pour élever le Cerf-volant à la plus grande hauteur, il est nécessaire de prendre l'espace  $CD = \frac{2P}{4P + 3Q} CG$ ; de sorte qu'il soit  $CD : CG = 2P : 4P + 3Q$ ; si la distance CG évanouïssoit, les trois points C, D, & G, se réuniroient en un. Alors donc, dans quelque situation que le Cerf-volant ait été, tous les momens évanouïront à l'égard du point D.

77. Dans ce cas donc le Cerf-volant sera indifférent à toutes les inclinaisons par rapport à la ficelle DT, & la machine ne produira pas son effet désiré. Il paroît donc tout à fait nécessaire dans la construction du Cerf-volant de prendre garde en même tems à ce que, quand sa vraie position vient à être troublée par une cause quelconque, il se trouve des forces qui le rétablissent aussi-tôt dans la situation d'équilibre.

## PROBLEME V.

78. *L'état d'équilibre du Cerf-volant étant troublé, trouver les forces qui servent à le rétablir dans cet état.*

### SOLUTION.

79. Comme il y a deux angles, sçavoir  $ACH = \phi$  &  $ADT = \theta$ , qui déterminent l'état d'équilibre, cet équilibre peut être troublé d'une double maniere, quand l'un ou l'autre des angles s'écarte de la vraie valeur qui répond à l'état d'équilibre de la machine.

80. Or premièrement l'état d'équilibre requiert un angle ACT, tel que  $acv \sin \phi^2$  soit  $= (b + c) P \cos \phi$ . Qu'on suppose donc l'angle  $\phi$  croissant de la quantité infiniment petite  $d\phi$ , & la force Cc



tendra à rétablir cet angle, tandis que l'autre  $GP$  produira un effet contraire.

81. Le moment donc de ces deux forces pour rétablir l'équilibre sera  $anvc \sin (\Phi + d\Phi)^2 - P(b + c) \cos (\Phi + d\Phi)$ , laquelle expression, à cause de  $anvc \sin \Phi^2 - P(b + c) \cos \Phi = 0$ , est réduite à celle-ci  $(2anvc \sin \Phi \cos \Phi + P(b + c) \sin \Phi) d\Phi$ , ou à la suivante

$$P(b + c) (2 \cos \Phi^2 + \sin \Phi^2) \frac{d\Phi}{\sin \Phi}.$$

82. Il est manifeste de là que l'état d'équilibre est rétabli de nouveau, pourvu que la distance  $DG$  soit positive, & que la force de restitution lui soit proportionnelle. Au contraire on voit que l'état d'équilibre troublé par une cause quelconque n'est pas aussi subitement rétabli, si cet intervalle  $DG$  est fort petit; & s'il devient négatif, il n'y a plus lieu à aucune restitution.

83. Qu'on établisse à présent que l'angle  $ACH = \Phi$  retient sa juste valeur; or l'angle  $DTK = \theta - \Phi$ ; de là aussi  $ADT = \theta$  étant augmenté dans quelque cas d'une quantité infiniment petite  $d\theta$ , alors la force  $GP = P$  avec la pesanteur de la ficelle  $= Q$  rétablira l'équilibre; mais au contraire la force du vent  $CV$  tendra à produire l'effet opposé.

84. En posant donc pour  $\theta$ ,  $\theta + d\theta$ , le moment de la force, pour rétablir la machine dans son état précédent d'équilibre, sera  $P(f \cos (\theta - \Phi + d\theta) + (b + c) \cos \Phi) + \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \Phi + d\theta) - anvc(f \cos (\theta + d\theta) + c) \sin \Phi^2$

Mais l'état d'équilibre demandant cette équation,

$$P(f \cos (\theta - \Phi) + (b + c) \cos \Phi) + \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \Phi) - anvc(f \cos \theta + c) \sin \Phi^2 = 0,$$

le moment de la force restituant sera

$$d\theta [anvc \sin \Phi^2 f \sin \theta - P f \sin (\theta - \Phi) - \frac{1}{2} Q f \sin (\theta - \Phi)]$$





85. De là, par ce que  $aav \sin \phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \phi$ , ce moment de restitution sera exprimé de la manière suivante

$$f d \theta \left[ \frac{b+c}{c} P \sin \theta \cos \phi - P \sin (\theta - \phi) - \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \phi) \right]$$

Plus donc la quantité  $\frac{b+c}{c} P \sin \theta \cos \phi - P \sin (\theta - \phi) - \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \phi)$  sera grande, & plus la machine se remettra vite dans la première position d'équilibre.

86. La force pour retenir la ficelle tendue en T, ayant été trouvée

$$T = \frac{b+c}{c} P \cos \phi \sin \theta - (P + Q) \sin (\theta - \phi)$$

le moment de la force qui tend à remettre la machine en équilibre, à l'égard du point T pourra être exprimé d'une manière plus succincte ainsi,

$$f d \theta (T + \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \phi))$$

#### C O R O L L. 1.

87. Afin donc que le Cerf-volant exposé au vent se conserve lui-même le plus qu'il est possible dans l'état d'équilibre, les deux expressions suivantes doivent être rendues aussi grandes que les circonstances le permettent

$$I. \frac{P(b+c)(2 \cos \phi^2 + \sin \phi^2)}{\sin \phi} \quad \&$$

$$II. \frac{b+c}{c} P f \cos \phi \sin \theta - (P + \frac{1}{2} Q) f \sin (\theta - \phi)$$

#### C O R O L L. 2.

88. Mais, parce que nous avons trouvé ci-dessus (§. 61.)

$$(P + \frac{1}{2} Q) \cos (\theta - \phi) = \frac{b+c}{c} P \cos \phi \cos \theta, \text{ la seconde ex-}$$

pres-



pression revêtira aussi cette forme  $(P + \frac{1}{2} Q) \frac{f \sin \phi}{\cos \theta}$ , laquelle étant positive, ne répugne jamais à la restitution, pourvu que la ficelle soit prise assez longue.

### *Application à la Pratique.*

89. On doit donc surtout prendre garde de donner au Cerf-volant une figure telle, que le centre de grandeur C soit à la plus grande distance du centre de gravité de la machine G; ce que l'on obtiendra aussi, si l'on attache quelque petit poids au Cerf-volant au point le plus bas B, afin que ce poids conduise le centre de gravité de tout le corps plus près du point B, & l'éloigne du point C.

90. Alors le poids du Cerf-volant étant posé  $= P$ , & celui de la ficelle  $= Q$ , qu'on prenne entre le point C & la tête du Cerf-volant A le point D, de façon que la distance CD devienne  $= \frac{2P}{4P+3Q} CG$ , auquel lieu D la ficelle DT soit alors attachée. On a aussi trouvé pour le point D cette équation  $\frac{b+c}{c} = \frac{3(2P+Q)}{2P}$

91. Ensuite, en posant la surface du Cerf-volant  $= aa$ , que le vent parcoure en une seconde l'espace  $s$ , & soit  $g$  la hauteur par laquelle un corps pesant tombe librement pendant ce même espace de tems, & que de plus on fasse  $\frac{s^2}{2g} = v$ . Alors qu'on réduise les poids P & Q à des volumes d'air de la même pesanteur, suivant l'hypothèse commune, qui évalue un pied cubique d'air à un  $\frac{8}{100}$  de livre.

Enfin, qu'on pose pour abrégé  $\frac{3(2P+Q)}{2aa v} = \frac{3g(2P+Q)}{aass} = 2\pi$ .



92. Toutes ces choses étant présupposées, le Cerf-volant exposé au vent prendra une telle situation que l'inclinaison de son plan à l'horizon, ou l'angle  $ACI = \phi$  sera exprimé de cette manière  $\cos \phi = -n + \sqrt{nn+1}$ , ou  $\sin \phi = \sqrt{2n} \{-n + \sqrt{nn+1}\}$ ; mais l'inclinaison de la ficelle à l'horizon  $TR$ , ou l'angle  $DT R = \theta - \phi$ , sera déterminé de façon que  $\text{tang}(\theta - \phi) = \frac{2\{-2n + \sqrt{nn+1}\}\sqrt{n + \sqrt{nn+1}}}{3\sqrt{2n}}$ ,

$$\text{ou } \text{tang}(\theta - \phi) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{n^3 - 3n + (1 + nn)\sqrt{1 + nn}}{2n}}.$$

93. D'où il paroît de plus que le Cerf-volant ne s'élèvera pas au dessus de l'horizon, à moins que  $\sqrt{1 + nn}$  ne devienne  $> 2n$  ou  $n < \sqrt{\frac{1}{3}}$ : il sera donc nécessaire que  $\frac{3g(2P + Q)}{2ann s}$  soit  $< \sqrt{\frac{1}{3}}$ :

de là  $s > \sqrt{\frac{3g(2P + Q)\sqrt{3}}{2ana}}$ . Afin donc que la machine soit

plus aisément élevée, il faut surtout avoir soin que le poids, tant du Cerf-volant que de la ficelle, devienne le plus léger qu'il est possible.

94. Or ayant trouvé  $\text{tang } \theta = \frac{(m-1)\cos \phi}{\sin \phi}$ , où  $m = \frac{P(b+c)}{(P+\frac{1}{2}Q)c}$ ;

cette quantité  $m$ , à cause de  $\frac{b+c}{c} = \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)}{P}$ , de-

vient  $= 3$ . Et de là  $\text{tang } \theta = \frac{2\cos \phi}{\sin \phi}$ , ou  $\text{tang } \theta = 2\cot \phi$ :

d'où  $\sin \theta = \frac{2\cos \phi \cos \theta}{\sin \phi}$ . La force donc, par laquelle la ficelle doit

être retenuë en  $T$ , sera

$$T = \frac{(4P + Q)\cos \theta \cos \phi^2}{\sin \phi} + (P + Q)\cos \theta \sin \phi, \text{ ou}$$



$$T = \frac{P \cos \theta (4 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi) + Q \cos \theta}{\sin \phi}$$

mais la tension de la ficelle au point D sera

$$= \frac{(4P + 3Q) \cos \theta \cos^2 \phi}{\sin \phi} + P \cos \theta \sin \phi; \text{ ou } =$$

$$\frac{P \cos \theta (4 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi) + 3Q \cos \theta \cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

95. Mais, en substituant pour  $\sin \phi$  &  $\cos \phi$  leurs valeurs ci-dessus trouvés, on aura  $\tan \theta = \frac{\sqrt{2} \left[ -n + \sqrt{nn+1} \right]}{\sqrt{n}}$

$$\& \cos \theta = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{[-n + 2\sqrt{nn+1}]}} \text{ Ensuite } \cos^2 \phi = 1 + 2nn - 2n\sqrt{nn+1}$$

$$\& \sin^2 \phi = -2nn + 2n\sqrt{nn+1} \text{ d'où } 4 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 4 + 6nn - 6n\sqrt{nn+1} \&$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \phi} = \frac{1}{\sqrt{2} [3nn + 2 - 3n\sqrt{nn+1}]} = \sqrt{\frac{3nn + 2 + 3n\sqrt{nn+1}}{6nn + 8}}$$

& de là

$$T = P\sqrt{4 + 6nn - 6n\sqrt{nn+1}} + \frac{Q}{\sqrt{4 + 6nn - 6n\sqrt{nn+1}}}$$

96. Parce que  $\frac{b+c}{c} = \frac{3(2P+Q)}{2P}$ , on trouvera  $c = \frac{2Pb}{4P+3Q}$

$$\& b + c = \frac{3b(2P+Q)}{4P+3Q} \text{ D'où l'effort du Cerf-volant pour}$$

se rétablir dans l'état d'équilibre à l'égard du point D, par le § 87.

$$\text{sera} = \frac{6bP(2P+Q)}{4P+3Q} \sqrt{\frac{(1+nn)(-n+\sqrt{nn+1})}{2n}},$$

& à l'égard du point T

$$= (P + \frac{1}{2}Q) f[-n + \sqrt{nn+1}] \sqrt{2},$$



## E X E M P L E.

97. Qu'on pose  $2P + Q$  égal au poids d'un cylindre d'air, dont la base soit égale à la surface du Cerf-volant  $= aa$ , & la hauteur  $= H$ , de façon que  $2P + Q$  soit  $= aaH$ ; & afin que le Cerf-volant soit emporté par le vent au dessus de l'horizon, nous avons vu qu'il étoit requis que l'espace  $s$  parcouru par le vent dans une seconde fut plus grand que la quantité  $V \frac{3gH}{2}$  ou  $s > 6,24 VH$ ; car, si l'on prend pour mesure le pied de Paris, à la place de  $g$  on peut substituer 15 sans erreur sensible.

98. De plus, comme  $2n = \frac{3Hg}{ss} = \frac{45H}{ss}$ , la position du Cerf-volant sera connue par les déterminations suivantes :

$$\cos \phi = -n + V(nn+1), \text{ ou } \sin \phi = V 2n [-n + V(nn+1)]$$

$$\& \text{ tang } (\theta - \phi) = \frac{2 [-2n + V(nn+1)] V [n + V(nn+1)]}{2n}, \text{ ou}$$

$$\text{tang } (\theta - \phi) = \frac{2}{3} V \frac{n^3 - 3n + (1 + nn)V(1 + nn)}{2n}$$

99. Soit à présent  $H = 9$  pieds, & qu'on prenne le poids du Cerf-volant  $= 4aa$ : on aura le poids de la ficelle  $= 1aa$ ; & il conviendra de fabriquer le Cerf-volant de la manière suivante. Premièrement il faut prendre garde, comme on l'a déjà remarqué ci-dessus, que le centre de gravité  $G$  soit à la plus longue distance du centre de grandeur  $C$ ; ensuite que la ficelle entre  $C$  &  $A$  soit liée au

point  $D$  à la distance  $CD = \frac{8}{19} CG$ . Un Cerf-volant construit

de cette manière ne s'élèvera au dessus de l'horizon qu'au cas que  $s$  devienne  $> 18,72$  pieds, c'est à dire, que le vent parcoure dans une seconde un espace plus grand que 18,72 pieds. Qu'on pose

à présent pour  $s$  des valeurs plus grandes que 18, 72, & il en naîtra les cas suivans.

### *Premier Cas.*

100. Que le vent parcoure en une seconde un espace de vingt pieds, de façon que  $s$  soit  $= 20$ , on aura  $n = 0,51$ ,  $nn = 0,2601$ , & de là  $\phi = 52^\circ, 13'$ . Mais, parce que l'on a trouvé  $\text{tang } \theta = 2 \cot \phi$ , (§. 94.) on aura  $\theta = 57^\circ, 10'$ , & la ficelle sera élevée au dessus de l'horizon de l'angle  $\text{DTR} = \theta - \phi = 4^\circ 57'$ . La hauteur donc du Cerf-volant au dessus de l'horizon sera  $= f$  fin  $4^\circ 57' = 0,0862864 f$  pieds; mais il faudra que la ficelle soit retenue en T par une force  $= 6,5176aa$ . Ensuite la force restituante à l'égard du point D  $= 9,88baa = 9,88aa$ , GC, & la force restituante à l'égard du point T  $= 3,89faa = 3,89aa$ . DT. L'une & l'autre de ces deux forces est assez grande.

### *Second Cas.*

101. Soit à présent  $s = 25$  pieds, on aura  $n = 0,324$ , d'où  $\phi = 43^\circ, 27'$ , & à cause de  $\text{tang } \theta = 2 \cot \phi$ , on trouvera  $\theta = 64^\circ 39'$ . De là l'inclinaison de la ficelle à l'horizon DTR sera  $= \theta - \phi = 21^\circ 12'$ , & la hauteur du Cerf-volant au dessus de l'horizon  $= 0,3616246 f$  pieds. Ensuite on déduit la tension de la ficelle en T  $= 7,05064aa$ , & de plus la stabilité du Cerf-volant à l'égard du point D  $= 12,634aa$ . CG, & à l'égard du point T  $= 4,6199aa$  DT. L'une & l'autre des ces forces étant encore plus grande que celle qui a été trouvée dans le cas précédent, il n'y a point à craindre que la restitution se fasse trop lentement.

### *Troisième Cas..*

102. Qu'on suppose que le vent parcourt en une seconde l'espace  $s = 30$  pieds, on aura  $n = 0,225$ . De là  $\phi = 36^\circ 52'$ , d'où  $\theta = 69^\circ, 26'$ , & l'inclinaison de la ficelle à l'horizon, ou l'an-

l'angle  $DTR$  sera  $\equiv 32^{\circ}, 34'$  : la hauteur du Cerf-volant au dessus de l'horizon sera donc exprimée par  $0,5382806.f \equiv 0,5382806$   $DT$  pieds. Ensuite la ficelle doit être arrêtée en  $T$  par une force  $\equiv 7,4204 aa$ . Enfin on trouve

la force restituante à l'égard du point  $D \equiv 15,536, aa$   $GC$ , &  
la force restituante à l'égard du point  $T \equiv 5,091, aa$   $GT$ .

## A D D I T I O N.

### I.

**L**es enfans ont coutume d'attacher au point le plus bas du Cerf-volant un fil, qu'ils garnissent dans sa longueur de découpures de papier, pour servir comme d'ailes. J'imiterai aussi en quelque sorte leur exemple ; & je vais considérer dans cette Addition l'état d'équilibre du Cerf-volant exposé au vent, au point le plus bas duquel je supposerai qu'on lie non un semblable fil, mais un plan quelconque simple ; car il seroit difficile de faire entrer dans le calcul une queue pareille à celle dont les enfans se servent.

2. Toute la machine consistera donc en trois parties ; sçavoir la ficelle  $DT$ , le Cerf-volant  $AB$ , & la queue  $BH$  qui y est liée : lesquelles parties, comme les anneaux d'une chaîne, seront mobiles autour des points  $B$ ,  $D$ , &  $T$ . Ainsi il s'agit dans cette Addition de définir la position que ces pieces exposées au vent prendront, en partie entr'elles, en partie à l'égard de l'horizon, dans l'état d'équilibre.

3. Premièrement que la direction du vent s'accorde avec la ligne horizontale  $TR$ , & que le vent souffle dans le plan du Cerf-volant avec la vitesse  $Vv$  ; de plus que tant le plan du Cerf-volant, tel que nous l'avons posé jusqu'ici, que le plan de la queue qui y est attaché, se soutiennent perpendiculairement au plan de la table, & que celui-ci passe par les centres de gravité & de grandeur des ce deux plans



plans, de façon que ces centres tombent dans les lignes d'intersection des plans  $AB$ , &  $BH$ .

4. Q'on pose de plus la surface du Cerf-volant  $= aa$ , son poids  $= P$  : la droite  $AB$ , son intersection avec le plan de la table, dans laquelle soient  $C$  le centre de grandeur, &  $G$  le centre de gravité; qu'on attache la ficelle en  $D$ , & qu'on appelle les intervalles

$$DB = d; DG = c \text{ \& } CD = b.$$

5. Ensuite, par rapport au plan lié au Cerf-volant en  $B$ , soit sa surface  $= ee$ , son poids  $= R$ ; le diamètre, ou la ligne d'intersection du plan de la queue avec celui de la table  $BH = k$ ; & que le centre de gravité tombe sur le centre de grandeur à la distance  $BS = \frac{1}{2}k$ .

6. Enfin, pour ce qui regarde la ficelle  $DT$ , qu'elle soit partout de la même épaisseur, & faite d'une matière homogène; de plus qu'on néglige sa courbure, & qu'on appelle son poids  $= Q$ , & sa longueur  $DT = f$ .

### P R O B L E M E I.

7. *En attachant au Cerf-volant la ficelle  $DT$  fixe en  $T$ , trouver les momens de la force du vent  $E$  de la gravité, tant du Cerf-volant  $E$  de la queue qui y est attachée, que de la ficelle, pour changer l'état présent.*

8. La situation du Cerf-volant que nous considérons ici, se détermine par trois angles, qui sont

- I. L'inclinaison de la ficelle à l'horizon, ou l'angle  $DTR$
- II. L'inclinaison de la ficelle au plan du Cerf-volant ou l'angle  $ADT$ ,
- III. L'angle  $DBH$  que le plan de la queue fait avec le plan du Cerf-volant.

9. Soit à présent l'angle que la ficelle forme avec le plan du Cerf-volant  $ADT = \theta$  : de plus l'angle d'inclinaison du plan du Cerf-volant à la direction du vent  $ACI = \phi$ , enfin l'angle d'inclinaison





raison du plan de la queue à la direction du vent  $BSX = \psi$  : lesquels trois angles définissent aussi la position du Cerf-volant, car on aura  $DTR = \theta - \phi$  ;  $ADT = \theta$  ; &  $DBH = 180^\circ - \psi + \phi$ .

10. Quant aux forces qui sollicitent toute la machine, elles seront les suivantes. Premièrement il y a la force unique  $OV$  agissant sur la ficelle, & qui vient du poids  $= Q$ , dont la direction est verticale, & à la distance  $TO = \frac{1}{2} f$ .

11. De plus il y a deux forces qui agissent sur le plan du Cerf-volant ; l'une, qui procède de l'impulsion du vent, sera appliquée au centre de grandeur  $C$  ; sa direction est normale au plan du Cerf-volant, & la quantité de cette force  $Cc$  sera trouvée  $= \pi a v \sin \phi^2$  ; mais l'autre qui vient du poids, sollicitera le Cerf-volant verticalement vers le bas ; sa direction qui passe par le centre de gravité  $G$  sera  $PG$ , & sa quantité  $= P$ .

12. Enfin les forces qui sollicitent le plan de la queue  $BH$ , seront, premièrement la force du vent au point  $S$ , pressant selon la direction  $SY$  normale à  $BH = eev \sin \psi^2$ , & ensuite la force de gravité, qui s'efforce dans le même point  $S$  de pousser la queue verticalement vers le bas,  $Ss = R$ .

13. A présent qu'on détermine le moment, qui tend à faire tourner ce plan  $BH$  autour du point  $B$ . Or on trouve par rapport à ce point  $B$

le moment de la force du vent  $SY = \frac{1}{2} ee k v \sin \psi^2$ , &

le moment de la force de gravité  $Ss = \frac{1}{2} k R \cos \psi$

d'où l'on recueille

le moment total pour augmenter l'angle  $DBH = \frac{1}{2} ee k v \sin \psi^2 - \frac{1}{2} k R \cos \psi$  mais de la force  $Ss$  naîtra de plus la force qui presse le plan  $AB$  suivant la direction  $BH = R \sin \psi$ .



14. Outre cela, pour déduire le moment à l'égard du point D, appellons à notre secours le second Problème, dans lequel nous avons déjà trouvé que le moment né des forces Cc & GP pour diminuer l'angle ADT, est  $\equiv aavb \sin \phi^2 - Pc \cos \phi$ . Or le moment de la force BH, qui à cause de l'angle bBD  $\equiv \psi - \phi$  fera  $\equiv Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$ , tendra à augmenter l'angle ADT; ôtons donc ce moment de celui qui est né des forces Cc & GP, & nous trouverons le moment total, qui tend à tourner le Cerf-volant avec sa queue autour du point D pour diminuer l'angle ADT  $\equiv aavb \sin \phi^2 - Pc \cos \phi - Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$ .

15. Enfin, comme BD est  $\equiv d$ ; bBD  $\equiv \psi - \phi$ :  
 $BbD \equiv 180^\circ + \phi - \theta - \psi$ , & de là  $Db \equiv \frac{d \sin (\psi - \phi)}{\sin (\theta + \psi - \phi)}$ .  
 &  $Tb \equiv \frac{f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \phi)}{\sin (\theta + \psi - \phi)}$

le moment de la force BH pour élever toute la machine autour du point T, fera  $\equiv -R [f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \phi)] \sin \psi$

16. Mais nous avons déjà trouvé ci-dessus dans le second Problème le moment né des forces Cc, GP, & OV ainsi exprimé:  
 $aav (f \cos \theta + b) \sin \phi^2 - P (f \cos (\theta - \phi) + c \cos \phi) - \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi)$   
 De là le moment total, qui tend à élever la machine autour de T, fera  
 $\equiv aav (f \cos \theta + b) \sin \phi^2 - P (f \cos (\theta - \phi) + c \cos \phi)$   
 $- \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi) - R [f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \phi)] \sin \psi$ .

17. Soit la tension de la ficelle en T  $\equiv T$ , & toutes les forces qui sollicitent la machine étant résolues en d'autres suivant la direction de la ficelle DT, la tension de la ficelle sera ainsi exprimée :

$$T \equiv aav \sin \phi^2 \sin \theta - (P + Q) \sin (\theta - \phi) + R \sin \psi \cos (\theta + \psi - \phi).$$

PRO.



## PROBLEME II.

18. Indiquer la situation que prendra le Cerf-volant exposé au vent

## SOLUTION.

19. Que tout demeure comme dans le Problème précédent. Comme donc tous les momens qui tendent à changer la situation de la machine sont déjà connus, & qu'il est constant par les principes de la Statique, que le Cerf volant restera dans une situation telle que tous ses momens se détruiront l'un l'autre, il est évident que l'état d'équilibre du Cerf-volant sera exprimé par les trois équations suivantes.

$$\text{I. } eev \sin \psi^2 = R \cos \psi$$

$$\text{II. } aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$$

$$\text{III. } aav (f \cos \theta + b) \sin \phi^2 = P [f \cos (\theta - \phi) + c \cos \phi] + \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi) + R [f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \theta) \sin \psi].$$

20. Si on prend la valeur de la seconde équation  $aavb \sin \phi^2$  pour la substituer dans la troisième, elle se changera dans la suivante  $aav \sin \phi^2 \cos \theta = P \cos (\theta - \phi) + R \sin \psi \sin (\psi + \theta - \phi) + \frac{1}{2} Q \cos (\theta - \phi).$

21. Qu'on pose à présent pour abréger  $\frac{R}{eev} = 2m$ , & de la premiere équation on tire aisément  $\cos \psi = -m + \sqrt{1 + mm}$ , & de là  $\sin \psi = \sqrt{-2mm + 2m\sqrt{1 + mm}}$ , En connoissant donc l'angle  $\psi$ , on pourra trouver aisément par la seconde équation l'angle  $\phi$ . Mais la seconde équation développée se changera en une autre du quatrième ordre.

22. A l'égard de la troisième équation, les deux angles  $\phi$  &  $\psi$  étant déjà connus, elle donnera d'abord étant développée la valeur pour tang  $\theta$  de cette maniere

$$\text{tang } \theta = \frac{aav \sin \phi^2 - (P + \frac{1}{2} Q) \cos \phi - R \sin \psi \sin (\psi - \phi)}{(P + \frac{1}{2} Q) \sin \phi + R \sin \psi \cos (\psi - \phi)}$$

23. D'où l'on tire encore pour l'inclinaison de la ficelle à l'horizon

$$\text{tang}(\theta - \phi) = \text{tang DTR} = \frac{aav \sin \phi^2 \cos \phi - R \sin \psi^2 - (P + \frac{1}{2} Q)}{aav \sin \phi^3 + R \sin \psi \cos \psi}$$

Enfin la ficelle devra être retenue en T par la force

$$T = aav \sin \phi^2 \sin \theta - (P + Q) \sin (\theta - \phi) + R \sin \psi \cos (\theta + \psi - \phi), \text{ ou}$$

$$T = \left( \frac{c-b}{b} P - Q \right) \cos \phi \sin \theta + \frac{d-b}{b} R \sin \psi \sin (\psi - \phi) \sin \theta \\ + (P + Q) \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \cos (\psi - \phi) \cos \theta.$$

### PROBLEME III.

24. Déterminer la disposition du Cerf-volant, suivant laquelle un vent donné l'élèvera le plus haut en l'air.

#### SOLUTION.

25. Comme le Cerf-volant est dit être élevé le plus haut, quand, le reste étant égal, l'inclinaison de la ficelle à l'horizon devient la plus grande, il faut que la formule suivante pour tang DTR trouvée par le Problème précédent soit rendue un *maximum*

$$\frac{aav \sin \phi^2 \cos \phi - R \sin \psi^2 - P - \frac{1}{2} Q}{aav \sin \phi^3 + R \sin \psi \cos \psi}$$

26. Qu'on pose à présent pour abréger,  $\frac{R \sin \psi^2 + P + \frac{1}{2} Q}{aav} = A,$

&  $\frac{R \sin \psi \cos \psi}{aav} = B,$  & la formule qu'il s'agit de rendre un

*maxi-*



*maximum* se changera en celle-ci  $\frac{\sin \phi^2 \cos \phi - A}{\sin \phi^3 + B}$  dont le différentiel doit par conséquent être posé égal.

27. Mais, comme cette relation entre les distances  $CB = b$ ,  $DG = c$  &  $BD = d$ , doit être cherchée, & que les quantités  $A$  &  $B$  ne renferment pas les distances mêmes, on pourra les considérer comme constantes dans la différentiation.

28. Il restera donc le seul angle  $\phi$  variable; & l'on pourra même connoître comment il dépend de ces intervalles par la seconde équation,

$$aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$$

29. Mais la quantité  $\frac{\sin \phi^2 \cos \phi - A}{\sin \phi^3 + B}$  étant différentiée

fournira cette équation

$$2d\phi \cos \phi^2 \sin \phi^4 - 3d\phi \sin \phi^4 \cos \phi^2 - d\phi \sin \phi^6 \\ + 2Bd\phi \sin \phi \cos \phi^2 - Bd\phi \sin \phi^3 + 3Ad\phi \sin \phi^2 \cos \phi = 0,$$

ou celle-ci

$$- \sin \phi^3 - 3B \sin \phi^2 + 2B + 3A \sin \phi \cos \phi = 0$$

laquelle étant développée donnera l'équation du sixième ordre

$$\sin \phi^6 + 6B \sin \phi^5 + 9(AA + BB) \sin \phi^4 - 4B \sin \phi^3 \\ - (9AA + 12BB) \sin \phi^2 + 4BB = 0.$$

30. Si à présent la valeur pour  $\phi$  trouvée par cette équation est substituée dans la seconde :  $aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$  la relation requise entre les distances  $b$ ,  $c$ , &  $d$ , pourra être connue; ce que demandoit le Problème.

### *Remarque.*

31. Comme on ne sçauroit, à cause de la prolixité du calcul, passer ultérieurement, employons quelque exemple. Pour cet effet



considérons un Cerf-volant déjà construit, & recherchons par le calcul, de la manière indiquée dans cette solution, le point D où la ficelle doit être attachée, afin que le Cerf-volant soit élevé à la plus grande hauteur.

#### EXEMPLE.

32. Soit le poids du Cerf-volant égal au poids d'un cylindre d'air, dont la base soit égale à la surface du Cerf-volant, & la hauteur de 4 pieds, ou bien qu'on pose  $P = 4aa$ . Que l'on suppose de plus la surface de la queue attachée égale à la quatrième partie de la surface du Cerf-volant, ou soit  $aa = 4ee$ ; & le poids de cette queue soit statué  $= 2ee = \frac{aa}{2}$ . Soit enfin le poids de la ficelle tel qu'il égale un cylindre d'air, qui auroit la base  $aa$  & la hauteur d'un pied : & l'on aura  $P = 4aa$ ,  $Q = aa$ , &  $R = \frac{aa}{2} = 2ee$ .

33. Comme nous avons déjà posé §. 21  $\frac{R}{2eev} = m$ ; on aura  $m = \frac{1}{v}$ , de là

$$\sin \psi = \frac{V_2}{V[1+V(1+vv)]} \text{ \& } \cos \psi = \frac{v}{1+V(1+vv)} \quad \text{D'où}$$

$$A = \frac{1}{v[1+V(1+vv)]} + \frac{9}{2v} \text{ \& } B = \frac{1}{[1+V(1+vv)]V_2[1+V(1+vv)]}$$

A' moins donc qu'outre cela la vitesse du vent ne soit donnée, on ne pourra plus arriver à des conclusions générales ultérieures, sans se jeter dans le calcul le plus fatigant.

34. Mais, quand même on prendroit quelque vitesse déterminée du vent, l'exemple n'en fera pas moins général; car, après avoir trouvé une raison entre les distances  $b$ ,  $c$ , &  $d$ , pour une vitesse don.



donnée du vent, telle que par là le Cerf-volant s'élève à la plus grande hauteur ; cette même raison ne laissera pas d'avoir également lieu pour toute autre vitesse du vent.

35. Comme donc, si l'espace, parcouru par le vent en une seconde, est appelé  $s$ , & que  $v$  soit  $= \frac{s^2}{2g}$ ,  $g$  dénotant la hauteur qu'un corps grave tombant librement parcourt en 1'', cette lettre  $g$  fera à peu près 15, de sorte que  $v$  soit  $= \frac{s^2}{30}$ . Posons que le vent parcoure en une seconde l'espace de 15 pieds, & nous aurons  $v = 7,5$ .

36. De là on trouve premièrement  $\sin \psi = 0,48319$ , &  $\cos \psi = 0,87552$  ; d'où l'angle même fera  $\psi = 28^\circ, 53'$ . De plus, à l'égard des lettres A & B, elles seront exprimées de la manière suivante.

$$A = 0,61556, \text{ \& } B = 0,0282$$

37. D'où l'équation à résoudre sortira telle  
 $\sin \phi^6 + 0,1692 \sin \phi^5 + 3,41671 \sin \phi^4 - 0,1128 \sin \phi^3$   
 $- 3,4191 \sin \phi^2 + 0,00318 = 0$   
 de laquelle on tire par approximation la racine  $\sin \phi = 0,89688$ .  
 De là  $\phi = 63^\circ, 45'$  &  $\cos \phi = 0,44228$ .

38. A' présent toutes ces valeurs étant substituées dans la seconde équation

$$aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$$

cela donne premièrement

$$7,5b \sin \phi^2 = 4c \cos \phi - 0,24159 d \sin (\phi - 28^\circ 53')$$

& enfin,

$$6,03229 b = 1,7691 c - 0,13779 d :$$

Par où il faut définir la raison de ces intervalles  $b, c$  &  $d$ .



39. Mais, comme on compte ces intervalles du point D, & que ce point étant inconnu doit aussi être défini qu'on introduise les distances des point G & C du point fixe B, & qu'on les nomme  $BG = \gamma$ ;  $CB = \epsilon$ , & que  $BD$  demeure  $= d$ , on aura  $b = d - \epsilon$  &  $e = d - \gamma$ ; d'où les intervalles  $BG$ ,  $CB$  &  $DB$  doivent être déterminés par l'équation suivante,

$$4,4015 d - 6,0329 \epsilon + 1,7691 \gamma = 0.$$

40. Si donc les lieux des points G & C sont donnés, la distance du point D de la queue du Cerf-volant B sera déterminée de façon que soit

$$BD = 1,3706 BC - 0,4019 BG.$$

Et ainsi l'on est assuré du point où la ficelle doit être attachée afin que le Cerf-volant s'élève à la plus grande hauteur.

41. Or la hauteur du Cerf-volant doit alors être déterminée par l'équation suivante.

$$\text{rang}(\theta - \phi) = \frac{\sin \phi^2 \cos \phi - A}{\sin \phi^3 + B} = \frac{\sin^2 \phi \cos \phi - 0,61556}{\sin^3 \phi + 0,0282}$$

& en substituant pour  $\sin \phi$  &  $\cos \phi$  les valeurs qui viennent d'être trouvées, on aura;

$$\text{rang}(\theta - \phi) = \frac{0,25980}{0,74964}, \text{ \& de là l'angle même}$$

$$DTR = \theta - \phi = 28^\circ, 21'.$$

Par conséquent le Cerf-volant ne sera pas encore élevé au dessus de l'horizon par la force d'un vent qui parcourt l'espace de 15 pieds en une seconde.

42. A' présent on a trouvé pour un vent quelconque l'inclinaison de la ficelle à l'horizon telle :

$$\text{rang}(\theta - \phi) = \frac{aav \sin \phi^2 \cos \phi - R \sin \psi^2 - (P + \frac{1}{2}Q)}{aav \sin^3 \phi + R \sin \psi \cos \psi}$$

ou pour le Cerf-volant actuel

tang





$$\text{tang } (\theta - \phi) = \frac{2 v \sin \phi^2 \cos \phi - \sin \psi^2 - 9}{v \sin \phi^3 + \sin \psi \cos \psi}$$

mais on trouve l'angle  $\psi$  par cette formule :  $\cos \psi = -m + \sqrt{1 + mm}$ ,  
ou par celle-ci  $\sin \psi = \sqrt{2m} [-m + \sqrt{1 + mm}]$  existant

$$m = \frac{R}{2ccv}, \text{ ou pour le cas présent } m = \frac{1}{v} = \frac{2g}{ss}.$$

43. Enfin l'angle  $\phi$  se tire de l'équation suivante du quatrième ordre ;

$$bbvv \sin \phi^4 + bdv \sin \psi \cos \psi \sin \phi^3 + \left[ 16cc + (4cd + \frac{1}{4}dd) \sin \psi^2 \right] \sin \phi^2 - (4c + \frac{1}{2}d \sin \psi^2)^2 = 0$$

& si l'on prend de plus les distances  $b, c$ , &  $d$ , telles qu'on satisfasse à cette équation.

$$6,0329 b - 1,7691 c + 0,1578 d = 0$$

le Cerf-volant sera élevé à la plus grande hauteur. Deux de ces distances seront donc toujours arbitraires & la troisième sera déterminée par l'équation que nous venons d'indiquer.

44. Voyons à présent quelles valeurs peuvent être substituées le plus convenablement pour les deux autres intervalles, de façon que la stabilité du Cerf-volant dans l'équilibre, ou la force qui l'y rétablit, après que quelque autre force l'en avoit tiré, devienne la plus grande.

45. Car, comme une des principales précautions à observer dans la construction de semblables Cerf-volans, c'est de prévenir que la machine ne vienne tout à coup à tomber à terre, dès que son équilibre est troublé par quelque cause, avant que d'alléguer un plus grand nombre d'exemples, il sera expédient de rechercher la disposition la plus convenable pour satisfaire à une condition aussi essentielle ; ce qui fournit occasion à résoudre le problème suivant.

#### PROBLEME IV.

46. *L'état d'équilibre du Cerf-volant étant troublé par une cause quelconque, définir les forces qui tendent à le rétablir dans cet état.*



## S O L U T I O N.

47. Comme il y a ici trois angles, sçavoir  $BSX = \psi$ ,  $ACI = \phi$ , &  $ADT = \theta$ , qui définissent l'état d'équilibre, l'équilibre peut aussi être troublé en trois manières, suivant que chacun de ces angles à part est exposé à quelque variation.

48. Que l'angle  $\psi$  premièrement éprouve quelque variation infiniment petite, & qu'il s'accroisse de l'élément angulaire  $d\psi$ , ou qu'on suppose que le plan attaché  $BH$  soit mû par quelque force vers le côté  $SX$ , & qu'on cherche la force qui rétablit ce plan attaché dans son état d'équilibre.

49. Soit donc l'angle  $BSX = \psi + d\psi$ , & la force de gravité  $Ss$  tendra à augmenter encore davantage cet angle, tandis que l'autre force du vent y produira un effet contraire, & par conséquent s'efforcera de ramener le plan dans son état l'équilibre.

50. Le moment donc de ces deux forces pour rétablir l'équilibre sera :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} e e k v \sin(\psi + d\psi)^2 &= \frac{1}{2} k R \cos(\psi + d\psi), \text{ ou} \\ \frac{1}{2} e e k v (\sin\psi + d\psi \cos\psi)^2 &= \frac{1}{2} k R (\cos\psi - \sin\psi d\psi), \text{ ou} \\ \frac{1}{2} e e k v (\sin\psi^2 + 2 d\psi \sin\psi \cos\psi) &= \frac{1}{2} k R (\cos\psi - \sin\psi d\psi). \end{aligned}$$

51. Mais comme l'état d'équilibre demande cette équation

$$\frac{1}{2} e e k v \sin\psi^2 = \frac{1}{2} k R \cos\psi = 0,$$

le moment qui restitue le plan attaché  $BH$  sera

$$\begin{aligned} k d\psi \sin\psi (e e v \cos\psi + \frac{1}{2} R), & \text{ ou} \\ \frac{e e k v d\psi \sin\psi}{2 \cos\psi} (2 \cos\psi + \sin\psi^2) \end{aligned}$$

52. Que l'angle  $ACI = \phi$  soit de plus augmenté par quelque accident de l'élément  $d\phi$  & que cet angle  $ACI$  soit  $= \phi + d\phi$ , alors la force du vent  $Cc$  tendra à remettre le Cerf-volant dans son état



état d'équilibre, tandis que les deux autres forces GP & BH produiront l'effet opposé.

53. Le moment donc de ces trois forces pour rétablir le Cerf-volant dans son état d'équilibre autour du point D, sera

$$aavb \sin(\varphi + d\varphi)^2 - Pc \cos(\varphi + d\varphi) - Rd \sin \psi \sin(\psi - \varphi - d\varphi),$$

ou

$$aavb(\sin \varphi^2 + 2 d\varphi \sin \varphi \cos \varphi) - Pc(\cos \varphi - d\varphi \sin \varphi) - Rd \sin \psi [\sin(\psi - \varphi) - d\varphi \cos(\psi - \varphi)]$$

qui, à cause de  $aavb \sin \varphi^2 - Pc \cos \varphi - Rd \sin \psi \sin(\psi - \varphi) = 0$  se change en celui-ci

$$2 aavb d\varphi \sin \varphi \cos \varphi + Pc d\varphi \sin \varphi + Rd d\varphi \sin \psi \cos(\psi - \varphi),$$

ou en

$$\frac{d\varphi}{\sin \varphi} [Pc(2 \cos \varphi^2 + \sin \varphi^2) + Rd(2 \cos \varphi^2 + \sin \varphi^2 - \sin \varphi \sin \psi \cos(\varphi + \psi))],$$

Il faudra donc prendre garde que la distance, tant de la queue ou du point B, & du centre de gravité G, du point D auquel la ficelle est attachée, devienne assés grande.

54. Que les angles  $\psi$  &  $\varphi$  soyent donc censés retenir leurs justes valeurs, mais l'angle DTR  $= \theta - \varphi$ , & de là aussi ADT  $= \theta$ , soit augmenté par quelque accident d'une quantité infiniment petite  $d\theta$ ; que l'angle ADT devienne donc  $= \theta + d\theta$ ; & l'on aura le moment de la force pour rétablir la machine dans son premier état

$$- aav[f \cos(\theta + d\theta) + b \sin \varphi^2 + P(f \cos(\theta + d\theta - \varphi) + c \cos \varphi)] \\ + \frac{1}{2} Q f \cos(\theta + d\theta - \varphi) + R[f \sin(\theta + d\theta + \psi - \varphi) + d \sin(\psi - \varphi)] \sin \psi.$$

55. Mais comme on a

$$- aav(f \cos \theta + b) \sin \varphi^2 + P[f \cos(\theta - \varphi) + c \cos \varphi] + \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \varphi) \\ + R[f \sin(\theta + \psi - \varphi) + d \sin(\psi - \varphi)] \sin \psi = 0$$

le moment de la force de restitution sera

$$+ aafvd\theta \sin \theta \sin \varphi^2 - Pf d\theta \sin(\theta - \varphi) - \frac{1}{2} Q f d\theta \sin(\theta - \varphi) \\ + R f d\theta \cos(\theta + \psi - \varphi) \sin \psi$$



ou  $\frac{f d \theta}{\cos \theta} [(P + \frac{1}{2} Q) \sin \phi + R \sin \psi \cos (\psi - \phi)]$

d'où il paroît que, plus la ficelle est longue, & plus la machine se rétablira vite dans sa première position.

56. Les règles générales pour faire de semblables Cerf-volans, seront donc les suivantes. Premièrement la queue doit être assez longue; les distances des points B & G du point D les plus grandes possibles, & la ficelle fort longue; car alors le Cerf-volant sera assez stable dans son état d'équilibre. En second lieu, les intervalles  $b$ ,  $c$ , &  $d$ , doivent être pris de façon qu'on satisfasse à cette équation,

$$a a v b \sin \phi^2 - P c \cos \phi - R d \sin \psi \sin (\psi - \phi) = 0$$

& dans ce cas le Cerf-volant s'élèvera à la plus grande hauteur.

#### EXEMPLE I.

57. Supposons que le même Cerf-volant que nous avons déjà décrit dans l'exemple du Problème précédent soit exposé à un vent plus fort qui parcourt dans 1'' l'espace de vint pieds.

58. Avant que de déterminer la position d'équilibre du Cerf-volant, qu'on définisse premièrement les lieux des points G, C & D: soit donc la distance BG =  $\gamma$  = 1 pied, & BC =  $\epsilon$  = 1,5 pieds; & l'on aura pour la distance DB =  $d$ ;  $4,4015 d - 7,2802 = 0$ ; de là  $d = \frac{72802}{44015} = 1,654$ , d'où nous aurons  $b = 0,154$ , &  $c = 0,654$ .

59. Comme  $s$  est = 20,  $v$  sera =  $\frac{ss}{30} = \frac{40}{3} = 13,33$ ,

$m = \frac{1}{48} = 0,075$ , d'où  $1/\sin \psi = 9,5717728$ , &  $1/\cos \psi = 9,9674544$ ; donc l'angle même  $\psi$  est =  $21^\circ, 54'$ ; d'où il faudra résoudre pour trou-



trouver l'angle  $\phi$  l'équation suivante  $4,2161 \sin \phi^4 + 1,1755 \sin \phi^3 + 7,5407 \sin \phi^2 - 7,4589 = 0$ , ou celle-ci  $\sin \phi^4 + 0,2788 \sin \phi^3 + 1,7885 \sin \phi^2 - 1,7691 = 0$ .

60. Or, la racine de cette équation étant trouvée, on aura pour l'inclinaison de la ficelle,

$$\text{tang} (\theta - \phi) = \frac{26,666 \sin \phi^2 \cos \phi - 9,1391}{13,333 \sin \phi^3 + 0,34612}.$$

Mais on trouve par approximation  $\sin \phi = 0,8130516$ ; de là l'angle  $\phi = 54^\circ, 23'$ , &  $\text{tang} (\theta - \phi) = \frac{112384}{751237}$ . Donc l'inclinaison de la ficelle à l'horizon fera l'angle  $DT R = \theta - \phi = 8^\circ, 30'$ .

#### EXEMPLE 2.

61. Que tout demeure comme dans l'exemple précédent, excepté la vitesse du vent, qui soit à présent censée parcourir en une seconde l'espace de 30 pieds. Soit donc  $s = 30$ , & l'on aura,  $v = 30$ , &  $m = 0,033333$ ; & de là  $\cos \psi = 0,967222$ , & l'angle même  $BSX = \psi = 14^\circ, 42'$ .

62. Mais, en substituant dans l'équation  $b b v v \sin \phi^4 + b d v \sin \psi \cos \psi \sin \phi^3 + [16cc + (4cd + \frac{1}{4}dd) \sin \psi^2] \sin \phi^2 - (4c + \frac{1}{2}d \sin \psi^2)^2 = 0$  la valeur pour l'angle  $\psi$ , aussi bien que les valeurs trouvées dans le premier exemple pour  $b, c$ , &  $d$ , elle se changera en celle-ci  $21,3444 \sin \phi^4 + 1,87681 \phi \sin^3 + 7,16655 \sin \phi^2 - 7,12530 = 0$ , ou en la suivante,

$\sin \phi^4 + 0,08793 \sin \phi^3 + 0,33575 \sin \phi^2 - 0,33382 = 0$ , dont la racine sera à très peu près  $\sin \phi = 0,64345$ , d'où l'angle même  $ACI = \phi = 40^\circ, 3'$ .

63. L'angle  $\phi$  étant à présent trouvé, on aura pour l'élévation du Cerf-volant  $\tan(\theta - \phi) = 0,3262308$ , & de là l'inclinaison de la ficelle à l'horizon, ou l'angle  $DTR = \theta - \phi = 64^{\circ}, 44'$ .

#### C O N C L U S I O N.

64. J'ai pris dans ces Exemples le même Cerf-volant que j'ai considéré dans le second cas, & j'ai supposé de plus qu'on y avoit attaché une queue faisant la moitié de son poids, afin qu'on puisse juger plus aisément de la prérogative que l'un a sur l'autre.

65. Nous avons vu le Cerf-volant, tel que nous l'avons considéré dans le second cas, c'est à dire sans queue, poussé par un vent qui parcourt dans une seconde l'espace de vint pieds, s'élever seulement à l'angle de  $4^{\circ}, 67'$ , au lieu que le même Cerf-volant chargé d'une queue qui a la moitié de son poids, monte à une hauteur double; & avec un vent qui parcourt de la même manière trente pieds dans une seconde, l'inclinaison de la ficelle à l'horizon a été trouvée  $64^{\circ}, 44'$  au lieu que sans cette queue attachée le même angle ne va pas beaucoup au delà de 32. D'où il paroît que le plan attaché a une grande influence pour augmenter l'élévation, qui de cette manière devient double.

Tab. VI. ad pag. 365.

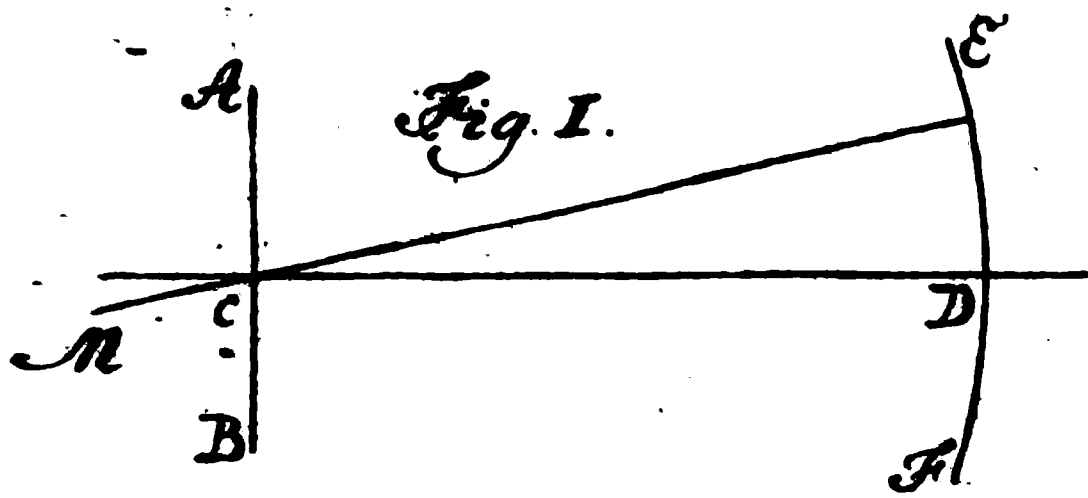


Fig. I.

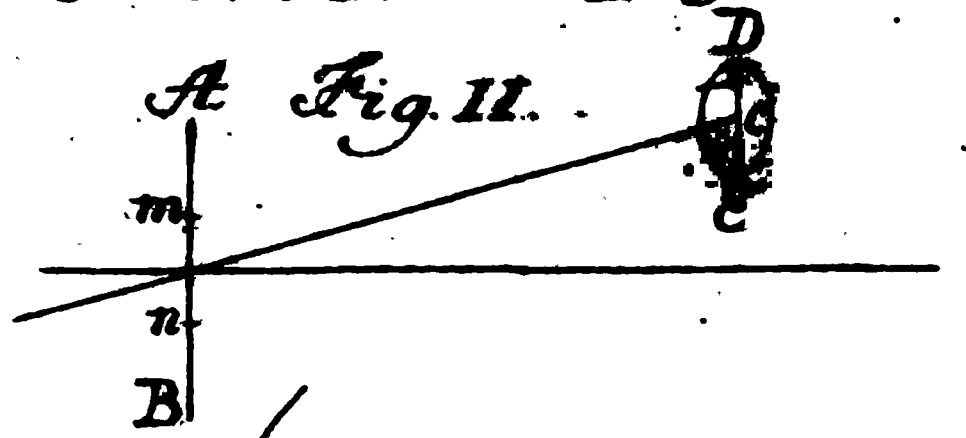


Fig. II.

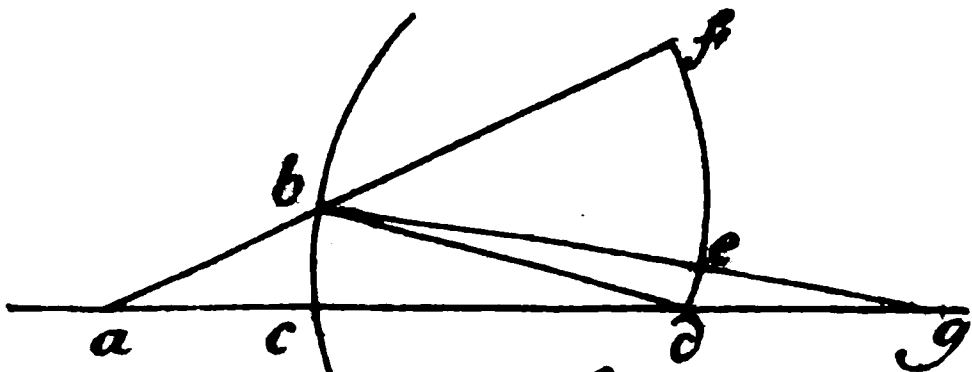


Fig. III.

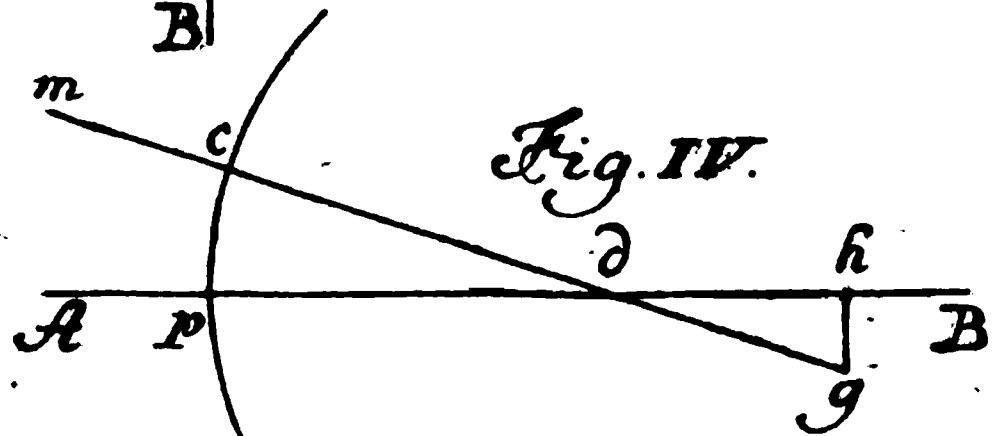


Fig. IV.

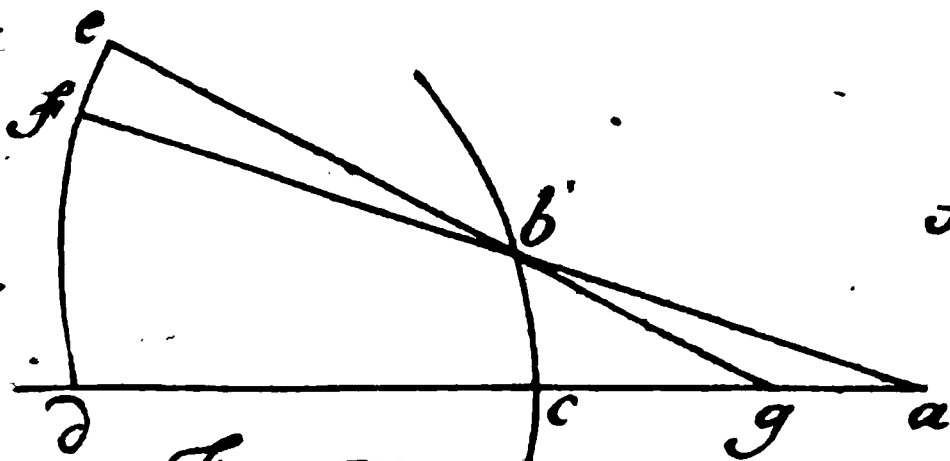


Fig. V.

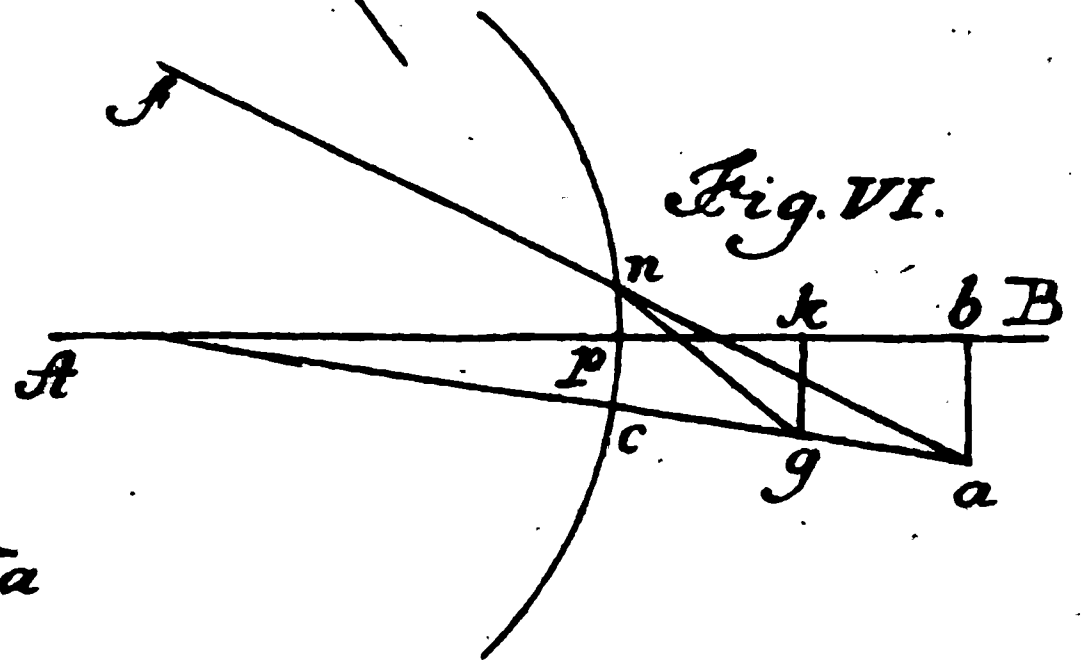


Fig. VI.

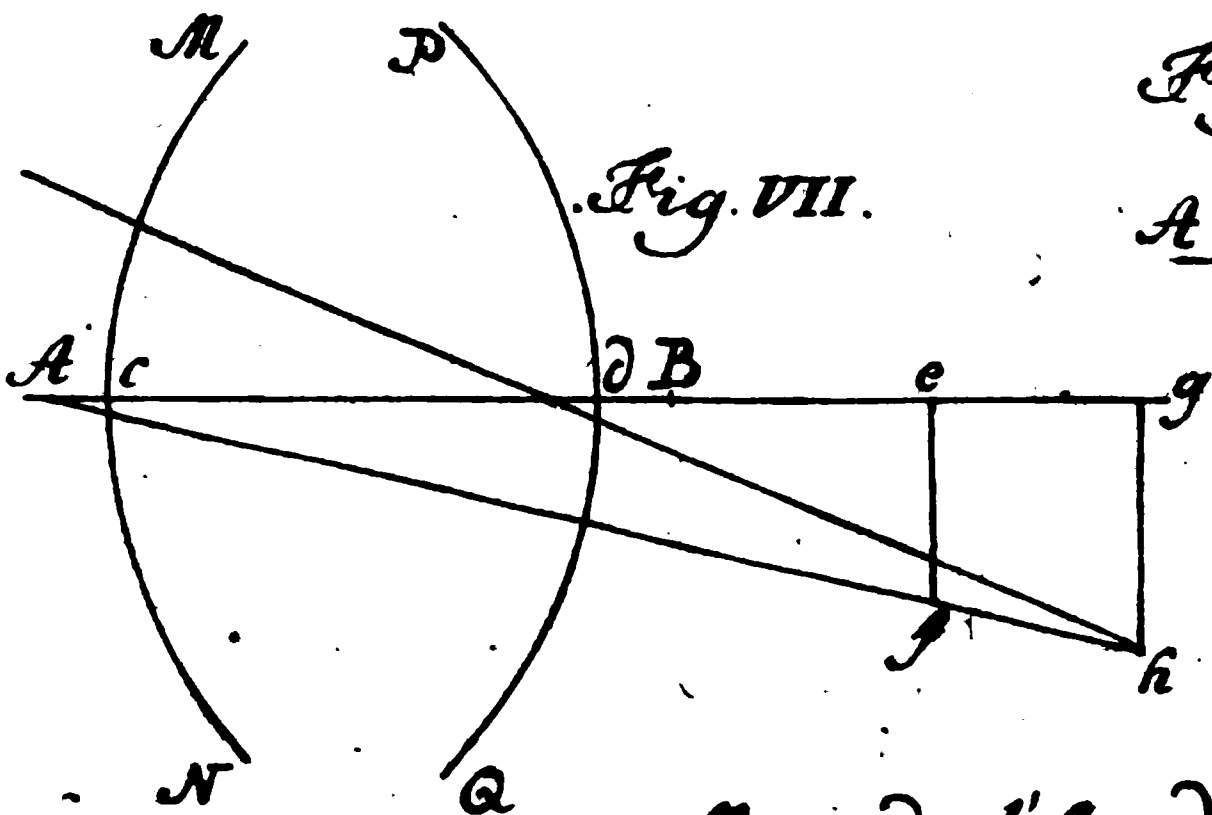


Fig. VII.

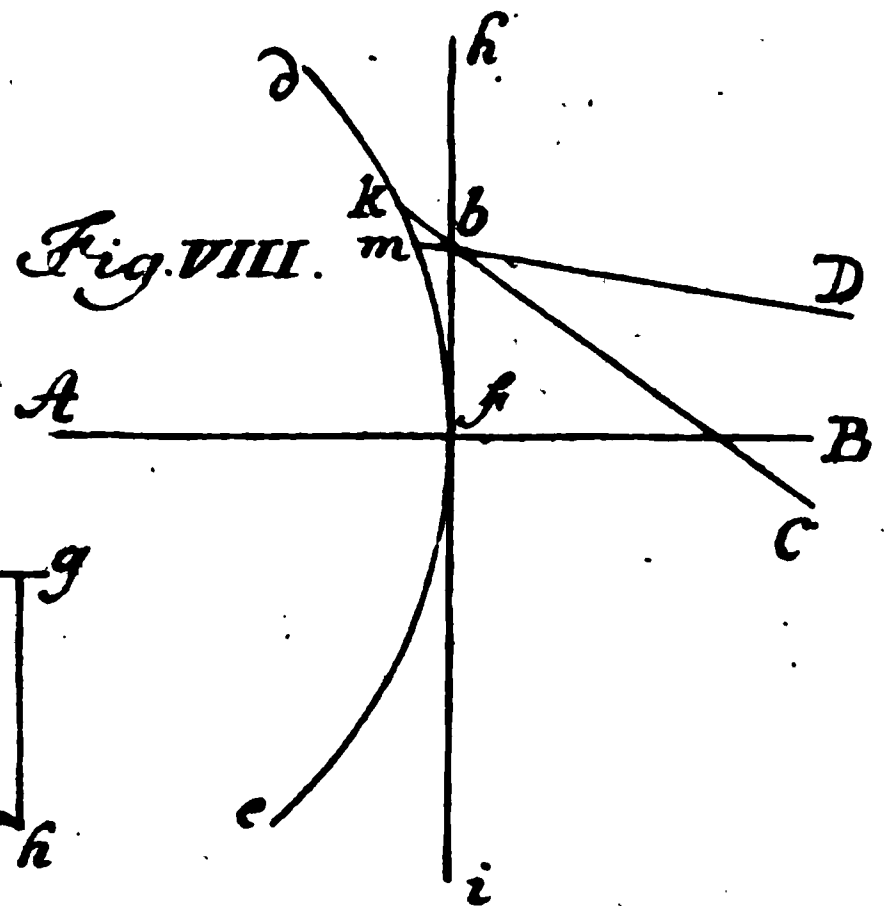


Fig. VIII.

Mem. de l'Acad Tom. XII. ad pag. 386.

1760. 1761.

1. 4.

11. 1. 1952, 1953

CC

3.

15

12-10-1964

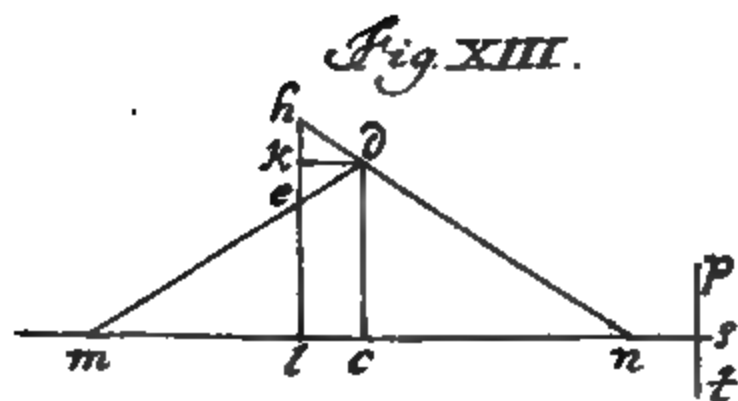
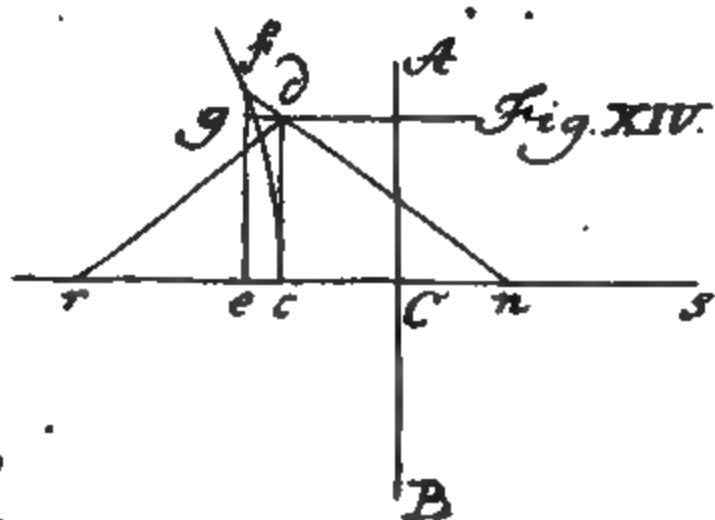
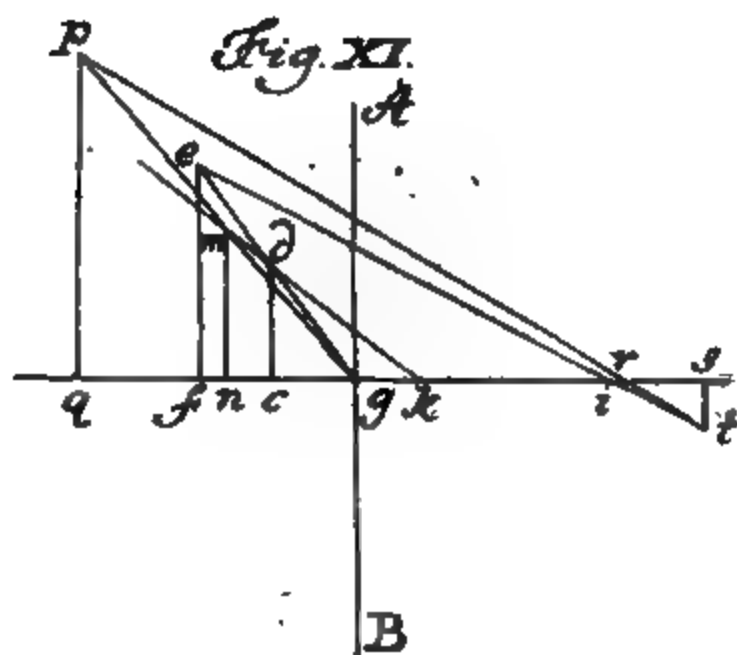
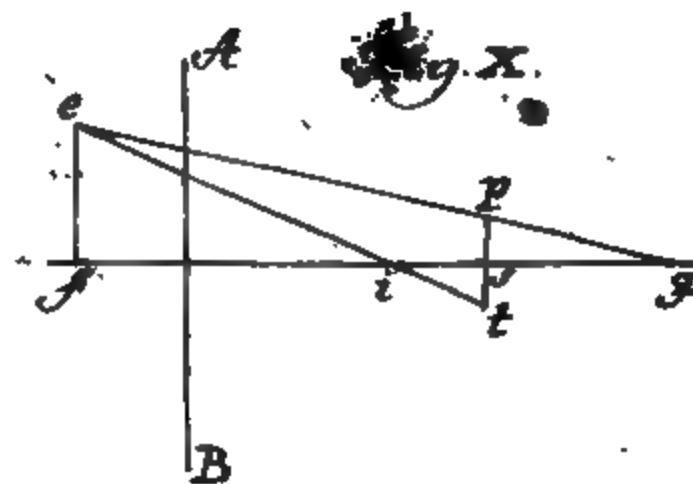
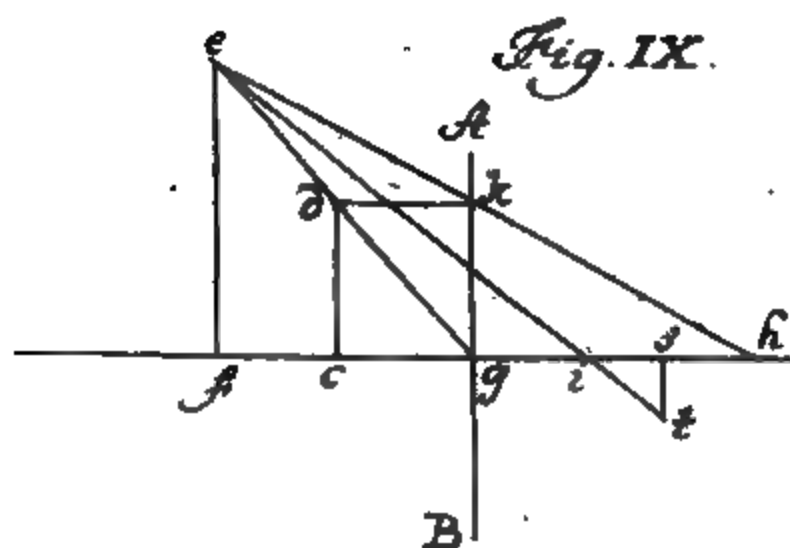
77

my 11th and 12th years.

٥١

1









**R E C H E R C H E S**  
**SUR LES INCONVÉNIENTS QU'ON A LIEU**  
**DE CRAINDRE DANS L'USAGE DU MICROMETRE, SUR-**  
**TOUT PAR RAPPORT AUX INSTRUMENS QU'ON**  
**ADAPTE AU QUART DE CERCLE,**

**PAR M. AEPINUS.**

*Traduit de l'Allemand.*

**M**r. le Chevalier *de Louville* est le premier qui se soit avisé de garnir d'un Micrometre le Tube dont on se sert pour les Instrumens adaptés au Quart de cercle. Quelque petite que cette découverte puisse paroître au premier coup d'oeil, il faut pourtant avouer qu'elle a été de la plus grande utilité, & que les Observations Astronomiques obtiennent par ce moyen une exactitude, à laquelle il étoit fort difficile de parvenir en se bornant à la disposition jusqu'alors usitée des Instrumens. En lisant la Description même de l'Inventeur, telle qu'il l'a insérée dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1714. on peut se faire une idée complète de cette disposition des Instrumens pourvus d'un Micrometre, de la maniere de s'en servir, & des avantages de cette méthode ; ainsi je me contenterai d'en rapporter ici en peu de mots ce qu'il y a de plus essentiel.

La différence capitale entre l'Instrument disposé suivant les règles de Mr. *de Louville*, & ceux dont on s'étoit servi jusqu'alors, consiste dans la maniere de diviser le bord de l'Instrument. Au lieu qu'on se donnoit beaucoup de peine pour faire cette division en parties aussi petites qu'il étoit possible, le Chevalier *de Louville* n'exige qu'une division en arcs égaux de 10, ou si ce sont de fort grands Instrumens, de 5 mi-

notes. De plus il ne faisoit pas cette division comme de coutume, par des lignes ou traits, mais par des points déliés. De plus petites divisions sur un semblable Instrument ne sont pas nécessaires, car on y parvient à l'aide du Micrometre. Quand on veut ensuite réellement employer un Instrument ainsi disposé, on s'y prend de la maniere suivante. Comme on fait presque toujours d'avance d'une maniere constante, à quelques minutes près, quelle est la hauteur à mesurer, on place le quart de cercle vertical pour l'Observation, & de façon que le fil attaché au centre de l'Instrument passe par le milieu de celui de ces points de division qui est le plus près de la hauteur à mesurer. Quand on fait, par exemple, que cette hauteur monte environ à  $43^{\circ} 14'$ , on place l'Instrument de façon que le fil passe par le point de division de  $43^{\circ} 10'$ . Si l'Instrument est bien vérifié, alors le centre du Micrometre, ou le point de division du fil vertical & immobilement horizontal, se trouve correspondre exactement au point dont la hauteur est  $43^{\circ} 10'$ . L'Instrument ayant été placé suivant cette méthode dans la position convenable, on attend le tems auquel l'Etoile, ou le point dont on veut savoir la hauteur, vient dans le tube, & alors en tournant la vis du Micrometre, on remue le fil horizontal mobile jusqu'à ce qu'il passe précisément par le point à mesurer. On apprend par cette opération, de combien l'Etoile s'est éloignée, soit au dessus, soit au dessous, de  $43^{\circ} 10'$ , & quand on ajoute ensuite à ce nombre, ou qu'on en retranche, cette différence trouvée par le Micrometre, on obtient par ce moyen la hauteur désirée.

Les avantages de cette méthode de Mr. de Louville se manifestent déjà dans la construction de l'Instrument. Il est beaucoup plus aisé d'arriver par ce moyen à des divisions exactes, qu'en suivant la maniere précédemment reçue; & le travail est si leger, & demande une habileté si peu extraordinaire, que, sans être soi-même Artiste, on peut aisément en venir à bout. Quant à l'usage de l'Instrument même, on y trouve le grand avantage, qu'avant l'arrangement né-

ces.



cessaire pour l'Observation actuelle on peut lui donner la disposition convenable, & qu'on a du tems de reste abondamment, pour examiner avec soin, si toutes les précautions requises ont été poussées aussi loin qu'elles doivent l'être. Comme avec cela, pendant l'Observation même, on n'a besoin de remuer autre chose que la petite vis du Micrometre, on est sûr que rien ne sauroit se déplacer, & l'on peut tourner toute son application à bien faire tomber le fil du Micrometre sur le point dont on veut mesurer la hauteur. Voilà déjà de bien grands avantages; mais il s'y en joint encore un qui n'est pas moins considérable. La division par des points met en état de donner à l'Instrument la situation convenable, avec une exactitude qu'il est difficile d'obtenir dans les autres divisions. Quand les points de division sont bien ronds, & ont un diametre environ trois fois plus grand que le cheveu, ou fil attaché au centre, on auroit peine à croire avec quelle précision on peut distinguer à l'aide d'un microscope, si le fil passe réellement par le milieu du point de division. Le Chevalier de Louville assure, qu'avec un quart de Cercle d'environ trois pieds, on peut arriver à des déterminations si exactes, qu'on ne court jamais risque de commettre une erreur qui aille au delà de trois, ou tout au plus, quatre secondes. On ne lui contestera pas la vérité de cette assertion, si l'on entreprend de faire soi-même des Observations avec le secours d'un Instrument ainsi réglé; & peut-être que cette conviction sera poussée encore plus loin, si l'on répète un essai que j'ai fait diverses fois, & que je vais décrire ici succinctement.

En supposant d'abord qu'on se serve d'un Microscope qui grossisse vingt fois, alors un cheveu, ou un fil de l'épaisseur d'un cheveu, vu que le diametre d'un cheveu est environ  $\frac{1}{80}$  de ponce, un semblable fil, dis-je, paroitra avoir à peu près au juste la grosseur de  $\frac{1}{4}$  de ligne; & le point même auquel je donne un diametre trois fois plus grand, parce que cette proportion est réellement très commode, & contribue beaucoup à procurer l'exactitude désirée, le point, dis-je, se montrera de la grosseur d'une ligne. C'est donc la même chose  
que



que si, à la simple vuë, on faisoit passer par un cercle qui auroit une ligne de diametre, un fil, ou une bande de papier, dont la largeur fut  $\frac{1}{4}$  de ligne, de façon que le milieu de cette bande passât exactement par le centre du cercle. Quand j'ai réitéré cet essai, je n'ai presque jamais pû découvrir d'erreur sensible. On peut donc s'assurer qu'il n'y a point d'erreur à craindre pour toute grosseur qui est encore observable à la simple vuë, c'est à dire, que l'erreur dans laquelle on pourroit tomber, ne monteroit jamais à  $\frac{1}{8}$  de lignes. Mais, comme le Microscope grossit 20 fois, une erreur de  $\frac{1}{8}$  de ligne à la simple vuë, se réduit à  $\frac{1}{160}$  de ligne. Et une semblable erreur, sur un quart de cercle de trois pieds, ne va environ qu'à deux secondes.

Je n'ai rapporté qu'une partie des avantages attachés à la méthode de Mr. de Louville ; il y en a d'autres qui se découvrent encore dans la pratique, & dont je m'abstiens de parler, parce qu'ils ne se rapportent pas à mon but. Mais, quelque avantageuse que soit d'un côté la disposition dont j'ai rendu compte jusqu'à présent, il faut avouer que de l'autre il se présente des raisons de craindre qu'elle ne conduise à quelque chose de défectueux. On prend toutes les petites divisions avec le Micrometre ; & comme il est extrêmement rare que le point dont on veut mesurer la hauteur soit celui pour lequel on a placé le centre du Micrometre, on est presque toujours obligé d'écarter considérablement le fil mobile de l'axe du tube. Cela donne lieu de craindre, que les mesures prises avec le Micrometre, quand elles se font à des distances considérables de l'axe du tube, soient incertaines & fautives. C'est par cette raison qu'on a commencé d'abandonner la disposition de l'Instrument astronomique prescrite par Mr. le Chevalier de Louville, quoiqu'elle eut été presque universellement adoptée. On demande que l'Etoile dont on doit prendre la mesure actuelle, se trouve dans l'axe du tube. Il faut donc que, pendant l'observation, ou tout l'Instrument, ou du moins le tube, soit mis en mouvement. On a fait choix du dernier, & l'on met le tube sur une règle mobile autour



pour du centre de l'Instrument. Mais alors le Micrometre devient inutile, & il faut prendre la peine de marquer les petites divisions, ou par des lignes tranversales, ou sur les arcs qui divisent l'Instrument, ou de quelque autre maniere.

Je ne crois pas m'avancer trop en disant que, par cette disposition, l'avantage d'avoir à l'axe du tube l'Etoile dont on veut mesurer la hauteur, en fait négliger d'autres considérables, & d'une grande commodité. On est obligé pendant l'Observation de remuer la règle avec le tube, & l'on se met incontestablement par là dans un plus grand danger de déranger l'état de tout l'Instrument, qu'on ne peut le faire par le mouvement de la seule petite vis du Micrometre. Je doute aussi beaucoup, que par tous les moyens rapportés ci-dessus, on soit en état de se procurer des divisions aussi exactes, qu'on peut les attendre du passage d'un fil par un point. Au moins est-il certain, & conforme à l'Expérience, qu'une division par un point, toutes les fois qu'elle peut avoir lieu, est préférable à toute autre.

Ces considérations m'ont fait naître l'idée de rechercher, si les erreurs qu'on a sujet de craindre en se servant du Micrometre pour les mesures prises à des distances considérables de l'axe, sont réellement assez considérables pour faire rejeter la méthode de Mr. de Louville. Cet objet m'a paru d'autant plus digne d'attention, que j'ai bien trouvé qu'on fait en général des remarques sur l'incertitude du Micrometre, mais que personne n'a déterminé positivement jusqu'où s'étendent les erreurs qui peuvent en résulter. Une méditation plus approfondie m'a fourni de nouvelles raisons de regarder la chose comme importante. Quand même on voudroit retrancher le Micrometre du nombre des Instruments adaptés au quart de cercle, on ne pourroit pas néanmoins s'en passer entièrement. Si c'est donc un Instrument défectueux, il est très à propos de connoître ses défauts, & d'avoir des règles au moyen desquelles on puisse déterminer à quoi montent les erreurs qu'il occasionne dans chaque cas, afin d'y faire l'attention convenable, & de corriger les Observations en conséquence.

Les suppositions sur lesquelles se fonde l'usage du Micrometre, & dont je dois présentement examiner la justesse, sont les suivantes.

Fig. 1.

1. Quand  $AB$  représente un objectif, dont le foyer principal est en  $D$ , il montre dans un fort grand éloignement les points d'une surface circulaire  $FE$ , qui a pour rayon la ligne  $CD$ .

2. Quand  $MC$  est le rayon de lumière, qui tombe d'un point fort éloigné sur le milieu de la lentille, ce point est représenté en  $m$ , où le rayon de lumière  $MC$  continué concourt avec la surface circulaire susdite  $EF$ .

3. La petite portion de cette surface circulaire qu'on voit à travers le tube, peut être prise sans erreur sensible pour une surface plane.

La plus légère connoissance des Principes de l'Optique suffit déjà pour faire connoître, que dans toutes ces suppositions il se commet des erreurs. On les regarde toutes comme sans conséquence ; ainsi la question est présentement de savoir, si elles sont réellement si petites qu'on puisse se croire en droit de les négliger. C'est ce qui ne peut être affirmé qu'après un calcul qui détermine exactement leur grandeur, & qui fournisse en même tems, au cas que parmi ces erreurs il y en ait d'assez considérables pour devoir être réputées dangereuses, le moyen d'assigner les corrections qui peuvent être nécessaires dans les mesures prises avec le Micrometre.

D'abord on suppose tacitement, que tous les rayons qui partent d'un point, se réunissent de même dans un point derrière l'objectif. Cela n'est pas rigoureusement vrai, car il est connu que, tant les figures sphériques des verres, que la diverse réfrangibilité des rayons, s'opposent à cette parfaite réunion. On peut donc déjà croire que ces circonstances influent ici à divers égards pour rendre l'usage du Micrometre peu sûr. Mais il est aisé de prouver aussi qu'elles altèrent en quelque chose la distinction de l'objet représenté, mais qu'elles





les ne produisent aucun effet par rapport au lieu où il paroît , & qu'ainsi la défiance qu'on a du Micrometre à cet égard est mal fondée.

Pour justifier ceci, en commençant par l'aberration qui pourroit naître de la sphéricité, qu'on suppose que  $AB$  soit un objectif, dont l'ouverture soit  $mn$ , que nous voulons supposer d'abord comme infiniment petite. Dans ces cas on sçait que la figure ne sçauroit causer aucune aberration, & que tous les rayons qui venant d'un point tomberont sur  $mn$ , se réuniront exactement en un point déterminé  $C$ . Mais, en supposant que l'ouverture soit rendue plus grande, & devienne présentement  $AB$ , alors les rayons qui tombent sur  $Am$  &  $Bn$  ne se réuniront plus exactement en  $C$ , mais ils s'écarteront des deux côtés du point  $C$ . Si donc on place à travers  $C$  une surface, les rayons s'y répandront en un petit cercle, dont  $C$  sera le centre, & la ligne  $DE$  le diamètre. Cela nuit sans contredit à la représentation distincte du point ; mais, comme il est naturel que l'oeil prenne le centre de ce cercle d'aberration pour le vrai lieu de la représentation, & que cela doit arriver d'autant mieux que l'on découvre plus aisément, que c'est au point  $C$  que les rayons de lumière sont le plus épais, ce doit être aussi par conséquent l'endroit où la représentation du point a le plus de vivacité : & l'on comprend sans peine que l'aberration ne doit point être dangereuse, ou propre à jeter de l'erreur dans les mesures prises avec le Micrometre.

Fig. II.

Il en est de même par rapport à l'aberration qui pourroit naître de la différente réfrangibilité de la lumière. On fait par l'expérience que les rayons jaunes sont les plus vifs. Si l'on suppose présentement que ce sont ces rayons seuls qui tombent sur la lentille  $AB$ , & qu'ils se réunissent tous dans le point  $C$ , il est à la vérité sûr que les autres rayons ne se réunissent pas au même endroit ; mais, si l'on met une surface en  $C$ , il n'en résultera d'autre effet, si ce n'est que les rayons se répandront aussi en un petit cercle  $DC$ , qui aura  $C$  pour centre. Ainsi l'oeil prendra toujours de même ici le point  $C$  pour le vrai lieu de la représentation ; & bien que l'image distincte souffre effective-



ment quelque altération, cela ne porte aucune atteinte immédiate à la certitude des mesures prises avec le Micrometre.

Je n'aurai donc pas besoin de m'arrêter à ces deux aberrations; beaucoup moins prendrai-je dans mes calculs l'ouverture du verre comme infiniment petite, & les rayons de lumière comme étant tous d'une égale réfrangibilité. Alors il ne sera plus difficile d'examiner les suppositions rapportées ci-dessus. Nous nous frayerons une route commode pour réussir dans ces recherches, en commençant par résoudre les deux Problèmes suivans.

### P R O B L E M E I.

Fig. III. Que  $bc$  soit une surface sphérique convexe, qui rompt la lumière, & que son centre soit en  $d$ . Que d'un point du rayon  $a$  tombe un rayon  $ab$  sur cette surface, sous un très petit angle; il s'agit de déterminer le lieu, où ce rayon de lumière, quand il est rompu en  $b$ , se réunit avec le rayon.

Qu'on nomme le rayon de la surface  $bd = a$ ,  $ca = b$ , l'arc  $cb = \psi$ ,  $cg = x$ , & que l'on pose que le sinus de l'angle d'incidence soit au sinus de l'angle de réfraction  $= 1 : \mu$ , lequel  $\mu$ , dans le cas où le rayon passe de l'air dans le verre, comme nous le prenons ici, vaut  $\frac{3}{2}$ , & est plus petit que 1. Qu'on tire de  $b$  avec le rayon  $bd$  l'arc  $def$ ; alors comme nous avons pris l'angle très petit, l'arc  $df$  est égal au sinus de l'angle d'incidence, &  $de$  au sinus de l'angle de réfraction. Mais il y a ici premièrement  $ac : bc = ad : df$ , & ainsi  $df = \frac{\psi(b+a)}{b}$ . De même  $gc$  est :  $cb = gd : de$ , & par conséquent

$de b = \frac{\psi(x-a)}{x}$ . Mais comme à présent  $df$  est :  $de = 1 : \mu$ ,

on a par conséquent  $\frac{\mu \psi(b+a)}{b} = \frac{\psi(x-a)}{x}$ , &  $x = \frac{ba}{b(1-\mu) - \mu a}$ .

Si



Si l'on suppose ici que  $b$  soit infini, c'est à dire, que le rayon de lumière vient d'un point très éloigné, qui se trouve dans le rayon  $cd$ , on aura  $x = \frac{a}{1 - \mu}$ .

Comme ici la valeur de  $x$  ne contient point du tout  $\psi$ , il est clair que le point  $g$  est celui où tous les rayons qui partent de  $a$  se réunissent, & qu'ainsi c'est le lieu où cette surface réfrangible représente le point  $a$ . C'est donc à l'aide de ce Problème une chose aisée

Fig. IV.

que de déterminer le lieu où chaque point, par exemple,  $b, m$ , de la surface réfrangible  $cp$  est représenté. Il n'y a qu'à tirer de  $m$  par le centre  $d$  de cette surface une ligne droite  $md$ , & faire au dessus d'elle, en conservant les dénominations précédemment employées,  $cg$  égal

avec  $\frac{ab}{b(1 - \mu) - \mu a}$ , ou quand  $m$  est fort éloigné, avec  $\frac{a}{1 - \mu}$ .

Mais, si l'on prend un axe déterminé  $AB$ , & qu'on veuille y rapporter le lieu de la représentation, on n'a qu'à laisser tomber de  $g$  la ligne perpendiculaire  $gh$ , & nommer l'angle  $mdA = \phi$ . En faisant en-

suite un calcul aisé, on trouve  $ph = \frac{a\mu \cos \phi}{1 - \mu} + a$ , &  $gh = \frac{a\mu \sin \phi}{1 - \mu}$ ,

dans le cas où  $m$  est extrêmement éloigné; & c'est le seul auquel nous ayons besoin de faire attention dans la conséquence.

## PROBLEME II.

Qu'on suppose de plus que  $bc$  soit une surface sphérique, sur le côté concave de laquelle tombe un rayon de lumière  $Bb$ , de façon que s'il la traversoit sans se rompre, il se réuniroit avec le rayon  $cd$  derrière la surface au point  $a$ . Il s'agit de déterminer le point  $g$ , où ce rayon de lumière, après avoir été rompu en  $b$ , se réunit avec le rayon  $cd$ .

Fig. V.

Si l'on conserve ici la construction précédente, & qu'on suppose  $bd = A$ ,  $ac = B$ , & la proportion entre le sinus de l'angle

A a a 3

d'in-

d'incidence & celui de réfraction  $= 1 : M$ , on peut conclure d'une manière semblable, & l'on obtient par là  $cg$ , que nous appelle-

rons  $x = \frac{AB}{B(M-1) + MA}$ . En supposant ici le cas où le ra-

yon de lumière passe du verre dans l'air, qui est celui dont nous ferons l'application dans la suite de cette proposition, alors on aura  $M = \frac{3}{2}$ , & plus grand que 1.

Au cas qu'on veuille aussi rapporter ici le lieu de l'image à un axe déterminé, qu'on se représente que les rayons de lumière convergent vers le point  $a$ , & qu'on nomme la ligne perpendiculaire  $ab = \alpha$ , &  $pb = \beta$ . Qu'on tire de  $a$  le rayon  $ad$ , & qu'on fasse

au dessus, quand  $ca$  est supposé  $= B$ , la ligne  $cg = \frac{AB}{B(M-1) + MA}$ ,

$g$  se trouvera le point désiré. Et afin qu'il puisse être rapporté à  $AB$ , qu'on tire la ligne perpendiculaire  $gk$ , & qu'on cherche à présent les lignes  $pk$  &  $kg$  à rendre par  $\alpha$  &  $\beta$ . On obtient cette valeur de la manière suivante. Comme  $ad : db = dg : dk$ , ainsi

$$dk = \frac{AM(A + \beta)}{B(M-1) + AM}, \text{ \& de là } pk = \frac{A(M\beta - MB) + B}{B(M-1) + AM},$$

Mais, comme de plus  $db : ba = dk : kg$ , ainsi  $kg = \frac{AM\alpha}{B(M-1) + AM}$ .

Il faut encore éliminer  $B$  de cette formule, & exprimer sa valeur par  $\alpha$ ,  $\beta$  &  $A$ . Mais, afin d'obtenir des expressions qui conviennent à notre but, nous nommerons  $\gamma$  la très petite différence qui se trouve entre  $B$  &  $\beta$ , & nous la mettrons au lieu de  $B$  dans notre formule  $\beta + \gamma$ .

$$\text{Si cela arrive, } pk \text{ fera } = \frac{A(\beta + \gamma) - A\gamma M}{(\beta + \gamma)(M-1) + AM} = \frac{A\beta}{\beta(M-1) + AM}$$

$$- \frac{A\beta\gamma(M-1)}{[\beta(M-1) + AM][(\beta + \gamma)(M-1) + AM]} - \frac{A\gamma(M-1)}{(\beta + \gamma)(M-1) + AM},$$

&



$$\& \quad h g = \frac{A \alpha M}{(\beta + \gamma)(M - 1) + A M} = \frac{A \alpha M}{\beta(M - 1) + A M} \\ - \frac{A \alpha \gamma (M - 1) M}{[\beta(M - 1) + A M][(\beta + \gamma)(M - 1) + A M]}.$$

Pour plus de commodité, nous voulons conserver  $\gamma$  dans notre formule, & nous remarquons seulement à cause de cela, que  $\gamma$  est  $= \sqrt{(A + \beta)^2 + \alpha^2} - A - \beta$ , à la place de quoi on peut prendre assez exactement  $\frac{\alpha - 2}{2(A + \beta)}$ .

A l'aide de ces deux Problèmes, on sera présentement en état de déterminer avec la dernière exactitude le lieu où le point d'une lentille de verre sera représenté. Qu'on suppose que N M P Q soit une semblable lentille, & que l'on conserve, tant pour la surface antérieure M N que pour la postérieure P Q, les dénominations employées dans les deux Problèmes précédens, enfin que  $cd$ , ou l'épaisseur de la lentille, soit marquée par  $c$ . Les rayons de lumière qui viennent d'un point fort éloigné, tombant sur la partie antérieure de la lentille sous l'angle  $\phi$ , ces rayons parallèles seront rompus de façon, qu'ils deviendront tous convergens vers un certain point  $h$  derrière la lentille. Ce point  $h$  peut être déterminé par le premier Problème; car en vertu de ce Problème, comme  $\mu$  est  $= \frac{2}{3}$  &  $\mu - 1 = \frac{1}{3}$ ,  $cg$  sera  $= \frac{(20 \cos \phi + 11)a}{11}$ , &  $hg = \frac{20 a \sin \phi}{11}$ . Ces rayons

Fig. VII

tombent avec la même convergence sur la partie postérieure du verre P Q, & y souffrent de nouveau une réfraction, par laquelle ils se réunissent en un autre point  $f$ . Le second Problème nous met en état de trouver la place de ce point. En effet  $dg$  est  $= \beta = \frac{(20 \cos \phi + 11)a - 11c}{11}$ , &  $hg = a = \frac{20 a \sin \phi}{11}$ .

Si nous mettons présentement cette valeur dans la formule trouvée par le second Problème, & en même tems  $M = \frac{3}{2}$ , &  $M - 1 = \frac{1}{2}$ , nous



nous obtiendrons la valeur cherchée pour  $de$  &  $ef$ , & par conséquent le lieu de la représentation.

Il est aisé de faire dans chaque cas particulier l'application de cette méthode, & de rechercher si l'on peut y accorder comme vraies les suppositions employées dans l'usage du Micrometre. Je fournirai deux exemples semblables ; l'un avec un tube d'environ trois pieds, tel qu'on a coutume de s'en servir avec un quart de cercle de médiocre grandeur, & l'autre avec un tube de six pieds, qui est fort en usage pour les autres Observations dans lesquelles on fait entrer le Micrometre.

Supposons que l'on ait un objectif dont le foyer principal ait trois pieds, ou 300 lignes, cela ne suffit pas encore pour déterminer la grandeur des rayons que chaque surface doit avoir. Car, quand à l'aide de la Méthode précédemment indiquée, on cherche une équation pour la distance du foyer principal, que nous voulons nommer  $P$  afin d'abréger, on n'a simplement qu'à poser  $P = 0$ . Alors on aura

$\cos \phi = 1$ , &  $\sin \phi = 0$ ,  $\beta$  deviendra par conséquent  $= \frac{31a - 11c}{11}$ ,

&  $a$  aussi bien que  $\gamma$  l'un & l'autre  $= 0$ . L'expression pour  $de$  est

donc alors  $\frac{20 A \beta}{11 \beta + 31 A} = \frac{20 A (31 a - 11 c)}{11 (31 a + 31 A - 11 c)} = P$ .

Cette équation est indéterminée, quand on regarde les rayons  $a$  &  $A$  comme inconnus ; & par conséquent il doit y avoir une infinité d'objectifs différens possibles, qui ayent tous la même dimension du foyer principal. Mais, si nous supposons que les deux surfaces ont un même rayon, & qu'ainsi  $a = A$ , ce qui a communément lieu, quoique ce ne soit pas la proportion dont on devroit se servir, on aura ainsi

$\frac{20 a (31 a - 11 c)}{11 (62 a - 11 c)} = P$ , dans ce cas  $= 300$  lignes. Si nous

prenons  $c$  dans cette comparaison, c'est à dire l'épaisseur de la lentille  $= 1$  ligne, (car on trouvera difficilement une lentille d'objectif plus épais-

épaisse,) alors on trouve  $\frac{20 a(31 a - 11)}{11 (62 a - 11)} = 300$ , & par conséquent  $a = 330, 1774$  lignes.

En général on s'apperçoit aisément que, plus  $\phi$  est grand, & plus fera grande l'erreur par laquelle on prend à faux le lieu de l'image dans les suppositions accoutumées. Nous devons donc dans cette recherche prendre au lieu de  $\phi$  la plus grande valeur qui puisse se présenter. Je prens ici à cause de cela  $\phi = 10'$ , car on n'a pas besoin d'un plus grand angle pour mesurer à l'aide d'un Instrument pourvu d'un Micrometre, suivant la méthode de Mr. de Louville. Mais, ayant supposé  $\phi = 10'$ ,  $\cos \phi$  est  $= 0,9999958$ , &  $\sin \phi = 0,0029089$ , par conséquent  $\beta = 929,4974$ ,  $\alpha = 1,7462$ , &  $\gamma = 0,0012$ . Si présentement nous voulons déterminer  $de$ , nous n'avons besoin de nous servir que de cette valeur. Mais la formule pour  $de$  consiste en trois parties, dont les deux dernières sont fort petites; c'est pourquoi nous commencerons par déterminer leur valeur, pour voir, si elles ne sont pas réellement si petites, qu'on puisse se dispenser d'y faire aucune attention. Or nous pouvons prendre ici en toute assurance, à la place de  $(\beta + \gamma)(M - 1) + AM$ , seulement  $\beta(M - 1) + AM$ , car les termes, déjà très petits en eux-mêmes, ne pourront jeter dans aucune erreur par cette différence extrêmement petite entre les dénominateurs. En faisant cela, nous obtiendrons pour le second terme de  $de$ ,  $0,00019$ , & pour le troisième,  $0,00021$ . Nous trouvons de même pour le second terme de  $fe$ ,  $0,0000005$ . Ainsi  $de$  est

$$= \frac{20 A \beta}{11 \beta + 31 A} - 0,0004, \text{ \& } fe = \frac{31 A \alpha}{11 \beta + 31 A} - 0,0000005.$$

Nous sommes donc parfaitement en droit de tenir pour 0 les deux derniers termes de  $de$  &  $fe$ . Il faudroit employer une lentille oculaire qui grossit plus de 100 fois pour appercevoir le moins du monde les erreurs de  $de$ , & une qui grossit plus de 100000 pour celles de  $fe$ . Nous pouvons donc à l'avenir prendre avec une pleine certitude



pour la valeur de  $de$  seulement  $\frac{20 A \beta}{11 \beta + 31 A}$ , & pour celle de  $fe = \frac{31 A \alpha}{11 \beta + 31 A}$ .

Si nous mettons à présent dans cette formule les valeurs convenables trouvées ci-dessus de  $\alpha$  &  $\beta$ , cela nous donnera  $de = 299,9995$ , &  $fe = 0,8727$ . Suivant les suppositions accoutumées,  $de$  seroit  $= P \cos \phi = 299,9987$ , &  $fe = P \sin \phi = 0,8726$ , lesquelles valeurs ne diffèrent des véritables que de  $0,0008$ , &  $0,0001$ . Ces erreurs sont aussi si petites, que nous pouvons sans le moindre risque négliger d'y faire attention. C'est ce que nous verrons à fonds plus bas, lorsque nous aurons déterminé les erreurs que les deux premières suppositions sont capables d'introduire dans les mesures prises avec le Micrometre.

Si nous faisons une recherche semblable en nous servant d'un tube de six pieds, nous pourrions procéder entièrement de la même manière; seulement il ne faut pas prendre  $10'$  pour  $\phi$ , car ces mesures s'étendent à un plus grand angle. Je veux prendre exprès  $\phi$  fort grand, savoir de  $1^\circ$ , afin que les erreurs qui pourroient en résulter soient d'autant plus sensibles.

On trouve ici, quand on prend de nouveau le rayon des deux surfaces égal,  $A = 660,1773$ ,  $\beta = 1859,3168$ ,  $\alpha = 20,9483$  &  $\gamma = 0,0870$ . Le second terme de  $de$  devient à cause de cela  $= 0,01397$ , & le troisième  $0,0154$ , & leur somme  $= 0,02937$ . Pareillement le second terme de  $fe$  devient  $= 0,00023$ . Si nous cherchons aussi la valeur des premiers termes, nous aurons  $de = 599,9703 - 0,02937 = 599,9409$ , &  $fe = 10,4774 - 0,00023 = 10,4772$ . Or, suivant l'hypothese ordinaire,  $de$  seroit  $599,9087$ , &  $fe = 10,4714$ , ce qui ne diffère des vraies valeurs trouvées ci-dessus, que de  $0,0323$ , &  $0,0058$ .

Ces





Ces différences sont aussi fort petites ; & il en résulte clairement tout au moins, que dans les deux premières suppositions mentionnées on ne s'écarte que très peu de la vérité. Cependant on s'en écarte, & c'est à nous à rechercher jusqu'où cela peut aller, & quelle erreur il pourroit en naître dans les mesures du Micrometre. Mais on ne sauroit se promettre de réussir dans cette recherche, avant que d'avoir examiné jusqu'où la dernière supposition qu'on fait dans l'usage du Micrometre peut être reconnue pour vraie ; & c'est ce qui m'oblige à tourner avant toutes choses mes vues de ce côté là.

De tout ce qui été dit jusqu'ici il s'ensuit évidemment, que l'image produite par l'objectif existe, non sur une surface plane, mais sur une surface courbe. Ainsi l'on commet sans contredit dans la troisième supposition une faute, qui ne sauroit manquer d'influer sur les mesures du Micrometre. Pour s'en convaincre, qu'on suppose que *de* soit la surface courbe, sur laquelle l'image est représentée, & que *hi* designe la surface plane, sur laquelle se meut le fil du Micrometre; il touche ainsi en *f* la surface de l'image. Si le fil du Micrometre est déplacé hors de son axe, par exemple, en *b*, & qu'on se représente qu'on voit l'image sans le secours d'un oculaire, il est clair qu'à cause qu'en *b* le fil est un peu distant de la surface de l'objet, un oeil en *C* voit le fil vers *k*, & l'autre en *D* le rapportera à un autre point. Ce fil doit par conséquent avoir alors quelque parallaxe, & cela répand de l'incertitude dans les mesures. Que si l'on se sert d'un oculaire, la même chose arrive avec cette différence seulement que la grandeur de cette parallaxe dépend de la constitution & du lieu de l'oculaire. Nous devons donc rechercher ici, quelle est l'influence de la lentille oculaire. Il faudra pour cet effet recourir à quelques Principes d'Optique, que je vais commencer par rapporter en peu de mots.

Fig. VIII.

Qu'on suppose que *d* soit un point qui se trouve hors de l'axe de l'oculaire *AB*, dans le fil mobile du Micrometre. Si l'on met le foyer de ce verre en *h*, & qu'on tire de *d*, *dk* parallèle avec l'axe, il y aura un rayon qui, en suivant cette direction, sera rompu en *h*. Le rayon

Fig. IX.



qui passe par  $g$ , continuë la route sans se rompre; & à cause de cela les rayons qui partent de  $d$ , pas autrement que s'ils venoient de  $e$ , atteignent derrière le verre le point où les lignes  $hk$  &  $dg$  concourent. Un oeil donc qui feroit en  $t$ , verroit le point  $d$  dans la ligne  $et$ . Nous pouvons déterminer cette ligne de la maniere suivante. Qu'on suppose  $gh = a$ ,  $gc = a$ ,  $dc = m$ ,  $fg = y$ ,  $fe = x$ , alors on a  $gh : dk = fg : fc$  & de là  $y = \frac{a^2}{a - m}$ . Mais comme de

plus  $cg : cd = fg : fe$ , ainsi  $x = \frac{m a}{a - m}$ . Quand  $x, a, y$  sont trouvés suivant cette méthode, qu'on suppose  $sg = k$ ,  $st = l$ , & l'angle  $fie = \psi$ . On a ici premièrement  $si : st = sf : ef + st$ , par conséquent  $si = \frac{l(y + k)}{l + x}$ , & de là  $gi = \frac{kx - ly}{l + x}$ , &  $fi = \frac{x(k + y)}{l + x}$ . Mais comme de plus  $if : fe = 1 : \tan \psi$ ,

ainsi  $\tan \psi = \frac{l + x}{k + y}$ . Si présentement l'on suppose que l'oeil se meuve de l'autre côté, aussi loin par delà l'axe, qu'il étoit auparavant en deçà, il arrivera, quand il se rencontrera en  $p$ , qu'il verra le point  $d$  suivant la ligne  $pe$ , & si nous désignons l'angle  $fpe$ , par  $\psi'$ ,  $\tan \psi'$

Fig. X. fera  $= \frac{x - l}{k + y}$ .

Fig. XI. Supposons de plus qu'à quelque distance du point  $d$ , il y ait un autre point  $m$ , & qu'on doive déterminer le lieu de ce point, lorsqu'il est vû par un oeil en  $t$ , par la lentille oculaire, dans une même ligne  $te$  avec le point  $d$ . Qu'on nomme ici  $ng = A$ , &  $nm = \mu$ , en retenant d'ailleurs les dénominations précédentes. Il paroît claire-

ment par ce qui précède, que sous ces conditions  $qg = \frac{A a}{a - A}$ ,  
&



&  $p q = \frac{\mu a}{a - A}$ , & la tangente de  $prq = \frac{l a - A l + \mu a}{k a - A k + A a}$ . Si

présentement les deux points  $d$  &  $m$  doivent être vûs dans la même ligne  $se$ ,  $ps$  &  $es$  doivent aboutir ensemble, & par conséquent la tangente de  $prq$  être égale à la tangente de  $eif$ . Nous obtenons de là

l'équation  $\frac{l a - A l + \mu a}{k a - A k + A a} = \frac{l a - a l + m a}{k a - a k + a a}$ . D'où il est

manifeste que tous les points, qui sont vûs avec  $d$  par un oeil en  $s$  en une ligne, doivent être placés tous en une ligne droite  $mdk$ , que l'on peut déterminer, en nommant la tangente de  $eif$ ,  $c$ , & en faisant  $gk = \frac{l a - k a c}{l - k c + c a}$ , & la tangente de  $mk n = \frac{k e - c a - l}{a}$ .

Cette formule est bonne aussi pour le cas où l'oeil est en  $p$  au delà de l'axe, avec cette différence seulement que  $l$  doit alors être pris négatif.

Pour être en état de faire une application de cette formule dans des cas particuliers, il est nécessaire que nous cherchions à déterminer la valeur pour  $l a k$ . Or  $l$  désigne, comme on le peut clairement inférer de ce qui précède, l'étendue à laquelle l'oeil a la liberté de se porter des deux côtés de l'axe. La parallaxe du Micromètre dont nous avons fait mention ci-dessus, devenant, comme il est aisé de le comprendre, d'autant plus considérable que  $l$  est plus grand, il est avantageux de limiter l'oeil de façon qu'il s'écarte aussi peu qu'il est possible de l'axe. C'est ce qu'on peut faire au moyen d'un diaphragme, qui est percé d'un trou rond, & que l'on met à l'endroit où l'oeil doit être placé. A la vérité il est en général fort avantageux de faire ce trou aussi petit qu'il est possible; cependant on ne sçauroit lui donner une ouverture plus petite que celle qui répond au diamètre de la prunelle, sans que la clarté de la représentation en souffre quelque chose. Or, comme on peut évaluer le diamètre de la prunelle tout au plus jusqu'à deux lignes, il faudra par conséquent prendre  $l$ , le demi-diamètre du trou dans le diaphragme, d'environ une ligne.



La distance de l'oeil à l'oculaire est désignée par  $k$ . Le but de la construction d'un tube demande que l'oeil soit placé de façon, que l'image  $fe$  représentée par l'oculaire soit vue distinctement. Ainsi la ligne  $fs$  doit être égale à l'éloignement dans lequel l'oeil se représente distinctement un objet. Cet éloignement étant pour un bon oeil de huit pouces, ou 80 lignes, nous pouvons dans la suite prendre toujours  $fs = y + k = 80$  lignes, & déterminer la grandeur de  $k$  &  $n$  de façon qu'elle satisfasse aux conditions exprimées.

Nous pouvons à présent faire une application de ces principes aux cas particuliers qui ont été posés ci-dessus. Dans un tube de trois pieds on peut se servir d'un oculaire de 10, 5 lignes de foyer, & l'oeil doit être à peu près aussi loin derrière le verre. Nous avons de là  $n = 10, 5$ ,  $k = 10, 5$ ,  $l = 1$ ,  $n = 9, 1218$ , &  $m$  pour le cas où l'on étend la mesure environ à 10' de l'axe  $= 0, 8726$ .

Fig. XII. Alors, quand l'oeil est en  $t$ ,  $c$  sera  $= 0, 0956$ , mais quand il est en  $p$ ,  $= 0, 0706$ . De là s'ensuit dans le premier cas  $gn = 0, 0399$ , & dans le second  $gm = 18, 2836$ . Les angles  $dnc$ , &  $dmc$ , sont dans ce cas égaux, & leur tangente est  $= 0, 09523$ .

Il est aisé de déterminer par là la grandeur de toute la parallaxe à laquelle on doit faire attention, de la manière suivante. Comme les lignes  $hi$  &  $ef$  ne s'écartent que très peu de  $kl$ , on peut les regarder comme si elles y coïncidoient; alors  $hk$  fera la différence entre  $dc$  &  $hi = 0, 000114$ , &  $ke$  est de la même grandeur; par conséquent  $he = 0, 000228$ . La grandeur de la ligne à mesurer est donc incertaine d'autant, ce qui ne va pas dans un tube de trois pieds, au delà de 9, 4 tierces. Or une incertitude qui concerne une aussi petite grandeur, est assurément insensible, & personne, à cause de cela, ne voudra blâmer, ou rejeter la disposition de l'Instrument Astronomique prescrite par Mr. de Louville.

Dans un tube de six pieds, cette incertitude sera sans contredit plus sensible, lorsqu'on voudra étendre les mesures du Micrometre jus-



jusqu'à un degré. On peut se servir dans un semblable tube d'un oculaire, dont le foyer soit de 14, 7 lignes. Nous trouvons donc pour ce cas  $\alpha = k = 14, 7$ ,  $n = 11, 9988$ ,  $l = 1$ , &  $m$ , quand la mesure s'étend jusqu'à un degré de l'axe,  $= 10, 4714$ . Alors  $c$  sera pour un oeil en  $t = 0, 7202$ , & pour un oeil en  $p = 0, 6952$ , ce qui donne au premier cas  $gn = 140, 9274$ , & au second  $gm = 164, 9251$ . Les angles  $dnc$ , &  $dmc$ , sont ici de nouveau égaux, & leur tangente est  $= 0, 0682$ .

Par là on détermine comme auparavant la grandeur de l'incertitude qui régné dans les mesures. En effet  $hk$  sera  $= ke = 0, 0062$ , par conséquent  $he = 0, 0124$ ; & ainsi toute l'incertitude des mesures montera à  $4 \frac{1}{4}$  secondes, ce qui est assez considérable pour qu'on ne soit pas en droit de le négliger.

Telle sera la grandeur des parallaxes auxquelles il faut avoir égard, en prenant pour parfaitement juste l'hypothèse, suivant laquelle la surface de l'image fait partie de la boule qui a pour rayon la distance du foyer à l'objectif. Mais nous avons trouvé ci-dessus que cela ne pouvoit être admis, & par conséquent les parallaxes que nous avons déterminées ne sont pas les véritables. Cependant, au lieu d'avoir à craindre que les vraies parallaxes soient plus grandes, on découvre au contraire qu'elles sont plus petites. Car ci-dessus nous avons trouvé  $d$  plus grand qu'il ne devoit être suivant l'hypothèse susdite. La surface de l'image est donc moins courbe, que les suppositions ordinaires ne la prennent; & à cause de cela,  $dx$  étant réellement plus petit, la parallaxe même doit pareillement être moindre. Ceci fait un objet fort considérable, car au lieu qu'auparavant dans un tube de trois pieds la parallaxe alloit jusqu'à  $9''$  de grandeur, elle n'est réellement pas tout à fait de  $4''$ ; & dans un tube de six pieds elle sera diminuée de  $4'' 15'''$  jusqu'à  $2'' 45'''$ . Les mesures du Micrometre incontestablement ne sont donc pas aussi incertaines qu'on pourroit le croire, à n'envisager la chose que superficiellement.

Mais



Mais la courbure de la surface de l'image peut encore être la cause d'une autre erreur. Qu'on suppose que l'oeil soit dans l'axe en  $s$ , & que  $dn$  soit la ligne dans laquelle sont placés tous les points que l'oeil en  $s$  voit avec  $d$  dans une même ligne. Dans cette position l'oeil rapportera le point du fil du Micrometre à  $f$ . A présent si l'on prend dans les mesures du Micrometre  $fe = dc$ , on tombera dans l'erreur de la petite ligne  $fg$ . Il est aisé de déterminer la grandeur de cette erreur. Si l'on conserve les déterminations précédemment employées, & qu'on fasse  $l = 0$ , on obtient  $Cn = \frac{kac}{ca - kc}$ ,

& la tangente de  $end = \frac{kc - ca}{a}$ . Cette valeur donne facile-

ment à connoître que, quand  $k = a$ , comme nous l'avons pris ci-dessus,  $Cn = \infty$ , & de là la ligne  $dn$  parallèle avec l'axe ; par conséquent l'erreur est  $fg = 0$ . Mais, si  $a$  n'est pas  $= k$ ,  $fg$  ne pourra évanouir, mais il deviendra négatif, quand  $k$  est plus grand que  $a$ , & au contraire positif, quand il est plus petit. Ainsi dans la disposition précédemment indiquée des tubes qui ont été pris pour exemple, cette erreur ne sçauroit avoir lieu, mais il seroit possible qu'elle se rencontrât dans une disposition un peu différente. Mais, afin de nous faire quelque idée de la grandeur de cette erreur, faisons aussi là dessus un calcul relatif à quelques cas particuliers.

Posons dans le tube de trois pieds  $k = 15$ , alors  $a$  est  $= 9,0397$ , & la tangente de  $end = 0,11200$ . Si nous prenons donc  $gd = 0,0013$ , comme le donnent les hypothèses ordinaires,  $fg$  se trouve  $= -0,000145$ . Mais, quand nous posons  $gd$ , comme il est effectivement  $= 0,0005$ , alors  $fg$  est  $= -0,000056$ . Ces erreurs ne sont pas de la moindre conséquence, car la première monte seulement environ à  $5'''$ , & la seconde à  $2'''$ .

Dans un tube de six pieds, si l'on prend  $k = 20$ ,  $a$  est  $= 11,8071$ , & la tangente de  $end = 0,2398$ , par conséquent  $fg = -0,02191$ ,  
suivant

suivant les suppositions accoutumées, mais, selon la véritable valeur, seulement  $\equiv - 0,01417$ , erreurs dont la première monte à  $7'' \frac{1}{2}$ , & la seconde à  $4'' 52'''$ . Elles sont assurément assez considérables, pour que, en donnant à un tube la disposition mentionnée, on ait à craindre de tomber dans d'extrêmes méprises, si l'on ne veut pas avoir égard à cette correction.

Enfin je dois encore parler du dernier défaut, auquel les mesures du Micrometre sont exposées. On connoit immédiatement à l'aide du Micrometre la grandeur de la ligne  $dc$ , ou de la distance de la représentation de chaque point par rapport à l'axe du tube. En se conformant aux hypothèses ordinaires, on pose que cette ligne est  $\equiv P \sin \phi$ , ou comme les angles à mesurer sont communément fort petits  $\equiv P \phi$ ; d'où l'on conclut la grandeur de l'angle  $\phi$ . Mais nous avons trouvé ci-dessus, que la ligne  $dc$  n'est pas parfaitement égale à  $P \sin \phi$ . Cela fait donc encore naître la question si ces différences peuvent être la cause de quelques erreurs.

Dans un tube de trois pieds, quand on étend les mesures jusqu'à  $10'$ , cette différence est  $\equiv 0,0001$ ; ce qui ne pouvant aller qu'à une erreur de  $4'''$  ne mérite absolument aucune attention. Mais dans un tube de six pieds l'erreur est  $\equiv 0,0058$ , ce qui monte à  $3'' 35'''$ .

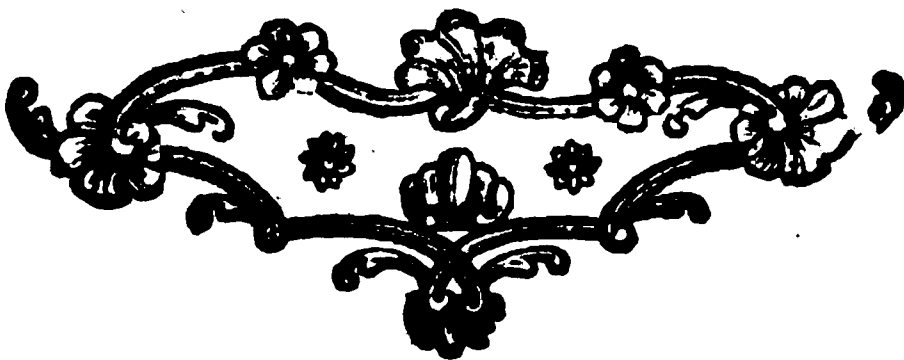
On peut à présent tirer de tout ce Mémoire la conséquence légitime, qu'on n'a rien à craindre de la parallaxe dans un Instrument disposé suivant la méthode de Mr. de Louville, & que les autres erreurs dans lesquelles on pourroit tomber sont si petites qu'on est en droit de les négliger. Peut-être à la vérité qu'en donnant au tube une disposition un peu différente, comme celle, par exemple, que j'ai employée, les erreurs ne seroient pas précisément les mêmes; cependant il est aisé de voir qu'elles seront très petites, & qu'on doit les regarder comme n'exigeant aucune attention.





Mais au contraire, dans de plus grands tubes, on découvre des sources d'erreurs très considérables, & cela demande qu'on ne s'en serve qu'avec beaucoup de précaution. Les mesures à de grandes distances ne sont jamais fautes à cause des parallaxes ; & cette incertitude oblige quelquefois, surtout dans certaines dispositions du tube à des corrections très considérables, qui peuvent être déterminées sans peine à l'aide de ce que j'ai dit ci-dessus ; c'est pourquoi je m'abstiens d'en donner ici la théorie.

Je n'ai plus qu'un mot à ajouter en finissant sur cette disposition de l'Instrument de *Louville* que j'ai défendu jusqu'ici. On pourroit m'objecter qu'une raison suffisante pour ne pas s'y fier, c'est qu'elle n'est pas fondée sur des principes d'Optique, & qu'elle tient uniquement à la structure du Micrometre. Dans cet Instrument, on se repose sur l'exactitude de la vis ; & il est pourtant certain qu'il n'y a jamais de vis d'une exactitude parfaite. Je l'avoue, mais en même tems on ne pourra pas nier, que dans toute autre disposition les divisions ne sçauroient également parvenir à une précision rigoureuse. Si l'on dit qu'on pourroit rechercher la grandeur des erreurs dans les divisions, & corriger en conséquence les Observations, je répondrai qu'il ne seroit pas impossible, ni même plus difficile, de déterminer les défauts de la vis que ceux des divisions ; & que cela suffit pour autoriser à révoquer en doute la préférence qu'on voudroit donner à toute autre disposition de l'Instrument astronomique sur celle de Mr. de *Louville*.





M É M O I R E S  
D E  
L'ACADÉMIE ROYALE  
D E S  
S C I E N C E S  
E T  
B E L L E S - L E T T R E S.

---

*CLASSE DE PHILOSOPHIE  
SPÉCULATIVE.*

\* \*  
\*





# EXAMEN PHILOSOPHIQUE

DE LA PREUVE

## DE L'EXISTENCE DE DIEU

EMPLOYÉE

### DANS L'ESSAI DE COSMOLOGIE.

PAR MR. DE MAUPERTUIS.

---

#### *PREMIERE PARTIE.*

*Sur l'Evidence & la Certitude Mathématique.*



I.

Tandis que les uns ont cru que dans mon Essai de Cosmologie je cherchois à détruire ou à affoiblir les preuves que nous avons de l'existence de Dieu, les autres pensoient que j'avois prétendu en donner une démonstration géométrique. J'ai déjà répondu : mais, si je suis parvenu à calmer les uns, je n'ai pas encor réussi à disuader les autres. Cependant j'irois directement contre le principe que j'établis, si je laissois attribuer à la preuve que j'employe un degré de force qu'elle n'a pas. Je l'ai dit dans l'avant-propos de l'Essai, on ne sauroit faire plus de tort à la vérité qu'en voulant l'appuyer sur des fondemens peu solides. Je répète donc que les preuves que j'ai attaquées, ou plutôt que j'ai cru qu'on ne de-



voit pas admettre, étoient celles dont les ennemis de la Divinité pourroient se servir pour en nier l'existence avec autant d'avantage que ceux qui veulent l'établir : que je n'ai jamais regardé la preuve que j'ai donnée comme une démonstration complète, mais comme un raisonnement plus fort que tous ceux qu'on tire de ces petits détails de la Nature qui souffrent mille exceptions, & où les vues du Créateur restent trop cachées : que plusieurs de ces preuves prises séparément n'ont pas à la vérité toute la force que quelques Auteurs leur veulent donner ; mais que toutes ensemble sont plus que suffisantes pour nous convaincre.

II. Parmi ceux qui ont cru que j'attribuois à la preuve de l'existence de Dieu que je tire de mon principe, plus de force que je ne lui en donne, quelques uns pour en faire une démonstration géométrique n'y trouvoient à redire qu'un point sur lequel j'avois passé assez rapidement parceque je n'y réduisois pas comme eux la force de cette preuve. Ces Philosophes ont dit : oui, des loix du mouvement où l'action est toujours employée avec la plus grande économie démontreront l'existence de l'Etre supreme ; mais pour cela il faut que ces loix ne soient pas des suites nécessaires de la nature des corps.

III. A cette objection que je m'étois fait moi-même, j'avois répondu en deux mots : que si les choses se trouvent dans le monde tellement combinées que la nécessité y exécute ce que l'intelligence prescrivoit, la souveraine sagesse & la souveraine puissance n'en seroient que plus fortement établies. Cette réponse me parut suffisante alors, & me le paroitroit encore ; mais, comme je connois des hommes célèbres qui ne s'en sont pas contentés, qui ont insisté sur cette objection tirée de la nécessité des loix du mouvement, & qui m'ont invité à leur produire sur cela des éclaircissements ; je le ferai d'autant plus volontiers que la nécessité ou la contingence de ces loix est une des plus belles questions de la Philosophie Spéculative : & qu'après les efforts des plus grands hommes il y reste encore de grandes obscurités. Pour éclaircir cette matiere il nous faudra remonter jusqu'aux premiers princi-



principes de nos connoissances ; marquer ce qui les distingue entr'elles par raport à leur certitude , pourquoi les unes sont plus susceptibles d'évidence que les autres , & jusqu' où nous pouvons compter sur cette évidence.

IV. Si les matériaux dont est bâti l'édifice de nos Sciences étoient tombés du Ciel : si, comme quelques Philosophes l'ont prétendu, nos idées étoient les archetypes éternels des choses, ou la substance même divine dont nos ames en naissant porteroient certaines empreintes & continueroient dans la suite à se pénétrer ; si ce système étoit vrai, nos sciences auroient les fondemens les plus solides, & une réalité qui ne dépendroit, ni de notre maniere d'apercevoir, ni de notre existence même.

V. Mais, s'il étoit vrai que toutes nos connoissances ne dépendissent que des premieres impressions que les objets ont faites sur nos sens, que des perceptions qui s'en sont formées dans notre ame, que du ressouvenir, de la comparaison, & des différentes combinaisons que nous avons fait de ces perceptions ; notre Science ne seroit plus rien d'absolu, elle ne seroit qu'une propriété appartenante à notre espece : un sens de plus dans quelque espece supérieure seroit pour elle une science nouvelle plus étendue, à laquelle nous ne pourrions jamais atteindre : un sens de moins dans l'espece humaine auroit resserré nos connoissances dans des bornes encor plus étroites qu'elles ne le sont.

VI. Le peu d'accord que nous voyons entre les Philosophes seroit bien capable de faire penser que c'est cette derniere supposition qui est la véritable : que notre science n'est fondée que sur des principes qui n'ont rien d'absolu, appropriés à l'espece humaine, quelquefois même seulement à quelque secte de Philosophes.

VII. Voilà donc une étrange alternative : notre Science est-elle la science universelle des esprits, une vue de vérités éternelles, une  
partie



partie de la Science de Dieu ? ou n'est elle que le résultat, la combinaison de nos sensations, notre propre ouvrage, une propriété seulement de notre espèce ?

VIII. Cette question est si importante & si nécessaire qu'on ne sauroit assez s'étonner de voir tant de systèmes bâtis, tant de gros livres faits, avant qu'on l'ait résolue, & souvent même avant qu'on ait pensé à la résoudre. Peut-être est elle au dessus de nos forces : mais si nous ne pouvons nous satisfaire entièrement, creusons du moins le plus avant qu'il nous sera possible vers les fondemens de nos connoissances.

IX. Si quelque chose peut nous persuader que c'est sur des idées éternelles & immuables que nos Sciences sont fondées, c'est l'évidence qu'on trouve dans quelques unes, & cet accord universel entre tous ceux qui traitent une même proposition. Cet accord à la vérité & cette évidence ne se trouvent que dans les sciences mathématiques : tandis que toutes les autres parties de nos connoissances sont sujettes à des disputes éternelles, dans la Géométrie tout le monde est d'accord ; cette science fixe le Sceptique le plus incertain, convainc l'esprit le plus obstiné.

X. Quelques uns attribuent cet avantage à ce que le Géomètre n'opère, disent ils, que sur des objets qu'il a créés, qui ne sont précisément que ce qu'il a voulu qu'ils fussent : d'autres disent que par les abstractions il a dépouillé les corps de toutes les propriétés sensibles dont il n'avoit pas des idées assez distinctes, & ne leur a laissé que celles dont il a une connoissance parfaite. Enfin, pour ceux qui croient que la seule étendue forme l'essence des corps, que les propriétés essentielles de la matière ne consistent que dans ses trois dimensions ; que notre esprit a des idées claires & complètes de ces propriétés ; que toutes les autres modifications n'affectent que nos sens : pour ceux-là, dis-je, ils ne sont pas embarrassés à trouver la cause de l'évidence dans une science qui ne considère que ces propriétés simples & fondamentales,



les , tandis que les autres sciences roulant sur des objets qui ne frappent que nos sens, & dont nous n'avons que des idées confuses ou imparfaites, nous laissent dans le doute & l'incertitude.

XI. Cependant si l'on considère la chose avec plus d'attention, on ne trouvera pas si facile de marquer la véritable cause de l'avantage des mathématiques sur les autres sciences , car 1. dire que dans les mathématiques l'esprit s'est formé l'objet qu'il considère, c'est ne rien dire ou dire quelque chose de très faux : notre Esprit ne crée rien , il reçoit par les sens l'impression des objets ; il peut appeler *idées* quelques unes des perceptions, & laisser le nom de *sensations* aux autres ; il les peut joindre & séparer de mille manières différentes, mais il ne crée pas un seul objet nouveau, il ne crée pas une seule perception nouvelle. 2. L'esprit peut bien dans un objet faire abstraction de celles de ses propriétés qu'il voudra, & réduire cet objet à la simple étendue : mais la question est, pourquoi les raisonnemens qu'il fait sur l'étendue sont susceptibles de la plus parfaite évidence, tandis que ceux qui portent sur d'autres propriétés sont sujets à tant d'obscurités & d'incertitudes, & la question subsiste dans son entier : car dire que c'est parce que l'idée de l'étendue est plus claire & plus simple que celles des autres propriétés, c'est alléguer pour réponse à la question la question même. 3. Enfin, pour ceux qui font une si grande différence entre l'étendue & les autres propriétés ; qui veulent que l'étendue soit l'essence du corps, que toutes les autres propriétés n'en soient que des modifications qui ne portent à l'esprit que des idées confuses ; pour ceux-là, s'il en est encore, il suffit de les prier de lire tant d'excellens ouvrages où l'on a démontré que l'essence des corps nous restant inconnue, nous n'en connoissons que les propriétés, & ne connoissons ces propriétés que par les sens.

XII. Au fond si nous devons toutes nos idées aux impressions que les objets ont faites sur les organes de nos sens, les connoissances mathématiques ne semblent différer des connoissances physiques & de toutes les autres, qu'en ce que celles-là sont fondées sur une expé-



rience antérieure ou plus simple, & celles-ci sur une expérience plus tardive ou plus compliquée.

XIII. Ce n'est donc, ni dans un privilège imaginaire de créer nous-mêmes nos idées; ni parce que les unes nous représenteroient l'essence, & les autres les propriétés seulement des corps; ni même dans des manières différentes d'acquérir nos idées, que nous devons chercher l'avantage que procurent aux sciences mathématiques celles qui en font l'objet: ces idées ont un autre caractère distinctif auquel est due l'evidence qu'elles portent dans ces sciences: c'est la *Replicabilité*; je me sers ici d'un mot barbare & qui ne rend point tout à fait ce que je veux dire, mais c'est ce me semble celui qui en approche le plus: il faut le définir.

XIV. Toutes nos idées nous venant des sens, on peut dire que dans leur origine elles ne sont toutes que des sensations: ce n'est qu'après que notre esprit a réfléchi sur elles, les a combinées, les a pour ainsi dire *travaillées*, que nous avons laissé aux unes le nom de *sensations*, que nous avons donné aux autres le nom d'*idées*. C'est ainsi que des Sensations les plus topiques & les plus confuses nous sommes parvenus aux idées le plus abstraites, les plus claires, & qui tiennent le moins aux sens.

XV. Les plus simples de ces idées sont sans contredit celles des nombres; il suffit d'avoir éprouvé une sensation de quelque nature qu'elle soit, d'en joindre le souvenir à une autre sensation qu'on éprouve, ou seulement au souvenir d'une autre sensation qu'on a éprouvée, pour avoir l'idée de deux sensations; de joindre au souvenir de ces deux sensations la présence ou le souvenir d'une autre, pour avoir l'idée de trois sensations, & de faire ensuite abstraction des sensations mêmes pour avoir les idées des nombres 1. 2. 3. 4. &c.

XVI. Ce feroit une question; mais qui me semble inutile ici, de sçavoir si une sensation unique d'un objet composé de plusieurs parties





ies distinctes ou de différens objets apperçus au même instant, nous donneroit l'idée des nombres : ou si cette idée ne s'acqueroit alors que de la même manière que nous venons d'expliquer, par une suite, & une répétition seulement plus rapide des sensations de chaque partie de l'objet ou de chaque objet ?

XVII Dès que j'ai touché des corps, j'ai remarqué ; que quoique plusieurs qualités que j'y appercevois se trouvaient dans les uns & ne se trouvaient pas dans les autres, je retrouvois dans tous longueur, largeur, & profondeur : & faisant abstraction de toutes les autres propriétés, je suis bientôt parvenu à l'idée de l'étendue : ou plutôt aux idées de trois sortes d'étendue ; d'une étendue seulement en longueur, d'une étendue en longueur & largeur, d'une étendue en longueur, largeur & profondeur : c'est à dire aux idées des *lignes*, des *surfaces*, & des *solides*. Je trouve dans les idées de l'étendue le même caractère distinctif que j'ai remarqué dans le nombre, la Réplicabilité : je puis ajouter une étendue à une autre étendue égale, & avoir d'une étendue double, triple &c. une idée aussi claire que je l'avois de la première : je puis retrancher la moitié, le tiers de cette étendue, & j'ai une idée aussi claire d'une étendue moitié, tiers, &c. enfin je vois que l'étendue comme le nombre est accrescible & diminuable à volonté, & de parties toujours les mêmes ou égales les unes aux autres : caractère qui n'appartient à aucune autre propriété des corps : non seulement à aucune de ces propriétés variables, qui ne se trouvent pas les mêmes dans tous, mais qui n'appartient pas plus à l'impénétrabilité même, quoique cette dernière comme l'étendue se trouve dans tous les corps : je ne saurois ajouter une impénétrabilité à une autre impénétrabilité ; retrancher une impénétrabilité d'une autre pour en former une impénétrabilité double ou triple, moitié ou tierce. La répliquabilité ne se trouve pas plus dans les idées abstraites du beau, du bon &c. ni du fort ou du foible ; à moins que je ne rapporte ces qualités aux effets qui les suivent, & que ces effets ne puissent être rapportés aux nombres ou à l'étendue.



XVIII. Tel est l'avantage que les idées du nombre & de l'étendue ont sur toutes les autres idées : il se trouve encore dans leurs origines des différences bien remarquables, d'où peut-être dépend cet avantage. Chaque idée simple ne doit son origine qu'à un seul sens & ne dépend en rien des autres : l'idée du froid & du chaud ne nous viendra jamais de l'ouïe, & le tact ne nous fera jamais connoître les sons : nous avons vu au contraire que chaque sensation, & par conséquent chaque sens, faisoit naître l'idée du nombre. L'idée de l'étendue a aussi sur les autres idées une prérogative, non pas si grande à la vérité que celle du nombre, mais qui pourtant la distingue assez de toutes les autres idées : deux sens, le tact & la vue la portent également à notre ame : répliquable comme l'idée du nombre, elle nous est introduite comme celle du nombre par plus d'un sens. Telles sont les différences essentielles qui distinguent ces deux idées de toutes les autres ; la multiplicité des moyens par lesquels elles entrent dans l'ame ; & la répliquabilité.

XIX. Il ne paroît guères qu'on puisse contester que toutes les idées que nous avons ne viennent de nos sens : si l'on cherche à se rappeler l'origine de chacune, on la trouvera toujours dans quelque-une de nos premières sensations, ou dans plusieurs ensemble. La réflexion que nous avons faite sur ces premières sensations que Mr. *Locke* a été tenté d'appeler assez improprement *le sens intérieur*, ne peut ce me semble être prise pour une source de nos idées simples : si les sens n'avoient apporté ces premières idées dans notre ame, que feroit-ce que cette réflexion, que cette faculté de réfléchir sur elles, de les joindre, de les séparer ?

XX. Mais ne trouvons-nous pas dans notre ame une certaine idée plus simple, & peut-être antérieure à toutes les autres, & qui ne semble point avoir la même origine ? je parle de ce sentiment de pure existence que l'ame éprouve dans le silence des autres sensations, & lors qu'aucun objet ne l'affecte ? L'homme avant que d'avoir reçu



aucune impression des objets , n'auroit-il pas eu une certaine idée de son être ? •

XXI. Il n'est pas facile, il n'est peut-être pas possible de décider si cette idée, supposé que l'ame l'eut, tireroit son origine d'une source différente de celle des autres, ou seulement d'une source plus cachée. Comment remonter à cet état dans lequel nos sens n'auroient point encore été affectés par aucun objet sensible ? Quand même cela seroit possible à l'égard des corps extérieurs, tous les corps dont l'intérieur du nôtre est composé, & le sens du tact universellement répandu dans toutes nos parties, ne donnent ils pas lieu de penser que l'idée de notre existence ne viendrait que de l'impression de quelque corps sur le tact intérieur : que toute la différence entre la manière dont se produit cette idée & celle dont se produisent les autres, ne consiste qu'en ce que pour les autres c'est l'action de quelque corps intérieur sur quelque organe extérieur de nos sens qui les fait naître, & qu'ici ce seroit l'action des parties de notre corps même sur un organe plus caché. Plus j'examine cette idée de pure existence, plus je tâche de faire taire toutes les autres sensations qui m'en distraient, & plus il me semble que cette idée ne vient que d'une sensation : il me semble toujours que je ne sens mon existence que par quelque partie de mon corps.

XXII. Il ne paroît donc pas que quant à leur origine nos idées diffèrent autrement qu'en ce que, tandis que toutes les autres ne tirent leur origine que d'un seul de nos sens, celles du nombre & de l'étendue reçoivent la leur de plusieurs sens différens ; & quant à la nature même des idées, je ne trouve entre elles de différence essentielle & distincte, que cette répliquabilité qui n'appartient qu'à l'étendue & au nombre.

XXIII. Sans rechercher ici la raison de la connexion, & le rapport qui peut se trouver entre ces prérogatives que ce genre d'idées a sur les autres : nous proposerons ici une question qui n'en paroitra peut-être pas une au premier aspect, & qui au second sera peut-être



bien difficile à résoudre : *y a-t-il d'autres idées que les idées répliables qui soient susceptibles de plus & de moins ?* Peut-on dire qu'il y ait du plus ou du moins dans une couleur, dans une saveur, dans un son ? Il est bien vrai qu'on dit tous les jours une couleur plus bleue, un fruit plus aigre, un son plus aigu : mais c'est qu'on a lié toutes ces sensations avec l'observation d'une plus grande ou d'une plus petite dose de quelque chose de répliable : si pour une couleur on a employé une once d'indigo, & pour une autre deux onces, on dit que l'une est plus bleue ou plus foncée que l'autre : mais ce *plus* n'est fondé que sur la quantité répliable dont on suppose dans la sensation l'effet proportionel à la quantité : sans cette considération on diroit bien que ces deux couleurs diffèrent entre elles, mais je ne sçai si l'on pourroit dire qu'elles diffèrent par *plus* ou par *moins* ; & ce que nous disons ici des objets de la vue, nous le dirons de même des objets des autres sens, nous ne pouvons dire qu'un son est plus aigu qu'un autre que parce que nous sçavons que la corde qui le rend est plus courte, ou plus déliée, ou plus tendue par un plus grand poids : sans cela les sons ne seroient que différens, & ne seroient point susceptibles de plus & de moins. La proposition est la même à l'égard des objets moraux ; une vertu ne peut être appelée plus grande que parce qu'on en rapporte l'exercice à un plus grand nombre d'actions qu'on regarde comme les mesures de cette vertu.

XXIV. C'est de l'application de ces mesures que naissent tant d'erreurs dans toutes les Sciences, où ces mesures ne sont pas répliables, ne sont pas les nombres ou l'étendue. Si par ex. les actions qu'on regarde comme les mesures d'une certaine vertu ne sont pas parfaitement égales, ce qui seroit un cas bien rare & hors d'usage, tous les raisonnemens qu'on voudra faire sur cette vertu n'auront rien de précis ni de certain : & si l'on veut donner à ces raisonnemens la précision & la certitude, ce ne pourra être que par des suppositions & des hypothèses qui les mettront hors de toute application réelle : si ces suppositions ont plus de latitude, chacun les fera à sa manière ; & de là



Il résulte cette diversité de sentimens qu'on observe sur les sujets de morale, de politique, de droit naturel, de métaphisique, où l'on se trouve si rarement d'accord avec les autres, & où souvent on n'est pas d'accord avec soi-même.

XXV. Au contraire dans les sciences mathématiques où les objets, le nombre & l'étendue, sont exactement répliquables, on forme des résultats dont tout le monde convient ; parce que c'est sur des sujets qui sont pour tout le monde précisément les mêmes : on est encore plus content de la manière dont soi-même on les conçoit ; & c'est en cela que consiste l'évidence & la certitude.

XXVI. Entre les objets purement mathématiques & les objets moraux ou métaphisiques, il est un certain genre où la répliquabilité parfaite ne se trouve pas, mais dont aussi elle n'est pas entièrement exclue : je parle des objets phisiques ; dans lesquels outre l'étendue & les nombres on considère quelques autres idées qui se réduisent comme d'elles mêmes à la répliquabilité : la vitesse par ex. des corps en mouvement, le tems qu'il employent à parcourir certains espaces, ont des rapports si naturels à l'étendue & aux nombres, que ces idées deviennent répliquables comme celles des nombres & de l'étendue.

XXVII. On rappelle encore à la répliquabilité quelques autres idées qu'on regarde comme des propriétés universelles des corps, quoique ces idées ne soient pas trop claires : comme certains effets que nous voyons que les corps peuvent produire, certaines forces auxquelles nous attribuons ces effets : mais pour les soumettre à la répliquabilité, il faut que ces effets ou ces forces soient susceptibles de mesures constantes & homogènes qui se rapportent à l'étendue ou aux nombres.

XXVIII. C'est par là que si dans la dynamique on ne trouve pas toujours des résultats qui aient la même évidence que ceux de l'arithmétique & de la géométrie, elle participe pourtant à l'évidence & à la certitude qui regnent dans ces deux sciences ; & ne leur cédera gué-



guères à ces égards si elle est traitée avec précaution & avec philosophie.

**XXIX.** Mais il y a ici beaucoup d'erreurs à craindre : les objets de la dynamique peuvent quelquefois être considérés sous des faces différentes, & par rapport à différentes propriétés, dont quelques unes peuvent être réduites à la répliquabilité tandis que les autres n'y sont pas réduçtibles, ou n'y sont pas réduçtibles de la même manière : on fondera alors des raisonnemens sur ce qui tient à ces propriétés répliquables, on en tirera des conséquences justes; mais qui n'auront point lieu pour l'objet en général, ou qu'il faudra interpréter différemment. C'est ainsi par ex. que les uns prétendent qu'un corps en mouvement a deux fois plus de force si sa vitesse est double ; & que les autres soutiennent qu'il en a quatre fois plus : les premiers considèrent la force du corps par son effet instantané, les autres par la quantité d'obstacles égaux qu'il peut vaincre jusqu'à l'extinction de son mouvement. Ce mal-entendu a fait dans des Académies célèbres des disputes, qui n'auroient pas été des disputes si l'on y eut usé d'une bonne logique.

**XXX.** La dynamique ne nous conduira donc pas toujours à des résultats aussi simples & aussi clairs que ceux de l'arithmétique & de la géométrie; quoiqu'on y puisse trouver l'évidence & la certitude, si l'on y distingue toujours bien dans chaque objet ce qui est répliquable & ce qui ne l'est pas ; qu'on n'applique pas à un objet en général ce qui n'appartient qu'à quelques unes de ses parties ; enfin si l'on a bien soin de s'expliquer & de s'entendre.





## SECONDE PARTIE.

Où l'on examine les loix de la Nature.

---

### I.

**A**près avoir recherché autant qu'il nous a été possible quel est l'avantage des sciences mathématiques sur les autres sciences, & fait voir comme nous le croyons, que l'évidence & un certain repos d'esprit qu'on trouve dans l'arithmétique & dans la Géométrie ne viennent que de la replicabilité des objets que ces sciences considèrent; il faut expliquer ce qu'on doit entendre par *vérités nécessaires*.

II. Le *nécessaire* en général est ce qui ne sauroit ne pas être : le *contingent* est ce qui pourroit n'être point. Nos connoissances n'étant que ce que nous avons vû dans la première partie, il semble que nous soyons bien éloignés de pouvoir prononcer sur la *nécessité* ou la *contingence* de quoi que ce soit : nous n'avons pour nous conduire dans une telle recherche que cette évidence, que cette foible lumière, qui dès que nous la voulons porter hors des limites qui lui sont prescrites, s'éteint.

III. Tant que nous nous bornons à des objets parfaitement replicables; & que des idées que nous avons de ces objets nous cherchons à déduire les conséquences; nous pouvons suivre le fil d'un assez grand nombre de raisonnemens qui satisfont pleinement notre esprit : nous pouvons voir avec évidence que chacun de ces raisonnemens est lié aux autres : c'est ainsi que des idées du nombre & de l'étendue nous tirons toutes les propositions de l'arithmétique & de la géométrie : c'est dans ce sens qu'on appelle ces propositions des *vérités nécessaires*.

IV. Mais si dans l'explication de quelque phénomène de la Nature, nous trouvons quelque interruption qui nous empêche de le lier





aux premières idées d'où nous sommes partis ; sommes-nous en droit pour cela de traiter ce phénomène de *contingent* ? Il me semble que ce feroit bien passer les droits de la faculté qui nous a été donnée de juger des choses : l'interruption peut n'être qu'apparente ; le phénomène peut être lié dans une chaîne qui nous paroît interrompue, parce que quelque partie nous en échape ; mais dont une intelligence supérieure à la mienne verroit la continuité : & n'arrive-t-il pas tous les jours que dans les conséquences tirées des objets mêmes replicables, il se trouve une continuité que nous n'avions point apperçue d'abord, ou que nous n'appercevons pas tandis que d'autres l'apperçoivent ?

V. *Pouvons-nous des idées que nous avons du corps & de la vitesse tirer par une chaîne de conséquences sans interruption les loix que les corps observent dans leur mouvement ?* C'est là ce me semble tout ce qu'il nous est permis d'examiner ; & la question est bien encore assez difficile.

VI. Après un grand nombre de siècles écoulés, pendant lesquels il ne paroît pas qu'on eut seulement tenté de découvrir les loix du mouvement, de déterminer les phénomènes qui arrivent lors qu'un corps en mouvement en rencontre un autre soit en mouvement soit en repos : après mille erreurs où dans les siècles suivans on étoit tombé lorsqu'on avoit cherché ces loix : elles furent tout à coup découvertes par Huygens, Wallis, & Wren : elles furent confirmées par les expériences ; & personne ne douta plus de leur vérité. On alla plus loin : comme c'étoient des mathématiciens qui les donnoient ; & qu'ils employoient pour les démontrer des procédés & des calculs mathématiques, on leur attribua la même évidence, & une évidence du même genre, qu'aux vérités qui ne concernent que l'étendue & les nombres.

VII. Ce n'étoit cependant plus sur ces seuls objets, sur ces objets dont la nature est d'être parfaitement *replicables* qu'on opéroit : c'étoit sur des objets physiques, sur des corps, sur leurs mouvemens, & sur ce qui devoit résulter de leurs mouvemens.

VIII.



VIII Les philosophes des derniers tems avoient entrepris de déduire les loix du mouvement de l'essence des *corps purement mathématiques*, c'est à dire uniquement réduits à l'étendue ; & tous s'y étoient trompés : l'histoire de leurs erreurs feroit un gros livre ; je ne parlerai que de celles de ces hommes dont la supériorité sembloit promettre plus de succès.

IX. *Descartes* consultant plus ses idées que la Nature ; & y ajoutant un principe métaphisique qu'il croyoit vrai & qui ne l'étoit pas, avoit donné avec assurance de fausses loix du mouvement.

X. *Malebranche* le plus célèbre de ses disciples, s'égarà à la suite ; & ne changea de sentiment qu'après qu'on lui eut crié de toutes parts que la nature démentoit ses loix, & qu'on lui eut fait connoître les véritables.

XI. *Leibnitz* s'y trompa aussi bien qu'eux ; il donna des loix fausses ; (\*) & ne reconnut que longtems après son erreur. (\*\*) Il avoua qu'elle venoit de ce qu'il avoit voulu déduire ses loix *des seules notions mathématiques*.

XII. Si l'on pouvoit déduire les loix du mouvement de cette idée du corps qui le réduit à ses trois dimensions, à la simple étendue, toutes ces loix seroient susceptibles de la même évidence & de la même certitude que les propositions de la géométrie & de l'arithmétique : & comme on prend ces propositions pour des vérités nécessaires, on pourroit de même prendre les loix du mouvement pour nécessaires, du moins du même genre de nécessité.

XIII. Mais si la chute de tous les grands hommes qui ont voulu tirer les loix du mouvement de l'essence du corps mathématique, ne suffit pas pour prouver que ces loix ne sont pas nécessaires, la maniere

(\*) *Hypothesis physica nova. Theoria motus abstracti & concreti.* Mogunt. 1671.

(\*\*) *Specimen dynamicum.* Act. erud. 1695.



dont ceux qui ont découvert les véritables loix y font parvenus , doit achever de nous convaincre. Huygens, Wallis, & les autres qui ont trouvé ou confirmé ces loix, loin de les déduire immédiatement de cette idée simple des corps par des démonstrations purement mathématiques, font tous partis d'hypotheses qui n'étant rien moins que des vérités nécessaires ne conduisoient point à des vérités nécessaires

XIV. Quant à ceux qui voudroient affoiblir la preuve de l'existence de Dieu qu'on tire des loix du mouvement, parce que, disent ils, de ce qu'on n'a pû jusqu'ici déduire ces loix de la seule idée du corps, il ne s'ensuit pas qu'elles n'en puissent être des suites nécessaires : on peut leur faire voir qu'on pourroit de même soutenir ou soupçonner la nécessité de tout ce qui est dans la Nature. En attaquant par un tel raisonnement la preuve qu'on tire de la sagesse qu'on découvre dans les loix du mouvement, on feroit perdre toute la force à toutes les autres preuves qu'on peut tirer des merveilles de l'Univers : on pourroit soutenir que tout l'ordre & l'arrangement qui paroît dans la Nature, que ces procédés mêmes d'insectes que les auteurs d'histoire naturelle font tant valoir, ne sont peut-être que des suites nécessaires de la nature des corps. L'objection donc qu'on voudroit tirer de la nécessité des loix du mouvement, est contre tous ceux qui veulent prouver l'existence de Dieu par les merveilles de la nature, la même que contre ceux qui la veulent prouver par ces loix ; & l'on pourroit laisser les naturalistes y répondre.

XV. Mais nous répondrons pour eux & pour nous ; que c'est une injustice de vouloir attribuer à une nécessité mathématique des loix que les plus habiles mathématiciens n'ont jamais pû y réduire : l'injustice devient plus grande encore lors qu'au lieu de la nécessité, on découvre dans l'établissement de ces loix des raisons de choix & de préférence.

XVI. Pour en revenir à la question que nous nous proposons d'éclaircir sur la nature des loix du mouvement : j'en distingue de différens ordres ; les unes paroissent si simples qu'on feroit tenté de les pren-

prendre pour des axiomes, & que quelques auteurs les ont données comme des axiomes, d'autres plus exacts comme des hypothèses fondamentales : les autres loix sont plus compliquées, fondées sur un plus grand nombre de principes, & étoient plus difficiles à découvrir.

XVII. Avant que d'entrer dans l'examen de ces loix ; comme plusieurs auteurs dans l'énoncé qu'ils en donnent ont employé le mot de *force*, & que nous serons nous-mêmes obligés de nous en servir ; il faut expliquer ce que c'est que la force, ou plutôt dire ce qu'on entend par ce mot.

XVIII. Le mot de force est pris d'un sentiment que nous éprouvons lorsque nous voulons mouvoir un corps qui est en repos, ou arrêter ou changer le mouvement d'un corps qui se meut : nous sentons que pour cela il nous faut faire un certain effort, employer une certaine force. Nous observons que lorsqu'un corps en mouvement en rencontre un autre en repos, celui-ci se meut ; que s'il se mouvoit déjà, son mouvement est changé ou détruit : & dans l'impuissance où nous sommes d'expliquer comment cela se fait, nous appliquons au corps le même mot de force, un sentiment à un être incapable de sentir : enfin, si nous voyons quelque corps se mouvoir sans aucune action de notre part, & sans l'entremise d'aucun autre corps, nous disons encore que c'est par une force qu'il se meut ; mais ne voyant point d'objet extérieur où la placer, nous en faisons une force immatérielle, une qualité inhérente au corps même qui se meut.

XIX. Après avoir donné un nom à quelque chose que nous connoissons si peu, nous regardons la force comme la *cause* du changement qui arrive dans le repos ou le mouvement des corps, & ce changement comme l'*effet* ; nous calculons ensuite les effets & les causes, & ces calculs sont justes tant qu'ils ne tombent que sur des rapports : notre évidence est entière dans la partie qui ne regarde que l'objet répliquable : mais nous devons nous tenir en garde dès que nous mêlons dans cet objet d'autres propriétés ; que nous raisonnons sur des choses qui nous sont inconnues, ou qui ne nous sont qu'imparfaitement connues.

XX. Il n'y a peut-être aucun phénomène dans la Nature qui dût tant nous étonner que de voir un corps en mouvoir ou en arrêter un autre : le mouvement que nous communiquons, ou modifions nous-mêmes, nous paroitroit la merveille la plus surprenante si nos mouvemens n'avoient précédé notre raison.

XXI. Cette ignorance où nous sommes sur la nature de la cause qui fait mouvoir les corps, qui change ou détruit leur mouvement, est ce qui a fait naître tant de disputes entre les mathématiciens de ces derniers tems : qui a fait que les uns ont pris pour la force d'un corps le produit de sa masse par sa vitesse, les autres le produit de sa masse par le quarré de sa vitesse : c'est que ne connoissant la force que par les effets qui suivent son application, ils ont vû ces effets proportionels tantôt à l'un de ces produits tantôt à l'autre, selon que la considération du tems y entre ou n'y entre pas.

XXII. Mais lorsqu'un corps se meut, ou change son mouvement, sans que l'action ou la résistance d'aucun corps sensible y soit appliquée ; ce qu'on pourroit prendre pour la cause échappant entièrement, on l'exprime encore par le mot vague de force, & on l'emploie dans les calculs en lui donnant un signe ; mais ce signe n'est jamais que la représentation du phénomène.

XXIII. Après cet éclaircissement, après qu'on aura bien réfléchi sur le peu d'idées qu'on a de la *cause* & de l'*effet* dans le mouvement des corps ; on trouvera bien étrange de voir les plus grands hommes qui ont traité de la dynamique répéter sans cesse les mots de cause & d'effet ; vouloir expliquer les phénomènes du mouvement par ces prétendus axiomes, *les effets ne doivent pas surpasser les causes ; les effets doivent être proportionels aux causes ; &c.*

XXIV. Tandis qu'on abuse ainsi des mots de causes & d'effets, & qu'on les place partout ; quelques autres philosophes nient toute *causalité* : les argumens dont se sert pour cela un des plus grands hommes

mes



mes de l'Angleterre (\*) sont assurément des plus ingénieux & des plus subtils : cependant il me semble qu'entre trouver des causes partout & n'en trouver nulle part il est un juste milieu où se trouve le vrai : si c'est refuser à la Providence ce qui lui appartient que de nier les causes, c'est nous arroger ce qui ne nous appartient pas que de nous croire toujours capables de les connoître.

XXV. Nous allons maintenant examiner les loix du mouvement : & nous commencerons par ces premières que quelques auteurs ont prises pour des axiomes, ou pour des suites nécessaires de l'idée de l'étendue qu'ils regardoient comme l'essence de la matière : nous verrons bientôt ce qu'elles doivent à l'expérience ; & ce qu'elles ont été lorsqu'on n'a pas voulu les puiser dans l'expérience.

### *Loix de Descartes.*

XXVI. Descartes posa pour la première loi que, *chaque chose en tant qu'elle est simple & indivisée demeure tant qu'elle peut dans le même état, & n'en sort que par des causes externes.*

Cette loi qui exposée aussi vaguement n'a rien de clair ni de philosophique, seroit ou sujette à de grandes disputes, ou peut-être fautive, si comme les termes simple & indivisé semblent l'insinuer, on l'appliquoit à des êtres immatériels ou pensants. Descartes à la vérité l'applique d'abord au corps, & nous apprend que c'est des parties de la matière qu'il parle : la loi donc dans son vrai sens est que, *toute partie de la matière persévère dans son état de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause externe ne l'en fasse sortir.*

XXVII. La seconde loi est que, *chaque partie de la matière qui se meut librement se meut en ligne droite.*

Cette loi n'est qu'une suite évidente de la première ; car le mouvement dans chaque instant ne se pouvant faire qu'en ligne droite, la persévère-

(\*) Mr. Hume.



sévérité du corps dans l'état où il est une fois, exige qu'il continue de se mouvoir en ligne droite : aussi Newton ici conforme à Descartes n'a-t-il fait de ces deux loix qu'une même loi.

XXVIII. La troisième loi de Descartes est que, *lorsqu'un corps en mouvement en rencontre un autre, s'il a moins de force pour continuer à se mouvoir en ligne droite que l'autre n'en a pour lui résister, il est réfléchi vers le côté opposé, & conservant son mouvement n'en perd que la direction ; mais s'il a plus de force que l'autre n'en a, il se met avec lui & perd autant de son mouvement qu'il lui en donne.*

On pourroit remarquer ici quel abus Descartes fait du mot de force qu'il n'a point défini : mais nous allons examiner les trois loix l'une après l'autre.

### *Examen de la première & de la seconde loi.*

XXIX. Il semble qu'une loi que les deux Philosophes dont les sentimens en tout ont été les plus opposés ont reçue, dût passer pour un axiome : qu'il fût évident que toute partie de la matière persévérât dans son état de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause externe ne l'en fît sortir. Cependant, en examinant les idées sur lesquelles Descartes & Newton ont fondé cette loi, on verra combien ils sont peu d'accord ; & combien elle est éloignée d'être une suite nécessaire de l'idée que nous avons de l'étendue. Descartes voulut déduire la loi de l'immutabilité de Dieu : ses disciples ont cru qu'elle étoit fondée sur l'indifférence de la matière à se mouvoir ou ne se pas mouvoir : Newton ne l'a trouvée que dans l'expérience.

De l'immutabilité de Dieu l'on concluroit plutôt qu'il n'y a point de mouvement qu'on ne déduiroit les loix du mouvement.

De l'indifférence de la matière au mouvement ou au repos, il ne s'ensuit point qu'un corps étant une fois mû il se meuve toujours, ni qu'étant une fois en repos il y reste toujours : cette indifférence ne  
cause



cause ni n'empêche l'un ni l'autre état : si elle ne réduit point au repos un corps qui se meut, elle ne le fait pas non plus continuer à se mouvoir : si elle ne fait pas mouvoir un corps qui étoit en repos, elle ne le fait pas plus persévérer dans son repos ; la persévérance n'est pas plus la suite de l'indifférence que le changement. On ne voit donc pour la loi de Descartes ni l'évidence ni d'autre fondement que l'expérience ; mais sur cette matière nous verrons à tous momens les auteurs les plus célèbres prendre pour la suite de leurs raisonnemens ce qu'ils ne tiennent que de l'expérience.

La seconde loi de Descartes n'étant comme nous l'avons vû qu'une partie ou une suite nécessaire de la première, tout ce que nous venons de dire de celle-ci s'y rapporte.

Ces deux premières loix, quoiqu'on ne les puisse déduire de l'idée que nous avons de l'étendue, étoient confirmées par l'expérience : mais quant à la troisième, on peut dire que l'expérience en démontre la fausseté. Voyons par quels raisonnemens Descartes étoit tombé dans une erreur aussi grossière.

### *Examen de la troisième loi.*

XXX. Nous avons vû que ne pouvant tirer les loix du mouvement de son idée des corps, Descartes avoit eu recours à *l'immutabilité de Dieu* : de cette immutabilité ce qu'on devoit conclurre seroit qu'aucun corps ne devoit se mouvoir, ou que si quelqu'un se mouvoit il devoit se mouvoir à jamais : Descartes vit bien que cela n'étoit pas ainsi. De l'indifférence de la matière à se mouvoir ou ne se pas mouvoir on auroit conclu que le plus petit corps en mouvement rencontrant le plus grand corps en repos, devoit le mouvoir & l'emporter avec toute sa vitesse. Descartes vit bien encore que ceci répugnoit trop à l'expérience ; mitigeant donc l'idée de l'immutabilité absolue, il posa pour principe *que Dieu, sans laisser chaque corps dans son repos ou son mouvement éternel, conservoit seulement toujours la*





*même quantité de mouvement dans l'univers : c'est à dire la même somme de produits des masses multipliées par les vitesses. Il conclut de là que lors qu'un corps rencontroit un autre corps en repos plus grand que lui, le petit étoit réfléchi en sens contraire avec toute sa vitesse sans en avoir communiqué aucune au grand ; il ne s'apperçut pas que cette conséquence aussi étrange que celle qu'il avoit voulu éviter, étoit à tous momens démentie par la nature : & après avoir donné plusieurs autres règles du mouvement aussi fausses ; il finit par dire , qu'il n'en ajoute point la démonstration parce qu'elles sont évidentes(\*) . Voilà où le plus grand génie de son siècle fut conduit lorsqu'il voulut tirer de l'essence de la matière qu'il ne connoissoit pas, & de l'immutabilité de Dieu dont il faisoit mal l'application, les loix du mouvement. Ceci assurément ne fera pas croire que ces loix soient des conséquences mathématiques & nécessaires de la nature des corps.*

### *Loix de Newton.*

XXXI. Voici maintenant les loix du mouvement données par Newton. Pour mieux voir d'où il les a déduites nous joindrons à chacune les preuves qu'il en a données, qui sont apparemment les plus fortes qu'on en peut donner.

XXXII. La premiere loi est que : *Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement uniforme & direct, s'il n'est contraint par quelques forces étrangères à changer cet état.*

Newton pour prouver cette loi allégué les projectiles qui persévèrent dans leurs mouvemens autant que la résistance de l'air qui les retarde, & la force de la pesanteur qui les précipite, le permettent : la toupie qui ne cesse de tourner que par la résistance que l'air apporte à son mouvement : les grands corps des Planètes & des Comètes qui conservent plus longtems leurs mouvemens progressifs & circulaires, parce qu'ils se meuvent dans des espaces qui leur résistent moins.

XXXIII.

(\*) *Nec ipsa egent probatione quia per se sunt manifesta.* R. Cartes. Princip. philos. P. 11. N. §2.



**XXXIII.** La seconde loi est que : *Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée, & se fait selon la ligne droite dans laquelle cette force est imprimée.*

Si quelque force produit quelque mouvement, une force double produira un mouvement double, une force triple un mouvement triple ; soit qu'elle soit imprimée tout à la fois, soit par degrés & successivement : & ce mouvement étant toujours déterminé dans le même sens que la force motrice, si le corps se mouvoit auparavant, sera ajouté à son mouvement s'il se fait dans la même direction ; en sera retranché si c'est dans une direction contraire ; sera obliquement ajouté ou retranché, si c'est dans une direction oblique : & il se fera une composition de ces deux mouvemens selon la détermination de chacun.

**XXXIV.** La troisième loi de Newton est que : *L'action est toujours contraire & égale à la réaction : ou que les actions de deux corps l'un contre l'autre sont toujours égales & en sens contraires.*

Tout ce qui presse ou tire est également pressé ou tiré. Si vous pressez du doigt une pierre, votre doigt est également pressé de la pierre : si un cheval tire une pierre attachée par une corde, le cheval est également tiré par la pierre ; car la corde étant partout également tendue & faisant par tout le même effort pour se relâcher, tire également le cheval vers la pierre & la pierre vers le cheval ; & empêche autant le progrès de l'un qu'elle accélère le progrès de l'autre. Si quelque corps rencontrant un autre corps change par sa force de quelque manière que ce soit le mouvement de celui-ci, il recevra à son tour dans son propre mouvement par la force de celui-ci un changement égal & en sens contraire, puisque la pression mutuelle est égale. Par ces actions il arrive des changemens égaux, non dans les vitesses, mais dans les mouvemens, pourvu que les corps ne soient pas empêchés d'ailleurs : car les changemens de mouvement étant égaux, les changemens de vitesse en sens contraire sont réciproquement proportionnels aux corps. Et cette loi a aussi lieu pour les attractions.

### *Examen de la première loi.*

XXXV. La première loi de Newton n'est, comme nous l'avons déjà dit, que la première & la seconde de Descartes; elle a l'air d'un axiome : il semble qu'on voye clairement qu'un corps en repos y reste si rien d'étranger ne le meut ; & qu'un corps en mouvement continue de se mouvoir si rien ne s'oppose à son mouvement. Mais il faut ici se défendre de l'illusion de l'habitude : nous avons vû si constamment que les corps persévèrent dans leur repos & dans leur mouvement, que nous croyons que nous l'aurions pû prédire quand nous ne l'aurions pas vû ; & que nous confondons l'expérience avec le raisonnement. Cependant cette loi est si peu une suite nécessaire de l'idée primitive que nous avons de l'essence des corps, que ceux qui n'ont pas bien consulté l'expérience, qui n'ont pas vû que ce ne sont que les résistances & les obstacles qu'un corps rencontre qui déterminent ou ralentissent son mouvement ; que ceux, dis-je, qui n'ont pas fait cette remarque, voyant le mouvement de tous les corps se ralentir, au lieu de convenir de cette loi, en admettroient plutôt une toute contraire ; & pensent que les corps en mouvement tendent naturellement au repos. Des auteurs célèbres ont cru nécessaire de prouver la continuation du mouvement, quoiqu'ils ne l'aient pû faire que par des raisonnemens qui pressés remontoient à l'expérience. Newton y recourut tout d'abord, & sur elle seule fonda sa loi, comme on le voit assés par les preuves qu'il en donne : les hommes les plus éclairés, les *Maclaurin*, les *Pamberton*, les commentateurs, n'ont pas cherché à tirer cette loi d'aucun autre principe. Les phénomènes ont fait connoître une nouvelle propriété de la matière qui ne se trouvoit ni dans l'idée de l'étendue ni dans celle même de l'impénétrabilité : c'est *l'inertie*, une force, (pour nous servir encore ici avec eux de ce terme obscur,) une puissance qu'a le corps de résister au mouvement s'il est en repos, & de résister au repos s'il est en mouvement. Kepler qui a tant vû de choses dans l'obscurité, & Descartes même, avoient eu quelque idée de cette propriété : mais ce n'a été que Newton guidé par l'expérience que mieux qu'aucun homme il sçut consulter, qui en a donné la véritable mesure, & qui a établi

*établi que l'inertie dans chaque corps est proportionnelle à la quantité de matière qu'il contient.*

C'est donc l'inertie qui est le principe sur lequel est fondée la première loi du mouvement : c'est en vertu de cette inertie que chaque corps persévère dans son état de repos ou de mouvement ; & oppose à tout ce qui pourroit l'en tirer une résistance proportionnelle à sa masse : c'est en vertu de cette inertie que s'il se meut librement c'est toujours dans une ligne droite ; & que si par quelque obstacle ou quelque autre force il est contraint de décrire une ligne courbe, c'est toujours dans la ligne droite qu'il tend à se mouvoir. Cette dernière circonstance est une suite du même principe : car si un corps décrit une ligne courbe, à chaque instant il décrit une petite ligne droite ; & tend à y continuer son mouvement.

### *Examen de la seconde loi.*

XXXVI. Newton dans sa seconde loi partant de la force, tombe malgré toute sa réserve dans l'abus d'un mot qui ne signifie que ce qui a précédé un phénomène, & qui ne donne aucune idée claire. De cela même on peut conclure que cette loi qui fait le changement de mouvement proportionnel à la force, n'est rien moins qu'évidente ou qu'une suite de raisonnemens évidens : ou que si par *force* on entend ce qui produit ou détruit proportionnellement le mouvement, cette loi ne feroit plus qu'une proposition identique & puérile. On pourroit encore dire qu'on ne voit point avec évidence que le changement de mouvement se doive faire selon la ligne dans laquelle la force est imprimée. Mais après avoir vu que la première loi, celle qui nous apprend que tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement, s'il n'est contraint par quelques forces étrangères à changer cet état, que cette loi n'est fondée que sur l'expérience, on ne doutera pas que la seconde loi qui détermine la mesure de ces changemens ne soit fondée sur l'expérience aussi ; & ne soit une suite non de la première

mière idée de l'étendue, mais de cette propriété d'inertie qu'une expérience plus tardive a découverte dans les corps.

### *Examen de la troisième loi.*

XXXVII. Dans l'idée que nous avons du corps nous ne trouvons qu'une parfaite indifférence au mouvement ou au repos : ni son étendue ni son impénétrabilité ne nous font voir qu'il doit résister ou réagir ; encore moins que la réaction doit être égale à l'action : chaque corps pourroit à raison de sa masse avoir un certain degré de réaction au delà duquel il ne pourroit aller : pour trouver l'origine de la réaction, c'est à l'inertie qu'il faut recourir ; à cette propriété des corps dont nous ne devons la découverte qu'à l'expérience.

### *Loix de Leibnitz.*

XXXVIII. Leibnitz sentit l'impossibilité de déduire les loix du mouvement de la seule notion du corps : mais il ne la sentit qu'après le malheureux succès des efforts qu'il avoit faits pour y réussir, qu'après s'être instruit par ses erreurs. Ne consultant que ses idées de l'étendue il avoit (dans sa *theoria motus abstracti & concreti*) donné des loix du mouvement aussi éloignées, des véritables loix que celles de Descartes. Cela est d'autant plus remarquable que les véritables loix avoient été déjà données par Huygens : elles avoient été publiées dès 1669 ; & Leibnitz ne donna les siennes qu'en 1671. Selon celles-ci le plus petit corps en mouvement qui rencontroit un autre corps en repos quelque grand qu'il fut, lui communiquoit sa vitesse & l'entraînoit aussi rapidement qu'il s'étoit mis lui-même avant le choc. Il ne faisoit point un si habile homme que Huygens pour faire connoître la fausseté d'une telle loi : mais Leibnitz n'en fut désabusé que lorsque la métaphysique lui eut fourni d'autres principes sur lesquels il pût fonder d'autres loix plus conformes à l'expérience.

XXXIX. Il renonça donc à sa théorie du mouvement abstrait & concret ; & corrigea ses erreurs dans l'excellent mémoire qu'il donna

en 1695 ; (\*) il établit la insuffisance des seules notions de l'étendue & de l'impénétrabilité pour déterminer les loix du mouvement : il crut qu'avec l'inertie même ce n'étoit pas encore assés ; & qu'il falloit encore ajouter un certain principe *supérieur à la matière, une forme, une Entelechie*, enfin ce qu'il appelle *la force* : & qu'au lieu de déduire ces loix d'une nécessité mathématique, elles dépendoient d'un principe de convenance.

XL. Après un tel aveu, nous pourrions nous dispenser de faire l'examen des loix de Leibnitz pour faire voir qu'elles ne sont point des conséquences mathématiques de l'essence du corps : cependant comme on pourroit craindre que Leibnitz trop prévenu pour la métaphisique eut refusé à la mathématique ce qui pourroit lui appartenir, il ne sera pas inutile d'examiner ces loix : & nous allons faire cet examen comme nous avons fait celui des loix de Descartes & de Newton. Les loix de Leibnitz devoient se trouver dans un traité de Dynamique dont il n'a donné que quelques morceaux ; nous ne les trouvons rassemblées que dans la Théodicée (\*\*) d'où nous les tirerons dans l'ordre qu'il leur a donné.

XLI. Première loi, *l'effet est toujours égal en force à sa cause, ou ce qui est la même chose, la même force se conserve toujours.*

XLII. Seconde loi, *l'action est toujours égale à la réaction.*

XLIII. Troisième loi, *un mouvement simple a les mêmes propriétés que pourroit avoir un mouvement composé qui produiroit les mêmes phénomènes de translation.*

XLIV. Quatrième loi, *la Nature n'agit point par sauts ; mais tout changement se fait par degrés insensibles.*

*Examen*

(\*) V. A&A. Erud. Lips. *Specimen Dynamicum*.

(\*\*) Théodicée, N. 346. 347. 348.



### *Examen de la première loi.*

**XLV.** Cette loi a deux parties qu'à la vérité Leibnitz réunit : cependant il convient d'examiner chacune séparément, pour fixer le sens dans lequel elles doivent être réunies. L'effet est toujours égal en force à la cause : rien ne ressemble plus à un axiome que cette proposition ; & elle sera en effet un axiome si l'on entend par *cause* ce qui produit un *effet* proportionnel à soi ; ce n'est alors qu'une proposition identique : mais si, comme nous l'avons allés montré, nous n'avons point d'idée des causes, cette loi jusqu'ici ne présente rien de précis à l'esprit. Aussi Leibnitz s'explique-t-il en ajoutant, *la même force se conserve toujours*. Il faut maintenant sçavoir ce que Leibnitz entend par *force* ; car ce n'est plus ce que Descartes & Newton entendoient : c'est cette *forme*, cette *Entelechie*, ce principe supérieur à la matière, qu'il prétend avoir découvert dans les corps ; cette *force vive* proportionnelle au produit de la masse par le quarré de la vitesse.

Il est vrai que la force ainsi définie, si l'on mesure les effets qu'elle peut produire par la hauteur à laquelle un corps en mouvement peut remonter, par le nombre de ressorts égaux qu'il peut comprimer à un certain degré, l'on trouvera toujours ces effets proportionnels à la force : & ces ressorts, après qu'ils auront arrêté le corps par leur compression, pourront en se débandant lui rendre, ou rendre à d'autres corps, la même force qui les avoit comprimés. C'est vraisemblablement ce phénomène qui a déterminé Leibnitz à prendre ce produit de la masse par le quarré de la vitesse pour *la force*.

On peut de ce principe, de la conservation de la force vive, déduire les loix de la communication du mouvement des corps élastiques ; parce que dans le choc de ces corps la quantité de cette force demeure toujours la même. Mais si l'on veut du même principe déduire les loix de la communication du mouvement des corps durs, des corps dont les parties sont inflexibles ; on trouvera des loix très fausses, parce que dans le choc de ces corps la même quantité de cette force ne se retrouve pas.

Il faudroit donc pour maintenir la loi dans son universalité, soutenir avec les Leibnitiens qu'il n'y a point & qu'il ne peut y avoir de corps durs dans la Nature, (ce qui n'est pas soutenable :) ou si l'on veut conserver la loi, il faut la restreindre & ne l'appliquer qu'aux corps élastiques.

On peut juger de là combien peu cette loi est déductible de l'idée des corps, combien elle avoit besoin de l'expérience, & de l'expérience bien consultée ; aussi Leibnitz ne la donne-t-il point comme déduite de l'idée du corps : elle tire selon lui son origine d'un principe supérieur à la matière : mais il la donne comme universelle & elle ne l'est pas.

### *Examen de la seconde loi.*

XLVI. Leibnitz emprunte de Newton cette seconde loi, que l'action est toujours égale à la réaction. Nous en avons donc déjà parlé dans l'examen que nous avons fait des loix de Newton : nous avons fait voir qu'elle est une suite de l'inertie, & que l'inertie est une propriété que nous ne pouvions déduire de la première idée que nous avions du corps ; que l'expérience seule nous a fait connoître.

### *Examen de la troisième loi.*

XLVII. Cette troisième loi est, *qu'un mouvement simple a les mêmes propriétés que pourroit avoir un mouvement composé qui produiroit les mêmes phénomènes de translation.*

Nous ne pouvons pas mieux l'expliquer, ni mieux faire voir qu'elle n'est point une suite nécessaire de l'essence des corps, qu'en rapportant les propres paroles de Leibnitz : voici donc ce qu'il ajoute ; „ Il „ n'y a nulle nécessité de dire du mouvement d'une boule qui court „ librement sur un plan horizontal uni avec un certain degré de vitesse „ appelé *A*, que ce mouvement doit avoir les propriétés de celui „ qu'elle auroit si elle alloit moins vite dans un bateau mû du même



„ côté avec le reste de la vitesse pour faire que le globe regardé du ri-  
 „ vage avançât avec le même degré *A* : car quoique la même appa-  
 „ rence de vitesse & de direction résulte par ce moyen du bateau, ce  
 „ n'est pas que ce soit la même chose. Cependant il se trouve que les  
 „ effets des concours des globes dans le bateau dont le mouvement en  
 „ chacun à part joint à celui du bateau donne l'apparence de ce qui se  
 „ fait hors du bateau, donnent aussi l'apparence des effets que ces  
 „ mêmes globes concourants feroient hors du bateau. Ce qui est  
 „ beau, mais on ne voit point qu'il soit absolument nécessaire. (\*)

On ne peut pas mieux exposer la non-nécessité de cette loi.

### *Examen de la quatrième loi.*

XLVIII. Cette loi, *que la Nature n'agit point par sauts ; mais que tout changement se fait par degrés insensibles* : est ce que Leibnitz & ses disciples ont appelé *la loi de continuité*, ils la croient sans doute applicable dans bien d'autres occasions que dans le mouvement des corps : mais comme il n'est ici question que de ce mouvement, nous ne l'examinerons que par rapport à lui.

Je fais donc remarquer 1. que pour soutenir cette loi, les Leibnitziens sont réduits à nier l'existence & la possibilité des corps durs, ce qui est ce me semble être réduit à l'absurde. 2. Que dans l'application de cette loi aux seuls corps dont les parties sont flexibles, ce ne seroit encore qu'à l'expérience qu'ils la devroient.

Mais en poussant plus loin la chose & nous prêtant ici aux abstractions de la métaphysique de Leibnitz : qu'est-ce qu'agir par continuité ? c'est agir par des degrés insensibles : des degrés insensibles ne sont-ils pas des sauts insensibles ? & des sauts insensibles ne sont-ils pas des sauts ?

XLIX. Voilà les loix de Leibnitz ; mais je le répète encore, nous n'avons tiré de l'examen que nous en avons fait que la même

con-

(\*) Theod. n. 347.





conséquence que lui-même : que toutes ces loix ne font point d'une nécessité absolue qui nous force de les admettre comme on est forcé d'admettre les règles de la logique, de l'arithmétique, & de la géométrie. (\*) Leibnitz sentit qu'il falloit avoir recours à un principe métaphisique d'où dépendoient les loix de la communication du mouvement : il prit pour ce principe la conservation de la force vive ; c'est à dire du produit des masses par le quarré de leurs vitesses. Descartes aussi métaphisicien que lui avoit pris la conservation de la quantité de mouvement ; c. à d. du produit des masses par leur simple vitesse. Le principe de Descartes donne de fausses loix de la communication du mouvement pour tous les corps : celui de Leibnitz n'en donne de véritables que pour les corps élastiques : Leibnitz dit que *Descartes étoit arrivé jusqu'à l'antichambre de la vérité* ; (\*\*) ne peut on pas dire que Leibnitz ici n'a pas pénétré jusqu'au dernier cabinet ?

L. Nous ne parlerons point ici de la foule d'auteurs qui sur cette matière n'ont raisonné que d'après quelqu'un de ces trois grands philosophes ; si nous voulions en faire mention, il nous faudroit faire un gros livre, & ce livre seroit fort inutile.

LI. Mais nous ne saurions omettre de parler de l'homme illustre qui, s'il ne fut pas le premier, ne fut devancé par personne dans la découverte des vrayes loix de la communication du mouvement ; je parle de Huygens, ce génie si profond & si sublime, qui n'a voulu traiter ce sujet qu'en mathématicien. Leibnitz lui a reproché qu'il n'aimoit pas assez la métaphisique : il l'aimoit peut-être, mais voyant ceux qu'elle avoit égarés dans cette recherche, & ne trouvant point dans la métaphisique ce genre d'évidence auquel la géométrie l'avoit accoutumé, il ne voulut point la prendre pour guide. En effet ce que les philosophes dont nous avons parlé avoient donné comme des axiomes ou des

G g g 2

loix

(\*) Theod. n. 346.

(\*\*) Recueil de diverses pièces sur la Philos. la Relig. nat. &c. par M. M. Clarke, Leibnitz, Newton, tom. II. pag. 135.



loix, il ne le donne que pour des hypotheses ou des vérités d'expérience: sous ce nom modeste & plus convenable il parvient d'un pas assuré par une chaîne de raisonnemens nécessaires aux loix de la communication du mouvement

LII. Nous ne rapporterons donc point ici les hypotheses de Huygens comme nous avons fait les loix précédentes pour faire voir qu'elles n'emportent point la nécessité mathématique, puisque lui-même par le nom qu'il leur a donné a soigneusement écarté cette idée: nous les rapporterons pour qu'on voye combien Huygens croyoit peu possible de déduire les loix de la communication du mouvement de l'essence des corps, les suppositions qu'il lui a fallu faire pour parvenir à ces loix par une suite rigoureuse de propositions: enfin nous les donnons pour conserver la trace des pas qu'a fait ce grand homme.

### *Hypotheses de Huygens.*

LIII. Première Hypothèse. *Un corps quelconque qui se meut une fois, si rien ne s'oppose à son mouvement, continue toujours de se mouvoir de la même vitesse & en ligne droite.*

Descartes & Newton ont fait de cette hypothèse une de leurs loix.

LIV. Seconde Hypothèse. *Quelle que soit la cause qui fait réjaillir les corps durs de leur contact mutuel lorsqu'ils se choquent les uns les uns les autres; nous posons que lorsque deux corps égaux qui se meuvent d'une égale vitesse se rencontrent directement, chacun réjaillit avec la vitesse qu'il avoit auparavant.*

Huygens entend ici par corps durs les corps parfaitement élastiques.

LV. Troisième Hypothèse. *Les vitesses respectivement égales ou inégales des corps qui se meuvent, doivent s'estimer par rapport aux autres corps qu'on considère comme en repos; quoique peut-être les uns & les autres soient emportés par un autre mouvement commun. Ainsi*  
lors.



*lorsque deux corps se rencontrent, quoique de plus ils soient l'un & l'autre emportés par un mouvement uniforme, leur choc mutuel par rapport à celui qui est emporté par le mouvement commun est le même que si ce mouvement commun n'existoit pas. „ Comme si quelqu'un placé „ dans un vaisseau qui se meut d'un mouvement uniforme fesoit cho- „ quer deux globes égaux avec une vitesse égale relativement à lui & „ aux parties du vaisseau ; nous disons que l'un & l'autre de ces glo- „ bes rejailliront avec une vitesse égale par rapport au *vécteur* ; tout „ comme il arriveroit si placé sur un vaisseau en repos ou sur la terre „ il fesoit choquer les mêmes globes avec la même vitesse. „*

Leibnitz a fait de cette hypothèse la troisième loi.

LVI. Quatrième hypothèse. *Si un grand corps en rencontre un plus petit en repos, il lui donne quelque mouvement & perd quelque chose de sien.*

LVII. Cinquième hypothèse. *Deux corps durs (élastiques) se rencontrant, si après le choc il arrive que l'un des deux conserve tout le mouvement qu'il avoit, le mouvement de l'autre ne sera ni diminué ni augmenté.*

NB. Cette hypothèse est une restriction de la conservation de la quantité de mouvement, qui dans le cas de l'hypothèse a lieu.

LVIII. Telles sont les suppositions que l'esprit le plus juste & qui connoissoit le mieux jusqu'où pouvoit s'étendre le domaine des mathématiques, a été obligé de faire, pour déduire les loix de la communication du mouvement d'une suite de conséquences nécessaires.

LIX. Un aussi grand homme que tous ceux dont nous avons parlé a tiré les loix de la communication du mouvement d'un principe tout différent des précédents, & qui paroît bien plus qu'eux en être la véritable source. Mr. *Euler* a déduit ces loix du principe découvert par Galilée, & reçu aujourd'hui de tous ceux qui traitent de la mécanique & de la dynamique : ce principe est que *la force multipliée par l'instant de son application donne l'incrément de la vitesse.* De ce prin-



cipe Mr. *Euler* par une analyse sublime & rigoureuse tire les loix de la communication du mouvement (\*).

LX. Mais ce principe est-il une vérité nécessaire? Le seul mot de *force* qui y est employé ne l'exclut-il pas de l'ordre de ces vérités? N'a-t-il pas falu mille expériences répétées sur la chute des corps pour donner quelque confiance à la doctrine de Galilée? & Newton qui en a fait de si grands & de si merveilleux usages, n'y a-t-il pas été conduit ou affermi par l'expérience de tous les mouvemens des corps célestes?

LXI. Toutes les loix de la communication du mouvement quoiqu' universellement aujourd'hui reçues, ne peuvent donc être prises pour des vérités *nécessaires* dans le sens de *nécessité* qu'on donne aux vérités de l'arithmétique & de la géométrie.

LXII. Quand Huygens, Wren, & Wallis, eurent trouvé ces loix tous trois en même tems & sans s'en être fait aucune confidence; malgré l'accord qui se trouvoit entre eux, ne falut-il pas encor qu'elles fussent confirmées par les expériences faites dans la Société Royale de Londres? Ne falut-il pas pour en convaincre celle de Paris toutes les expériences de Mariotte, & que Mariotte en fit un gros livre? A-t-on jamais recouru aux expériences pour confirmer des vérités mathématiques?

LXIII. Après avoir ainsi examiné les premières loix proposées par les plus grands Philosophes; ces principes dont ils ont tiré les loix de la communication du mouvement, les proportions selon lesquelles le mouvement se distribue entre les corps qui viennent à se rencontrer: nous parlerons d'autres loix plus cachées dont la découverte n'est due qu'à ces derniers tems, qu'on n'a peut-être déduites que des loix mêmes de la communication du mouvement; mais qui bien constatées ont affermi la vérité des principes d'où l'on avoit déduit ces loix, ou en ont limité l'étendue.

LOIX

(\*) Comment. de l'Académie de Russie, Tom. IX.



## LOIX DU MOUVEMENT.

---

**LXIV. Première loi.** *Lorsque deux corps durs se rencontrent, ils se meuvent ensemble d'une vitesse commune : ou leur mouvement cesse tout à fait.*

**NB.** On entend toujours que les corps se rencontrent directement.

**LXV. Seconde loi.** *Lorsque deux corps élastiques se rencontrent, leur vitesse respective demeure la même ; c. à d. qu'ils se séparent après le choc avec la même vitesse qu'ils s'approchoient auparavant.*

**LXVI. Troisième loi.** *Lorsque deux corps durs, ou élastiques, se rencontrent, leur centre commun de gravité se meut après le choc avec la même vitesse & la même direction qu'il se mouvoit auparavant ; ou, s'il étoit en repos, il y reste.*

**LXVII. Quatrième loi.** *Lorsque deux corps durs se rencontrent, la quantité de mouvement se conserve après le choc la même qu'elle étoit auparavant ; s'ils se meuvent dans le même sens. Elle diminue, ou s'anéantit, s'ils se meuvent en sens contraires.*

**NB.** Cette Loi est une grande restriction au Principe de Descartes, qui vouloit que la quantité de mouvement se conservât toujours la même dans la Nature.

**LXVIII. Cinquième loi.** *Lorsque deux corps élastiques se rencontrent, la quantité de la force vive se conserve après le choc la même qu'elle étoit auparavant.*

**NB.** Si les corps étoient durs, la quantité de la force vive diminueroit après le choc, ou périroit entièrement.

**LXIX. Sixième loi.** *Lorsque deux corps, soit durs, soit élastiques, se rencontrent, la quantité d'action employée pour changer leurs mouvemens est toujours la plus petite qu'il soit possible.*

**NB.** L'Action est le produit du corps par sa vitesse & par l'espace qu'il parcourt.

**LXX.**



LXX. En refusant à toutes ces Loix la prétendue prérogative d'une nécessité mathématique, on y en découvre une autre bien plus précieuse ; c'est le caractère du choix d'un être intelligent & libre : C'est de porter l'empreinte de la sagesse & de la puissance de celui qui les a établies.

LXXI. Nous avons, je crois, prouvé que les plus grands Philosophes n'ont pû déduire les Loix du Mouvement de l'idée primitive qu'ils avoient de l'essence des corps.

Nous avons fait voir que ceux qui ont ajouté à cette idée l'*inertie*, n'ont pû encore parvenir à ces Loix que par des hypothèses précaires, ou des faits tirés de l'Expérience,

Enfin, l'on a vû que Leibnitz ajoutant encore son *Entelechie*, son principe supérieur à la matière, n'a pas cru possible de trouver à ces Loix un établissement solide sans avoir recours au principe de convenance.

Si après tout cela quelqu'un s'obstine à dire encore : L'idée de l'*étendue* ne vous est venue que par l'expérience de vos sens : plus d'expérience vous a fait ajouter l'*impénétrabilité* & l'*inertie* : plus d'expérience encore vous fera découvrir bien d'autres propriétés. Et si vous pouviez enfin avoir une notion du corps complète, qui sçait si nous n'y verriez pas que toutes les Loix du mouvement y sont liées d'une nécessité absolue ?

Si quelqu'un, dis-je, s'opiniâtre à raisonner ainsi, je ne crois pas qu'on puisse lui prouver l'impossibilité de sa supposition ; mais je le lui répète, & on peut l'assurer, qu'il n'y a plus rien au monde qui soit à l'abri d'un tel raisonnement, rien dans la Nature dont on ne pût avec autant de droit soupçonner la nécessité.





# RECHERCHES MÉTAPHYSIQUES

## SUR LES FORCES DES FLUIDES QUI SE PER- DENT EN MÉCANIQUE, ET SUR LE PLUS GRAND EFFET QU'ELLES PEUVENT PRODUIRE.

PAR MR. BEGUELIN.

### I.

**M***r. Parent*, dans un Mémoire qui fait partie de l'Histoire de l'Académie des Sciences de Paris de l'Année 1704, a montré qu'une machine étant mise en mouvement par un fluide, l'effet qu'elle est en état de produire dans la plus grande perfection, & même abstraction faite de la résistance de l'air, & des frottements, n'est que la  $\frac{1}{7}$  partie de l'effet naturel que cette force pourroit produire.

Dans les profondes recherches que *Mr. Euler* a fait sur la meilleure manière d'élever les eaux, il est parvenu par une route très différente à la même conclusion, dans le Tom. VIII. des Mémoires de notre Académie, p. 199.

Un paradoxe si surprenant m'a paru digne de faire le sujet d'une recherche métaphysique ; d'autant plus que les calculs algébriques sur lesquels ce paradoxe est fondé, prouvent à la vérité la chose d'une manière qui n'admet plus le moindre doute, mais ils n'en expliquent pas mieux le pourquoi. Tel est l'effet de la méthode analytique ; quiconque est en état de la suivre, se sent forcé de donner son assentiment aux vérités qu'elle découvre ; mais la rapidité dont elle y conduit, & la promptitude avec laquelle elle nous fait perdre de vue l'objet que nous voulons mesurer, dès qu'elle en a pris les dimensions, font que notre esprit est convaincu sans être plus éclairé. Dans le cas que je me

*Mém. de l'Acad. Tom. XII.*

H h h

propo-





propose de développer, la raison acquiesce au paradoxe au bout de quelques pages de calcul, parce qu'elle voit bien qu'elle ne sauroit en disconvenir, mais elle ne le fait pas d'aussi bonne grace qu'elle acquiesce-  
roit à une vérité dont elle connoitroit distinctement la source. Un fluide tombant d'une certaine hauteur remonteroit à cette même hauteur, si la résistance de l'air ne s'opposoit à son mouvement; c'est ce qu'on conçoit clairement : mais que ce même fluide prêtant sa force à une roue ne lui puisse pas même communiquer la puissance d'élever à cette hauteur la  $\frac{1}{2}$  de son poids, c'est ce que le calcul prouve, & que la raison est forcée d'adopter sans trop le concevoir. Essayons de concilier le calcul avec la Métaphysique.

II. Concevons d'abord une roue dont l'aube inférieure soit perpendiculaire au courant de l'eau. Que la vitesse du courant soit de  $e$  pieds par secondes. Que la largeur de l'aube soit  $= h$ , & sa longueur  $= f$ ; sa surface sera  $= fh$ .

III. Je suppose que, lorsque la roue est en mouvement, & que par conséquent l'aube frappée quitte la situation perpendiculaire, l'aube suivante commence à recevoir une partie de l'impulsion de l'eau; de sorte que l'eau est censée agir toujours sur un même plan, & le choquer perpendiculairement, soit qu'il y ait du mouvement, ou que la roue reste immobile; ainsi la grandeur de la surface  $fh$  reste la même, soit qu'il y ait équilibre, soit que la machine se meuve; & ne change par conséquent rien à l'effort du fluide qui frappe cette base. On pourroit donc se dispenser tout à fait de tenir compte de la surface de l'aube; mais, quoiqu'elle n'entre ici en aucune considération, rien n'empêche qu'elle ne tienne sa place dans le calcul.

IV. La vitesse  $e$  du courant peut être conçue comme acquise par la chute d'une hauteur proportionnée  $= a$ . Ainsi la force totale de l'eau contre l'aube, fera  $F = fh a$  pieds cubiques d'eau.

V. Si nous supposons la longueur du rayon de la roue jusqu'au centre de mouvement de l'aube  $= R$ , le moment de la puissance, ou force de l'eau, sera  $= RF = fh a . R$ .

VI. Si





VI. Si maintenant on conçoit autour de l'axe de la roue un tambour, ou cylindre, dont le rayon soit aussi  $= R$ , & qu'à ce tambour soit attaché par une corde un poids  $P$ , le moment du poids sera  $= P \cdot R$ .

VII. Supposons qu'il y ait équilibre, cet état donnera

$$f h a R = P \cdot R.$$

Et puisque les rayons, ou les bras, du levier sont égaux, on aura la force, c. a. d. le poids de l'eau qui presse contre l'aube, égal au poids  $P$ . ou  $f h a = P$ .

VIII. Maintenant, pour peu que la force  $F$  augmente, ou que le poids  $P$  diminue, il y aura du mouvement ; (abstraction faite des frottemens.) Mais quelle sera la quantité de mouvement correspondante à chaque diminution de poids ? & quelle est la diminution de ce poids d'où résultera la plus grande quantité de mouvement ? C'est ce que le calcul *de maximis* indique d'un coup de plume, mais qu'il n'explique pas.

IX. Soit le poids diminué  $= p$ . Il est évident que l'effet, c. a. d. la quantité de mouvement de  $p$ , ou le produit de sa masse par sa vitesse  $v = p v$ , peut être plus grand par deux endroits ; l'un par la grandeur de la masse de  $p$ , d'autant plus considérable, plus elle approchera de celle de  $P$  ; & l'autre par la grandeur de la vitesse  $v$ , avec laquelle il sera élevé.

Mais, puisque nous concevons  $p$  comme attaché à l'extrémité du rayon de la roue, sa vitesse sera toujours égale à celle du centre de mouvement de l'aube ; or cette vitesse de la roue est celle qu'elle a acquise par l'excès de la force  $F$  de l'eau sur le poids  $p$  : car, tandis que  $F$  ne surpassoit pas  $P$ , la roue restoit immobile ; ce n'est que depuis que  $P$  a été diminué jusqu'à la valeur  $p$ , que la force  $F$  n'employant plus tout son effort à soutenir  $p$ , a pû employer l'excédent à mouvoir la roue.



X. De cette considération il résulte nécessairement, que, si d'un côté la quantité de l'effet augmente à mesure que  $p$  sera plus grand ; d'un autre côté la vitesse de la roue sera moindre, puisque plus  $p$  est grand, plus la force  $F$  se consume à faire équilibre avec lui, & moins elle conserve de force pour le pousser en haut par le moyen de la roue : on perd donc du côté de la vitesse, à mesure qu'on augmente la masse de  $p$ .

XI. Réciproquement, si on donne à  $p$  une grande vitesse, il est évident qu'il faut diminuer sa masse, car toute sa vitesse n'est que la vitesse propre de la roue : vitesse que la roue n'acquiert que par l'excédent de la force de l'eau, après que cette force a, pour ainsi dire, anéanti par son contrepoids la pesanteur de  $p$ . Ainsi, pour que cet excédent soit considérable, & qu'il puisse communiquer à la roue une grande vitesse, il faut que le poids  $p$  n'ait pas été contrebalancé par une partie considérable de la force  $F$  ; c. a. d. qu'il faut que  $p$  ait été fort léger, puisque la pesanteur de son contrepoids sera toujours parfaitement égale à la sienne.

XII. Il est aisé de comprendre à présent, que si  $p$  regagnoit toujours précisément en vitesse, ce qu'il perd en poids, ou que réciproquement il ne gagnât pas plus du côté du poids, qu'il ne perd en vitesse, la quantité de son mouvement seroit toujours précisément la même, quelle que fut la vitesse de la roue  $v$ , ou la diminution de  $p$ .

Car, si  $v$  devenoit  $nv$ ,  $p$  deviendrait  $\frac{p}{n}$ , & la quantité de mouvement  $\frac{nv p}{n}$ , seroit toujours invariablement  $= p v$ . Il n'y auroit donc point de *maximum*.

XIII. Mais il est clair que la chose n'est pas ainsi ; puisqu'en diminuant infiniment, soit la vitesse, soit le poids, la quantité de mouvement devient nulle. Il faut donc nécessairement qu'entre ces deux extrê-



extrêmes il y ait un milieu qui donne la plus grande quantité de mouvement possible.

XIV. La raison de cette diversité de résultats n'est pas difficile à découvrir. Lorsque la vitesse de  $p$  augmente, la roue acquiert une vitesse égale à celle de  $p$ ; donc la vitesse respective avec laquelle le courant agit sur l'aube, a diminué d'autant. Or la force de l'eau est estimée par la base sur laquelle elle agit, & par la hauteur d'où le courant doit tomber pour acquérir la vitesse avec laquelle il choque; & comme ces hauteurs diminuent, non en raison des vitesses, mais en raison du carré de ces vitesses, il est clair qu'une vitesse double suppose une hauteur quadruple, & que par conséquent une vitesse diminuée de la moitié, tandis que la base  $f h$  reste la même, ne donnera que le quart de la force que donnoit la vitesse entière; de sorte que cette force ne pourra soutenir que le quart du poids  $p$  qu'elle soutenoit auparavant, & ce quart de poids n'ayant acquis par cette diminution qu'une vitesse double de celle qu'avoit le poids quadruple, n'aura que la moitié de la quantité de mouvement, que le poids quadruple avoit.

XV. Eclaircissons ceci par quelques exemples. Que la vitesse primitive  $e$  du courant, avec laquelle il choquoit l'aube pour faire équilibre avec  $P$  dans l'état de repos, soit  $= 1$ , due à la hauteur  $a$ . Que le poids  $P$  ait été diminué, pour faire naître du mouvement, & qu'il ne soit plus que  $p < P$ . Que la roue devenue mobile ait acquis une vitesse uniforme  $= \frac{1}{2}$ ; par conséquent la force du courant n'agira plus sur l'aube qu'avec une vitesse  $= \frac{1}{2}$ , due à une certaine hauteur  $= x$ . Or, puisque les hauteurs des chûtes sont comme les carrés des vitesses, on aura :

$$1^2 \cdot a :: \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x, \text{ ou } x = \frac{1}{4} a.$$

Donc la force avec laquelle le fluide agira sur l'aube, ne fera plus que  $\frac{1}{4} f h a$ ; & par conséquent ne pourra plus faire équilibre qu'avec  $\frac{1}{4} P$ , puisqu'on avoit  $f h a = P$ . (§. VII.) Ainsi, si  $p = \frac{1}{4} P$ , il semble

qu'il devroit encore y avoir équilibre, puisque la force du courant ne peut rien faire de plus, que de soutenir ce poids. Cependant il y a du mouvement ; & la raison de ce mouvement est que la roue a acquis elle même une vitesse  $= \frac{1}{4}$ , & que la résistance de  $p$  étant détruite par la force  $F$ , rien n'empêche que la roue n'élève  $p$ , avec toute sa vitesse  $= \frac{1}{4}$ . L'effet, ou la quantité de mouvement produite, sera donc  $= \frac{1}{4} p$  ; ou puisque,  $p = \frac{1}{8} P$ , cet effet sera  $= \frac{1}{32} P$ . Or originairement la force  $F$  avoit une quantité de mouvement  $= P$ , & maintenant elle ne produit que  $\frac{1}{32} P$  ; il s'est donc perdu  $\frac{31}{32}$  de l'effet naturel.

XVI. De même, si  $F$  n'agit plus sur la roue qu'avec une vitesse  $= \frac{1}{2}$ , cette vitesse sera due à une hauteur  $= \frac{1}{4} a$ . Ainsi la force de l'eau sur l'aube sera  $= \frac{1}{4} f h a$ , & ne pourra par conséquent faire équilibre qu'avec  $\frac{1}{4} P = p$ .

Ce qui mettra donc  $p$  en mouvement, ce sera la vitesse propre de la roue  $= \frac{1}{4}$ . Ainsi la quantité de mouvement produite sera  $= \frac{1}{4} p = \frac{1}{16} P$  ; par conséquent la force  $F$  du courant n'aura produit que la  $\frac{1}{16}$  partie de son effet naturel.

XVII. Donc en général, si le fluide n'agit plus sur la roue qu'avec la vitesse  $m$ , qui correspond à la hauteur  $m m a$  : la force sera  $= m m f h a$ , & ne pourra soutenir qu'un poids  $p = m m P$ , (où  $m$  signifie une fraction moindre que l'unité.) La roue tournant avec une vitesse propre  $= 1 - m$ , élèvera avec cette vitesse le poids  $p$ , dont par conséquent la quantité de mouvement sera  $= (1 - m) p = (1 - m) m m P$ .

XVIII. Le plus grand effet que la force  $F$  du courant est donc capable de produire, dès qu'elle n'agit pas immédiatement sur le poids, & qu'elle est appliquée à une roue, ou à un levier, ne sera que la  $m m - m^3$ , partie de son effet naturel.



Il s'agit donc de déterminer la valeur de la fraction  $m$  de manière, que cette quantité  $m m - m^3$ , soit la plus grande possible ; ou, ce qui revient au même, qu'elle approche autant qu'il se pourra de l'unité.

XIX. Rien n'est plus aisé que de trouver cette valeur par la méthode de *maximis* ; car, en différentiant la formule  $m m - m^3$ , la nature du *maximum* donne,

$$2 m d m - 3 m m d m = 0$$

$$\text{donc } 2 = 3 m, \text{ ou } m = \frac{2}{3},$$

$$\text{d'où l'on trouve } (m^2 - m^3) P = \left(\frac{4}{9} - \frac{8}{27}\right) P = \frac{4}{27} P.$$

XX. Mais, en employant cette méthode, je n'en vois pas plus clairement encore, pourquoi la chose est ainsi. Essayons donc d'y parvenir par une voye plus lumineuse, quoique plus longue.

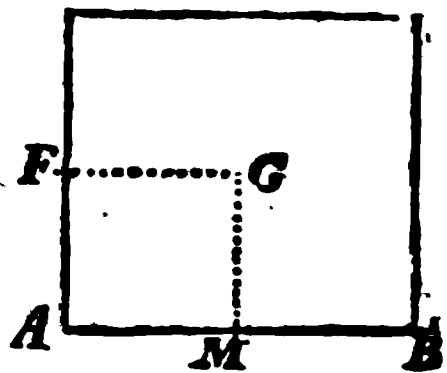
XXI. Puisque, tant que la roue n'acquiert point de vitesse, il n'y a point de mouvement ; & que, dès que la roue a une vitesse propre, elle échape d'autant à la vitesse du courant ; la question se réduit à partager la vitesse totale du courant, que nous supposons  $= 1$ , en deux parties quelconques,  $x$  &  $\pi$ , en sorte que  $x + \pi$  soit  $= 1$ . Ensuite, assignant à la force du courant la vitesse active  $x$ , & à la roue la vitesse propre  $\pi$ , le moment de force sur l'aube sera  $= x \pi f b a$ , (§. XVII.) & fera par conséquent équilibre avec  $x x P = p$ . Ce qui mettra maintenant  $p$  en mouvement, ce sera la vitesse propre de la roue  $= \pi$ , de sorte que la quantité de mouvement produite sera  $= \pi p = x x \pi P$ .

Il s'agit donc d'assigner une telle valeur aux fractions  $x$ , &  $\pi$ , que le produit de  $\pi$  par le quarré de  $x$  soit aussi grand, ou aussi approchant de l'unité, qu'il est possible.

XXII.



XXII. S'il ne s'agissoit que d'un nombre plan, ou de deux dimensions, le problème se réduiroit à trouver dans un quarré dont le côté est  $\equiv 1$ , le point M par où il faut partager A B, pour que le rectangle formé par les lignes A M, M B, soit le plus grand possible. Or il est clair que pour cet effet il faudroit que M partageât le côté A B en deux parties égales; & qu'ainsi le plus grand rectangle possible A G seroit  $\equiv \frac{1}{4}$ .



Car je dois prendre A M, & M B, chacun séparément aussi longs qu'il se peut, pour en former le plus grand rectangle; mais, comme je ne puis allonger l'un qu'aux dépens de l'autre, & qu'il n'y a point de raison pourquoi je devrois donner plus de longueur à celui-ci qu'à celui-là, puisque l'un ne contribue pas plus que l'autre à aggrandir le rectangle, il est évident que je dois les prendre égaux; & par conséquent chacun  $\equiv \frac{1}{2}$ .

En effet, posant A M  $\equiv x$ , M B  $\equiv 1 - x$ , le rectangle sera  $\equiv x - x x$ ; & si c'est un *maximum* j'aurai  $d x - 2 x d x \equiv 0$ , ou  $x \equiv \frac{1}{2}$ .

XXIII. Ce que je viens de dire à l'égard des nombres plans, peut également s'appliquer aux nombres solides, ou de trois dimensions, tel qu'est notre nombre  $x x u$ . Il s'agit de partager le côté d'un cube  $\equiv 1$ , en deux parties,  $x$  &  $u$ , telles que,  $x$  fournissant deux dimensions, &  $u$  la troisième, forment le plus grand paralelepipedé possible. Or, puis que chacune des trois dimensions contribue également à la grandeur du solide, chacune a un droit égal à la plus grande longueur, & cette longueur ne pouvant être augmentée qu'aux dépens des deux autres, il est clair que chacune n'aura que le tiers de la longueur totale. Ainsi on aura  $u \equiv \frac{1}{3}$ , & par conséquent  $x \equiv \frac{2}{3}$ , ce qui donne  $x x u P \equiv \frac{4}{27} P$ .

XXIV.



XXIV. Il est donc évident présentement pourquoi un fluide agissant sur une roue, quelque simple que soit d'ailleurs la machine, & quoiqu'appliquée de la manière la plus avantageuse, ne produira jamais que précisément la  $\frac{1}{4}$  partie de l'effet que la force promet, abstraction faite de la plus ou moins grande résistance de l'air, & de la répercussion de l'eau. Mais on auroit tort de conclure de là que les forces se perdent dans la Nature, ou, comme l'a cru Mr. *Parent*, que les effets ne sont pas proportionnels à leurs causes.

Car, pour ce qui concerne la perte des forces, il est aisé de voir par ce que nous avons dit, ce que deviennent les forces qui paroissent perdues.

Lorsque F étoit en équilibre avec P, il n'y avoit point de mouvement ; l'effet consistoit à soutenir un poids égal à une égale distance du point d'appui.

Lorsque F a élevé  $p = \frac{1}{4} P$ , avec une vitesse de  $\frac{1}{4}$ , la roue avoit acquis une vitesse uniforme  $= \frac{1}{4}$ . Ainsi le courant dont la vitesse est toujours la même  $= 1$ , n'avoit pas plus de prise sur cette roue, qu'un autre courant dont la vitesse absolue seroit  $= \frac{1}{4}$ , en auroit sur l'aube d'une roue immobile. Or la force d'un tel courant seroit les  $\frac{1}{4}$  de celle d'un courant qui, avec une vitesse comme 1, choqueroit contre cette même aube immobile ; il n'est donc pas merveilleux que cette force ne fasse plus équilibre qu'avec les  $\frac{1}{4}$  du premier poids. Mais on ne peut pas dire que le reste de la force motrice se soit perdu, aussi peu que celle d'un courant se perd lorsqu'on n'en profite pas. Tout ce qu'on peut dire, c'est que l'on n'a pas employé le reste de cette force, & que la nature de la machine ne permet pas de le faire ; parce qu'il implique contradiction qu'une machine joue si la principale roue reste immobile, & qu'il implique aussi contradiction qu'une roue cesse d'être immobile sans échapper en partie au courant qui la choquoit.



XXV. Remarquons ici en passant, que si la roue prenoit toute la vitesse du courant, il arriveroit que le courant ne feroit que suivre les aubes sans les pousser, & quoiqu'il conservât toute sa force absolue, sa force active sur l'aube seroit  $\equiv 0$ . Mais, tant que cet état dureroit, la roue ne pourroit élever aucun poids, parce que rien ne le contrebalanceroit.

XXVI. Comparons maintenant les divers effets qu'un courant pourra produire suivant les différentes manières de lui appliquer les poids.

Soit la vitesse absolue du courant de 12 pieds par secondes. Puisque la hauteur de 15,625 pieds donne une vitesse de 31,25 pieds par seconde, & que les hauteurs sont entr'elles comme les quarrés des vitesses;

J'ai,  $(31,25)^2 \cdot 15,625 :: 144$ . A. hauteur d'où le courant a acquis cette vitesse de 12 pieds, ce qui donne  $A \equiv 2,304$  pieds. Si ce courant heurte perpendiculairement la surface de l'aube  $f h \equiv 10'$  la pression contre l'aube sera  $\equiv F \equiv 23,04$  pieds cubiques d'eau, qui à raison de 70  $\text{lb}$  feront équilibre avec un poids  $P \equiv 1612,8 \text{ lb}$ .

Maintenant, pour produire la plus grande quantité de mouvement possible, que la roue acquiere une vitesse de 4' par seconde; la vitesse du courant restant  $\equiv 12$ , n'agira pas avec plus de force qu'une vitesse de 8 pieds sur une aube immobile: or une vitesse de 8 pieds par seconde est due à une hauteur  $a \equiv 1,024$  pieds, qui multipliée par la surface de l'aube donne une pression de 10,24 pieds cub. qui font équilibre avec un poids  $p \equiv 716,8 \text{ lb}$ ; mais ce poids  $p$ , étant attaché à une roue qui se meut avec une vitesse de 4', s'élèvera avec la même vitesse: ainsi l'effet produit sera  $p v \equiv 2867,2$ , en une seconde.





La force primitive de l'eau étoit telle qu'elle auroit mû une masse d'eau de 1612,8  $\text{lb}$ . avec une vitesse de 12 pieds; ainsi la quantité de mouvement auroit été  $= 19353,6$ , ce qui est précisément  $= \frac{27}{4} p v$ .

Mais cette masse, ou ce poids, que la force totale auroit pû mouvoir, si elle n'eut pas été appliquée à l'aube d'une roue, n'est que la propre masse de l'eau, ou du courant même, & ne produit par conséquent aucun effet au dehors. D'ailleurs on ne peut comparer le mouvement uniforme du poids élevé  $p$ , qu'avec un mouvement uniforme & horizontal du courant; car, dès qu'il s'agit d'élever cette masse d'eau de 1612,8  $\text{lb}$ , dont la vitesse acquise est de 12 pieds, cette vitesse uniformément retardée s'évanouira à la hauteur de 2,304 pieds. Si l'on veut ici comparer les effets, il faut supposer que  $p$  dégagé de la roue, après avoir acquis la vitesse de 4', s'élève avec cette vitesse par un mouvement uniformément retardé, & alors les effets seront comme 1612,8 . 844 à 716,8 . 16, ou comme 20,25 à 1.c.a.d. :: 81 à 4. Ainsi la diminution de l'effet est trois fois plus grande que dans le mouvement uniforme; & la raison en est que dans ceux-ci les vitesses respectives, sont,  $e$  &  $\frac{2}{3}e$ , au lieu que dans les mouvemens retardés on considère les quarrés de ces vitesses  $ee$  &  $\frac{4}{9}ee$ .

XXVII. Concevons maintenant que cette masse d'eau coule horizontalement dans un tuyau dont l'ouverture soit de 10 pieds en quarré, & qu'elle y rencontre un solide cylindrique du poids de 716,8  $\text{lb}$ . qui lui fasse obstacle; ce poids joint à celui de la masse d'eau qui est de 1612,8  $\text{lb}$ , formera un poids total de 2329,6  $\text{lb}$ . Or la force totale de l'eau ne peut produire qu'un effet, ou une quantité de mouvement de 19353,6 (§. XXVI.) ainsi elle ne peut mouvoir les deux poids qu'avec une vitesse de 8,3904 pieds, ce qui seroit un peu plus du double de l'effet que cette force produit par l'entremise de la roue, qui n'élève le même poids de 716,8  $\text{lb}$ , qu'avec une vitesse uniforme de 4'. En effet la quantité de mouvement produite sera  $p v = 5954,95$ , & la quantité de mouvement totale étoit 19353,6; ainsi celle-ci est à l'autre comme 3,25 à 1. ou comme 13 à 4.



XXVIII. Voyons néanmoins quel feroit en ce cas-ci le plus grand effet que la force mouvante pût produire, lorsqu'elle feroit immédiatement appliquée au poids, qu'il s'agiroit de mouvoir.

Soit la masse d'eau  $M$ , qui en tombant de la hauteur  $a$ , ait acquis la vitesse de  $e$  pieds par seconde. La quantité de mouvement fera donc  $Me$ . Soit le poids placé dans le tuyau horizontal  $= p$ . Pour trouver la vitesse commune  $v$ , avec laquelle la force mouvante poussera ce poids  $p$ , on a par les loix de la communication du mouvement,

$$M + p . M :: e . v.$$

donc  $v = \frac{Me}{M + p}$ . Ainsi la quantité de l'effet produit sera

$p v = \frac{M e p}{M + p}$ ; quantité qui n'a point de *maximum*, mais qui peut toujours plus approcher de la quantité  $Me$ , plus on augmentera le poids  $p$ .

La raison en est aisée à concevoir, puisque plus je diminuerai la vitesse par l'augmentation du poids  $p$ , moins la quantité de mouvement de la force mouvante  $M$  sera grande; & par conséquent, puisque la quantité totale de mouvement  $Me$  des deux masses est invariable, plus celle de  $p$  doit augmenter.

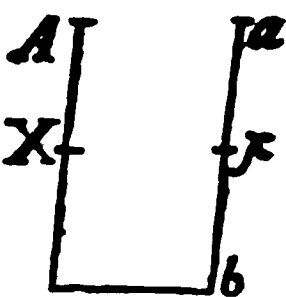
XXIX. Mais, si nous concevons que la masse du courant  $M$ , au lieu de se mouvoir par un tuyau horizontal, l'élève dans un pareil tuyau vertical, avec la vitesse acquise  $e$ , & qu'elle rencontre au bas de ce tuyau un poids  $p$  qui lui fasse obstacle, comme il s'agira ici d'élever deux poids  $M$  &  $p$ , & par conséquent d'un mouvement retardé, où le poids  $p$  continue à chaque instant de presser, il faut suivre d'autres principes. S'il n'y avoit point de gravitation, un corps qui auroit une certaine vitesse continueroit à s'élever verticalement sans rien perdre de cette vitesse là: mais la cause de la gravité étant comme un poids qui presse constamment sur ce corps, retarde à chaque instant la vitesse.

Or



Or le poids  $p$ , qu'il s'agit d'élever, est une nouvelle cause qui se joint à celle de la gravité pour retarder le mouvement de  $M$ , & qui agit dans le même sens.

Soit donc  $a$  la hauteur totale où  $M$  monteroit par sa vitesse  $e$ , qu'il a acquise en tombant d'une hauteur pareille  $A$ , lorsque  $M$  sera parvenu en  $a$ , sa vitesse  $e$  continuellement retardée par la gravitation sera absolument éteinte. Mais, si dans l'instant que  $M$  commence à remonter, il rencontre en  $b$  un poids  $p$  à soulever, ce poids hâtera la diminution de la vitesse de  $M$ , & cette vitesse s'éteindra avant d'avoir élevé les mobiles jusqu'à  $a$ :  $X$  ainsi les deux masses  $M + p$ , ne remonteront que jusqu'à une certaine hauteur  $x$ , où leur vitesse, & par conséquent leur mouvement sera épuisé. Il s'agit de déterminer cette hauteur  $x$ , les quantités  $M$ ,  $p$ ,  $e$ , &  $a$ , étant données :



Concevons pour cet effet que  $M$ , au lieu de tomber depuis  $A$ , ait été avant sa chute augmenté du poids  $p$ , de sorte que la masse étant  $M + p = P$ , il n'ait commencé à tomber que du point  $X$  correspondant à  $x$ ; il aura acquis par sa chute la force de remonter précisément jusqu'en  $x$ , & le mouvement ascendant se fera fait précisément de la même manière, & dans le même tems, que si  $M$  tombé de  $A$  avoit rencontré  $p$  en  $b$ . Ainsi la force  $Ma$  produit le même effet que la force  $Px$ ; ce qui donne l'équation

$$Ma = Px, \text{ d'où l'on tire } x = \frac{Ma}{P}, \text{ ou } x = \frac{Ma}{M+p},$$

& puisque les hauteurs sont entr'elles comme les quarrés des vitesses, on aura :

$$a \cdot \frac{Ma}{M+p} :: e e \cdot \frac{M e e}{M+p}.$$

Or, puisqu'il s'agit ici d'un mouvement retardé, la quantité de l'effet produit ne peut pas se mesurer par la quantité du mouvement, mais par la hauteur, ou le quarré des vitesses. Ainsi l'effet total que



le courant a produit au dehors est  $p x = \frac{M \cdot a \cdot p}{M + p}$  : cet effet est donc à la force mouvante, comme  $p$  à  $M + p$ , c. a. d. comme le poids à élever est à la somme des deux masses. D'où l'on voit que cet effet n'a point de *maximum* ; & qu'il sera toujours d'autant plus grand, que le poids  $p$  le fera ; puisqu'à mesure que  $p$  augmentera, la différence entre  $M + p$ , &  $p$ , deviendra insensible. Il est vrai qu'à mesure que le poids  $p$  augmentera, la hauteur à laquelle il pourra être élevé deviendra plus petite, & qu'ainsi jamais l'effet produit n'égale l'effet naturel de la force mouvante ; mais il y aura pourtant du mouvement aussi longtems qu'on ne supposera pas  $p$  infiniment grand. D'où résulte le paradoxe que feu Mr. *Jaques Bernoulli* a soutenu dans une de ses theses : *Pulex insultum in terram faciens eam de suo loco dimovere potest* ; ou, ce qui a encore plus d'analogie avec notre cas, qu'il ne sauroit pleuvoir sans que la terre soit poussée hors de sa place, s'il ne tombe en même tems une égale quantité de pluie chez nos antipodes.

## C O R O L L.

Si  $M = 1612,8$ ,  $p = 716,8$ ,  $a = 2,304$ , l'effet naturel du courant étoit  $M a = 3715,89$ , l'effet produit  $\frac{M a p}{M + p}$  est  $= 1143,35$ . ainsi l'effet naturel sera à l'effet produit comme 3,25 à 1, ou comme 13 à 4, de même que dans le mouvement horizontal ; au lieu qu'en interposant la roue, il étoit comme 27 à 4.

XXX. J'ai dit §. XXIV. qu'on auroit tort de conclure avec Mr. *Parent*, de la perte apparente des forces des fluides, que les effets ne sont point proportionnels aux forces, ou aux causes qui les produisent, mais aux cubes des racines quarrées des forces du fluide. Voici comme Mr. *Parent* prétend le prouver.

Si au lieu de donner au fluide une vitesse absolue  $= e$ , on lui donne successivement les diverses vitesses  $1e, 2e, 3e, 4e, 5e$ , &c. & qu'on



qu'on substitue dans la formule générale du plus grand effet  $\frac{4}{27} P e$ , les termes correspondans à ces vitesses, 1 P, 4 P, 9 P, 16 P, 25 P, on aura ces corrélatifs.

Vitesses,	1 <sup>e</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>	&c.
Forces,	P	4 P	9 P	16 P	25 P	&c.
Effets produits,	$\frac{4}{27} P e$	$\frac{32}{27} P e$	$\frac{108}{27} P e$	$\frac{256}{27} P e$	$\frac{500}{27} P e$	&c.

Donc &c.

Ce calcul est très juste sans doute, mais la comparaison ne l'est pas; on ne sauroit comparer une quantité de mouvement, c. a. d. le produit d'une masse, telle, par exemple, que  $\frac{4}{3} \cdot 16 P$ , par la vitesse 4<sup>e</sup>  $= \frac{256}{27} P e$ , avec une simple masse sans vitesse 16 P, qui ne représente que la surface de l'aube multipliée par la hauteur du courant. Il falloit prendre le produit de cette masse 16 P, par la vitesse 4<sup>e</sup>, & alors la force mouvante 64 P e, correspond à l'effet  $\frac{256}{27} P e$ , comme 27 correspond à 4.

En établissant la comparaison telle qu'elle doit être, les termes correspondants seront.

Vitesses absolues	1 <sup>e</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>
Forces mouvantes, P e	P e	8 P e	27 P e	64 P e	125 P e
Effets produits,	$\frac{4}{27} P e$	$\frac{4 \cdot 8}{27} P e$	$\frac{4 \cdot 27}{27} P e$	$\frac{4 \cdot 64}{27} P e$	$\frac{4 \cdot 125}{27} P e$

Où l'on verra clairement, que les effets sont, je ne dis pas exactement proportionnels aux causes, car je n'ai nulle idée de la proportion entre une cause & son effet, mais que ces effets ont précisément entr'eux la même proportion, que leurs causes respectives observent entr'elles.

XXXI.



XXXI. Mr. *Parent* conclut encore de son calcul un second paradoxe, savoir que les efforts du fluide contre l'aube ne sont point proportionnels non plus aux effets qu'ils produisent, mais aux quarrés des racines cubiques de ces effets. Il le prouve ainsi :

L'effort d'un fluide dont la vitesse absolue est  $= e$ , contre l'aube d'une roue, sera dans l'état le plus parfait de la machine  $= \frac{4}{9} ee$ . Donc, si l'on donne successivement au fluide des vitesses absolues doubles, triples, quadruples &c. les termes correspondans seront :

Vitesses absolues,	$1 e,$	$2 e,$	$3 e,$	$4 e,$	$5 e,$
Efforts sur l'aube,	$\frac{4}{9} ee,$	$\frac{16}{9} ee,$	$\frac{36}{9} ee,$	$\frac{64}{9} ee,$	$\frac{100}{9} ee.$
Effets produits,	$\frac{4}{27} Pe,$	$\frac{32}{27} Pe,$	$\frac{108}{27} Pe,$	$\frac{256}{27} Pe,$	$\frac{500}{27} Pe.$

Donc &c.

Mais encore ici Mr. *Parent* compare des choses qui sont incommensurables ; en appellant *efforts* le quarré des vitesses d'un fluide, il n'est pas étonnant que cet effort ne soit pas proportionnel à un effet qui est le produit d'une masse par sa vitesse. Il faut donc, pour que la comparaison puisse avoir lieu, donner une masse au fluide qui fait effort, & cette masse sera le produit de la surface que le fluide choque par la hauteur d'où il sera tombé pour acquérir la vitesse donnée ; or, puisque ces hauteurs sont entr'elles comme le quarré des vitesses, si la hauteur qui a produit la vitesse  $e$ , est  $= a$ , les hauteurs correspondantes aux *efforts*  $\frac{4}{9} ee, \frac{16}{9} ee, \frac{36}{9} ee$  &c. seront  $\frac{4}{9} a, \frac{16}{9} a, \frac{36}{9} a.$

Pofons



Pofant donc la bafe, ou furface de l'aube  $= 1$ , on aura pour termes, correspondants :

Viteffes Abfolues :	$e$	$2e$	$3e$	$4e$	$5e$
Maffe du fluide,	$\frac{4}{9} a.$	$\frac{16}{9} a.$	$\frac{36}{9} a.$	$\frac{64}{9} a.$	$\frac{100}{9} a.$
Vrais efforts, ou moments de mouvement,	$\frac{4}{9} ae,$	$\frac{32}{9} ae,$	$\frac{108}{9} ae.$	$\frac{256}{9} ae.$	$\frac{500}{9} ae.$
Effets produits,	$\frac{4}{27} Pe,$	$\frac{32}{27} Pe,$	$\frac{108}{27} Pe,$	$\frac{256}{27} Pe,$	$\frac{500}{27} Pe.$

Ce qui fait difparoître le prétendu paradoxe.

XXXII. Après avoir vû que la Machine étant dans l'état de perfection, la force mouvante produit précifément la  $\frac{4}{27}$  partie de fon effet naturel, il femble qu'il eft permis d'en conclure, que, puiſque la force de l'eau la feroit remonter jufqu'à la hauteur de fa ſource, cette eau pourra élever, au moyen de la roue, à cette même hauteur un volume d'eau égal à la  $\frac{4}{27}$  partie de fa propre maffe, & que réciproquement elle pourra élever un poids égal à la maffe jufqu'à la  $\frac{4}{27}$  partie de la hauteur de fa chute.

Mais il eft évident d'abord que la dernière conclufion ne ſauroit être vraie, puiſque, ſi le poids eft égal à la force mouvante, il y aura équilibre (§. VII.) & par conféquent la roue fera immobile.

Ce qui paroitra plus paradoxe, c'eſt que la première conclufion n'eſt pas vraie non plus. La raifon en eſt évidente par notre théorie. Car l'état de perfection de la machine mue par un fluide, eſt de faire ſoutenir à ce courant les  $\frac{4}{9}$  de fon poids. Ainſi, lorsqu'il n'en élèvera que les  $\frac{4}{27}$ , la machine ne fera plus dans l'état le plus avantageux poſſible. Voyons quel fera l'effet produit dans un tel cas.



Si la surface de l'aube est toujours  $= fh$ , la hauteur de la chute du courant  $= g$ , la vitesse acquise par cette chute  $= e$ , la force sera  $= f g h$  pieds cubiques d'eau.

Si maintenant on lui donne à élever un poids  $p = \frac{1}{27} f h g$ , pieds cubiques d'eau, pour que la quantité de l'effet réponde à la  $\frac{1}{27}$  partie de la force mouvante  $f h g e$ , il faudroit que  $p$  fut élevé avec toute la vitesse  $e$ . Or il est évident que cela ne se peut, puisqu'il faudroit qu'en ce cas la roue eut elle-même une vitesse  $= e$ . Mais si le courant lui avoit communiqué toute sa vitesse, il n'agiroit plus sur les aubes ; ainsi il ne pourroit pas contrebalancer le poids  $\frac{1}{27} f h g$ , qui par conséquent descendroit, bien loin de monter.

Pour déterminer précisément quelle est la vitesse de la roue lorsque la force  $f h g$  élève un poids  $= \frac{1}{27} f h g$  ; il n'y a qu'à considérer qu'alors la force du courant sur l'aube n'est que  $\frac{1}{27} f h g$  (§. IX.) donc la vitesse relative, ou, ce qui revient au même, l'excès de la vitesse totale sur celle de l'aube est due à une hauteur  $= \frac{1}{27} g$  (§. XXIV.)

Or par la théorie des mouvements accélérés, les hauteurs sont entr'elles comme les quarrés des vitesses acquises ; ainsi on a,

$$g : e e :: \frac{1}{27} g : \frac{1}{27} e e$$

& puisque  $\frac{1}{27} e e$ , exprime le quarré de la vitesse respective du courant, cette vitesse elle-même sera  $= e \sqrt{\frac{1}{27}}$ . Or la vitesse absolue du courant étoit  $= e$ . Il faut donc que l'aube lui échape avec une vitesse propre  $= e - e \sqrt{\frac{1}{27}}$  ; & ce sera avec cette dernière vitesse que le poids  $\frac{1}{27} f h g$  sera élevé ; par conséquent la quantité de son mouvement, ou de l'effet produit, ne sera que  $= \frac{1}{27} f h g e - \frac{1}{27} f h g e \sqrt{\frac{1}{27}}$  ; il s'en faudra donc de toute la valeur  $\frac{1}{27} f h g e \sqrt{\frac{1}{27}}$ , que ce poids n'ait toute la quantité de mouvement, que la perfection de la machine permet de produire.

Pour trouver exactement la hauteur  $x$ , à laquelle ce poids  $\frac{1}{27} f h g$  pourroit s'élever avec cette vitesse,  $e - e \sqrt{\frac{1}{27}}$  il n'y a qu'à





qu'à considérer que dans les mouvemens retardés les hauteurs sont en raison des quarrés des vitesses acquises; ce qui donnera cette proportion

$$e e . g :: (e - e V_{\frac{1}{27}})^2 . x$$

donc l'on tire,  $x = g(1 - V_{\frac{1}{27}})^2$ : or  $V_{\frac{1}{27}}$  est à peu près  $= 0,3849$ , ainsi  $x = g(0,6151)^2 = 0,37835g$ , & par conséquent il s'en faudra de  $\frac{12433}{20000}$ , c. a. d. de presque les deux tiers, que le courant ne puisse faire remonter la  $\frac{1}{27}$  partie de son poids à la hauteur de sa chute.

XXXIII. Il est donc évident que, pour disposer une machine de manière qu'elle produise son plus grand effet à l'aide d'un fluide, il faut la charger d'un poids qui soit les  $\frac{4}{5}$  de la masse du courant qui frappe les aubes; bien entendu que les bras des leviers, c. a. d. les rayons des roues sur lesquels le courant & le poids agissent soient égaux; car s'ils ne l'étoient pas, il faudroit que la masse du courant multipliée par le levier sur lequel il agit, fit un produit égal aux neuf-quatrièmes du produit du poids par la distance du point d'appui; & que par conséquent cette distance fut diminuée à proportion que le poids augmenteroit.

XXXIV. Ainsi, si le poids étoit un cylindre d'eau à élever à une hauteur donnée  $= g$ , pour y être degorgée dans un réservoir; la machine étant disposée comme elle doit l'être pour produire le plus grand effet; la surface des aubes étant toujours  $= fh$ , & la hauteur de la chute de l'eau  $= a$ , d'où elle ait acquis une vitesse de  $e$  pieds par seconde: la masse d'eau, qui exprime la force, fera  $F = fha$ .

on aura donc (§. XXXIII.)  $\frac{4}{5} fha = p = \frac{4}{5} P$ .

Or,  $p$  le poids à soutenir est ici le poids d'une colonne d'eau dont la base est  $= B$ , & la hauteur  $= g$ ; ainsi on a  $p = Bg$ , on plutôt, parce que, dès qu'il y aura du mouvement, la pression sera plus forte que la simple hauteur perpendiculaire du tuyau de conduite, nommant

K k k 2

la

la hauteur qui exprimera cette pression totale  $= \lambda g$ ; on aura  
 $p = B \lambda g$ , &  $B = \frac{p}{\lambda g}$ .

Or le plus grand effet possible, est d'élever  $p$  avec le tiers de la vitesse du courant (§. XXIII.) Ainsi  $p$  parcourra en une seconde  $\frac{1}{3} e$  pieds. Il sortira donc chaque seconde un volume d'eau  $= \frac{1}{3} B e$  pieds cubiques, si au moyen de deux pompes qui aspirent alternativement on produit un refoulement continu. Posant donc la quantité d'eau qui sera dégorgée en une heure  $= M$ , on aura  $M = 1200 B e$ ; & substituant la valeur de  $B = \frac{p}{\lambda g} = \frac{4}{3} \frac{f h a}{\lambda g}$ , on trouve

$$M = \frac{4 \cdot 1200 f h a e}{9 \lambda g} = \frac{1600 \cdot f h a e}{3 \lambda g}.$$

Or on fait que l'on a toujours  $a = \frac{2}{3} e$ , puisque les hauteurs des chûtes sont en raison du quarré des vitesses, & que l'expérience a appris qu'un corps acquiert une vitesse de 31,25 pieds de Rhin dans la première seconde, en tombant d'une hauteur de 15,625 pieds. Substituant donc  $\frac{2}{3} e$ , à la place de  $a$ , on aura  $M = \frac{1600,2}{3 \cdot 125} \frac{e^3 f h}{\lambda g} = \frac{128}{15} \frac{e^3 f h}{\lambda g}$ , ce qui est la formule trouvée par Mr. Euler, pag. 167. *in fin.* où il y a par une faute d'impression  $\frac{1}{3} e^2$  au lieu de  $\frac{1}{3} e^3$ , que son calcul donne.

#### C O R O L L. I.

Puisque la vitesse de l'aube doit être le tiers de la vitesse absolue du courant; & la périphérie de la roue dont le diamètre est  $2 r$ , étant  $= 2 \pi r$ ; la roue achevera sa révolution en  $\frac{2 \pi r}{\frac{1}{3} e}$  secondes  $= \frac{6 \pi r}{e}$ , & si les pistons jouent  $\mu$  fois en un tour d'axe, & que leur jeu s'achève en  $t$  secondes, on aura  $\mu t = \frac{6 \pi r}{e}$ , &  $t = \frac{6 \pi r}{\mu e}$ .



## C O R O L L. 2.

Dès qu'on a la quantité d'eau dépensée en une heure  $M = \frac{128. e^3 f h}{15. \lambda g}$ ; il est aisé de déterminer les autres conditions de la machine. Car, si le diamètre des pompes  $= a$ , leur hauteur  $= b$ , leur nombre  $= 2n$ , le tems d'un jeu entier de piston  $= t$ , on fait que la quantité d'eau dépensée est la même qui sort des pompes à chaque coup de piston; ainsi la capacité des pompes étant  $\frac{1}{2} \pi a a b \cdot 2n = \frac{1}{2} \pi n a a b$ , il sortira un pareil volume d'eau à chaque  $t$  secondes. On a donc

$$t'' \cdot \frac{1}{2} \pi n a a b :: 3600'' \cdot M$$

$$\text{donc } M = \frac{1800 \pi n a a b}{t} = \frac{128. e^3 f h}{15. \lambda g}; \text{ \& puisque } t = \frac{6\pi r}{\mu e};$$

$$\text{on a, } \frac{1800 \pi n a a b \mu e}{6 \pi r} = \frac{128. e^3 f h}{15. \lambda g}, \text{ ou } 1125. n a a b \lambda g \mu = 32 e e f h r$$

d'où l'on tire

$$1^{\circ}. a a b = \frac{32 e e f h r}{1125 \lambda \mu n g}, \text{ comme Mr. Euler l'a trouvé p. 183.}$$

$$2^{\circ}. \lambda = \frac{32 e e f h r}{1125 n a a b g \mu}.$$

XXXV. Avant Mr. *Euler*, personne que je sache, n'avoit estimé la pression de l'eau que par la simple hauteur perpendiculaire  $g$ , bien loin d'évaluer précisément le surplus exprimé par le coefficient  $\lambda$ , que Mr. *Euler* a déterminé le premier à l'aide de la plus sublime Géométrie.

Essayons d'y parvenir au moyen des notions métaphysiques.

Il est d'abord évident que si un tuyau de conduite est rempli d'eau jusqu'à la hauteur perpendiculaire  $g$ , & que cette eau soit en repos, la pression au bas des tuyaux sera en vertu des loix hydrostatiques égale



à la hauteur perpendiculaire  $g$ , quelle que soit la longueur, & l'inclinaison du tuyau de conduite, & que cette hauteur  $g$ , multipliée par la base du tuyau, donnera en pieds cubiques le poids d'eau qui presse sur cette base.

Mais, dès qu'il y a du mouvement, dès qu'il faut soulever cette masse d'eau pour la faire dégorger, la force qui soutenoit cette colonne ne suffira pas; il faut un surcroît de force  $\phi$ , qui agissant sur les pistons souleve cette masse d'eau.

Or la réaction est toujours égale à l'action, & c'est le bas du tuyau qui reçoit l'impression de cette réaction; ainsi, puisqu'il faut une force  $\phi$  pour produire l'action, la pression du bas du tuyau, qui étoit  $g \cdot \frac{1}{4} \pi a a$ , durant le repos, sera maintenant  $= g \cdot \frac{1}{4} \pi a a + \phi$ . Et comme nous ne cherchons que la hauteur  $p$  de la colonne d'eau, qui multipliée par la base  $\frac{1}{4} \pi a a$ , produiroit cette pression. Nous aurons cette hauteur, ou pression linéaire  $p = g + \frac{\phi}{\frac{1}{4} \pi a a}$ .

XXXVI. Maintenant pour déterminer ce surcroît de force  $\phi$ , il n'y a qu'à mesurer son effet. Car réellement nous ne connoissons ce que nous nommons *forces*, ou *causes*, que par les effets qui en résultent.

Or que fait la force  $\phi$ , lorsqu'il y a deux pompes qui refoulant alternativement produisent un refoulement continu? C'est qu'agissant alternativement sur chaque pompe, elle chasse successivement de chacune en un tems  $= \frac{1}{2} t$ , un volume d'eau  $= \frac{1}{4} \pi a a b$ , & fait entrer ce volume d'eau dans un tuyau de conduite, dont la base sera  $= \frac{1}{4} \pi c c$ , & dont la longueur sera  $= l$ .

Mais ce tuyau de conduite est actuellement rempli d'un volume d'eau  $= \frac{1}{4} \pi c c l$ ; ainsi le volume d'eau  $\frac{1}{4} \pi a a b$ , qui doit y entrer en déplacera un volume pareil, & y occupera un espace dont la longueur  $\beta$ , sera proportionnelle à la différence des ouvertures  $a a$ , &  $c c$ , de la pompe



pompe & du tuyau. On aura par conséquent, puisque l'eau ne se comprime point,  $\frac{1}{4}\pi cc\beta = \frac{1}{4}\pi aab$ ; d'où l'on tirera  $\beta = \frac{aab}{cc}$ .

Ainsi, pour que la force  $\Phi$  fasse entrer l'eau de la pompe dans le tuyau montant, il faut que cette force fasse parcourir à toute la masse d'eau qui est dans le tuyau montant, un espace de  $\frac{aab}{cc}$  pieds dans le tems de  $\frac{1}{2}t$  secondes.

Or, puisque pendant le refoulement la soupape est levée, le tuyau montant & la pompe sont censés ne faire qu'un seul tuyau, dont la masse d'eau, suivant les principes de l'hydrostatique, doit être estimée par la grandeur de la base, qui est celle de la pompe  $= \frac{1}{4}aa\pi$ , & par toute la longueur  $l+b$ .

Ainsi la masse d'eau mise en mouvement dans le tems  $\frac{1}{2}t$ , est  $= \frac{1}{4}\pi aa \cdot (l+b)$ , ou si l'on néglige  $b$ , à cause de sa grande disproportion à  $l$ , on aura la masse  $= \frac{1}{4}\pi aal$  pieds cubiques.

L'effet total de la force  $\Phi$  est donc de faire parcourir à la masse  $\frac{1}{4}\pi aal$ , un espace de  $\frac{aab}{cc}$  pieds en  $\frac{1}{2}t$  secondes, avec une vitesse uniformément accélérée à commencer du repos.

Or dans les mouvemens uniformément accélérés, la quantité de l'effet s'estime par la masse & le quarré de la vitesse; ou, ce qui revient au même, par le produit de la masse & de l'espace, divisé par le quarré du tems employé à le parcourir.

Donc la quantité de l'effet produit par la force  $\Phi$ , ou, ce qui est la même chose, la quantité de l'effort même  $\Phi$ , sera

$$\Phi = \frac{1}{4}\pi aal \cdot \frac{aab}{\frac{1}{4}cc tt} = \frac{\pi a^4 bl}{cc tt}.$$

Reste



Reste maintenant à réduire cette valeur trouvée  $\frac{\pi a^4 b l}{c c t t}$  à une quantité homogène.

On a les valeurs  $a$ , (& par conséquent  $\pi$ ),  $b$ ,  $l$ ,  $c$ , exprimées en pieds de Rhin ; mais  $t$  est exprimé en secondes. Pour trouver la valeur de  $t$  en pieds, il n'y a qu'à se souvenir que les corps tombent de 15,625 pieds de Rhin dans la première seconde, & que les espaces sont comme les quarrés des tems, & nous aurons dans notre cas, où il s'agit de mouvemens accélérés, cette proportion :

1'', donne 15,625 pieds, donc  $t t''$  donnent 15,625  $t t$  pieds, ce qui substitué dans la formule de  $\Phi = \frac{\pi a^4 b l}{c c t t}$ , donnera

$\Phi = \frac{\pi a^4 b l}{15,625 c c t t}$  pieds cubiques d'eau ; ou, mettant pour  $\pi$  la

valeur,  $\Phi = \frac{3,14159 . a^4 b l}{15,625 c c t t}$ , & enfin  $\Phi = \frac{0,20106 . a^4 b l}{c c t t}$ .

C. Q. F. T.

#### C O R O L L.

Que si l'on veut tenir compte de la masse d'eau  $\frac{1}{4} \pi a a b$ , on n'a qu'à substituer dans la formule  $(l + b)$  à la place de  $l$ .

XXXVII. Puisque la hauteur de la colonne d'eau qui exprime la pression, est  $p = g + \frac{\Phi}{\frac{1}{4} \pi a a}$ . (§. XXXV). Substituant la valeur

trouvée de  $\Phi$ , on aura  $p = g + \frac{0,20106 a^4 b l}{\frac{1}{4} \pi a a c c t t} = g + \frac{0,20106 a a b l}{0,78539 . c c t t}$ ,

ou  $p = g + \frac{0,256 . a a b l}{c c t t}$ , comme Mr. Euler l'a trouvé. Ou

fi

si l'on y fait entrer la petite masse d'eau  $\frac{1}{4} \pi a a b$ , on aura

$$p = g + \frac{0,256. a a b (l + b)}{c c t t}.$$

## C O R O L L.

Puisque  $\lambda g = p$ . (§. XXXIV.) on a maintenant

$$\lambda g = g + \frac{0,256 a a b l}{c c t t}, \text{ ou } \lambda = 1 + \frac{0,256 a a b l}{c c t t g}.$$

& le poids total qui pèse sur le bas du tuyau sera

$$= \frac{1}{4} \pi a a g + \frac{0,256. \pi a^4 b l}{4 c c t t}, \text{ pieds cubiques d'eau.}$$

## E X E M P L E.

Soit  $a = \frac{1}{3}$ .  $b = 4$ ,  $c = \frac{1}{4}$ .  $l = 3000$ .  $g = 60$ .  $t = 6''$ .  
le poids que le bas des tuyaux aura à supporter, sera, (à raison de  
70 lbs. le pied cubique d'eau,) de 32254 lbs.

R E C H E R C H E S  
SUR UN PRINCIPE FIXE, QUI SERVE A' DISTIN-  
GUER LES DEVOIRS DE LA MORALE DE CEUX  
DU DROIT NATUREL.

PAR MR. S U L Z E R.

**T**ous ceux qui ont écrit sur le Droit Naturel, Philosophes ou Jurisconsultes, ont remarqué que les devoirs naturels de l'homme sont de nature très différente. Ils ont vu que l'obligation à certains devoirs est si parfaite & si bien constatée, qu'en cas de refus, on pourroit obliger! qui que ce soit, même par force, à les remplir ; d'autres leur paroissent d'une obligation moins parfaite, & point du tout sujets à la contrainte. Ils voyoient que l'observation de ces devoirs doit être abandonnée aux sentimens & à la bonne volonté de chacun. Pour peu qu'on y réfléchisse, on verra p. ex. que chacun est dans une obligation très parfaite de rendre à un autre ce qu'il a emprunté de lui, au point que le créancier peut poursuivre en Justice son débiteur, ou même, (en supposant les hommes dans leur état naturel & hors de la société civile,) lui ôter par force ce qu'il lui doit. D'un autre côté tout le monde conviendra que je ne puis pas obliger de la même façon un autre à me rendre service, ni à me faire une charité, quelque besoin que j'en puisse avoir, & quelque facilité que l'autre ait de le faire.

Cette différence assez visible des devoirs a fait naître la distinction entre la Morale & le Droit Naturel. On a compris dans la Morale les devoirs d'une obligation imparfaite, qu'on nomme devoirs d'humanité, & dans le Droit Naturel ceux dont l'obligation est parfaite. Quoiqu'il n'y ait aucun doute, que cette distinction ne soit solide & réelle, on trouve les Philosophes assez embarrassés à en donner des raisons bien claires, & assez générales pour être appliquées à tous les cas.

Ils





Ils ne se sont jamais nettement expliqué sur le principe qui rend cette distinction nécessaire, & qui est assez général pour servir de règle à tous les cas.

Un homme respectable par ses lumières & par ses grandes connoissances dans tout ce qui regarde les loix naturelles, ou civiles, m'ayant fait remarquer, qu'il est d'une très grande importance pour l'établissement des loix, d'avoir un principe fixe, qui serve à distinguer solidement ces deux especes de devoirs, j'ai cherché dans les livres des Philosophes & des Jurisconsultes ce qu'ils disent touchant ce principe ; & j'ai été surpris de les voir passer si légèrement sur un point de cette importance.

La plupart des Jurisconsultes, qui ont écrit sur le Droit Naturel, posent pour principe de ce Droit la règle : *Qu'il ne faut offenser personne, & qu'il faut rendre à chacun ce qui lui est dû* (\*); & ils rangent dans la classe des devoirs parfaits tous ceux qu'on peut déduire de cette règle fondamentale. Mais il n'est pas difficile de voir que cette règle, surtout sa seconde partie, n'est pas si bien déterminée qu'elle puisse servir de principe. Le précepte *de rendre à chacun ce qui lui est dû*, ne renferme point le principe d'où l'on pourroit connoître ce qui est dû aux autres. Ce n'est que par les principes du Droit Naturel même qu'on connoit cela. La règle suppose donc déjà ce qu'on en devroit conclure.

Monsieur de Wolff n'est pas allé beaucoup plus loin. Il fait comme les autres la distinction entre l'obligation parfaite & imparfaite, sans nous dire précisément sur quoi elle est fondée. Sa définition du *droit parfait* semble à la vérité indiquer un principe, quand il dit, que le *droit parfait* est celui que nous donne la loi naturelle pour satisfaire à nos devoirs. Mais il est bien difficile d'appliquer cela à des cas particuliers ; & il paroît qu'on en pourroit inférer qu'on a quelquefois le droit de forcer un autre à nous rendre service, ou à nous faire des charités. D'un autre côté il y a certains droits très parfaits qu'on ne déduiroit de ce principe, que difficilement. J'ai un droit parfait sur

L I I 2

une

(\*) *Neminem ledere ; suum cuique tribuere.*



une partie des biens de mon débiteur, quoique la loi naturelle ne m'oblige pas toujours à me faire rendre ce qu'on me doit.

C'est cette incertitude sur le premier principe du Droit Naturel, qui m'a engagé d'entreprendre la recherche d'un principe vraiment fondamental, clair & déterminé, & qui par conséquent soit d'une application facile à tous les cas particuliers. Après plusieurs réflexions, qui ne m'ont mené à rien de positif, j'ai vu qu'il falloit commencer par chercher l'origine & l'esprit général des loix. Je crois avoir remarqué, que ce qui a empêché les Jurisconsultes de trouver le véritable principe du Droit naturel, est la fausse supposition qu'ils ont faite de l'état naturel des hommes. Ils commencent toujours par supposer, que naturellement les hommes vivent hors de toute société, détachés l'un de l'autre, & ne se rencontrant que par hazard, comme les bêtes dans les forêts. Pour nous mieux faire comprendre cet état chimérique, qu'il leur a plu de nommer *état de nature*, ils ne supposent d'abord que deux hommes, vivant chacun à part dans une Isle de l'Océan. Dans cette belle supposition, ils cherchent quels peuvent être les droits mutuels de ces solitaires. D'autres n'ayant pas trouvé cette supposition assez féconde pour en déduire tous les droits, nous représentent les deux premiers hommes dans un état beaucoup plus triste. L'un nageant dans la mer, & prêt à succomber sous les vagues de cet élément impitoyable ; l'autre voguant sur une planche qui le soutient, & qui paroît lui promettre d'être sauvé. Dans cette heureuse supposition, ils cherchent combien de droit a le premier de s'accrocher à la planche de l'autre, & combien de droit a l'autre de l'empêcher de partager avec lui la planche, de crainte que n'étant pas suffisante à les porter tous deux, elle n'enfonçât dans la mer. Il n'est pas surprenant que de pareilles suppositions n'aient mené à rien de certain. En effet il seroit inutile de rechercher les droits de gens assez barbares pour rester séparés les uns des autres. Depuis que les hommes ont eu du bon sens & de la raison, ils se sont naturellement joints en petites sociétés, & ces sociétés ont naturellement formé des Etats & des Républiques. Je commence donc par supposer, que les hommes ne  
vivent



vivent que dans de grandes sociétés, dont le but est de rendre chacun aussi heureux qu'il est possible. Des sociétés sans ce but ne sont que des amas de gens barbares qui ne connoissent, ni droits, ni loix ; & auxquels on feroit connoître en vain la différence des devoirs. Je suppose de plus que les Législateurs de telles sociétés, n'ayant égard qu'aux devoirs naturels, laissent à part toutes les loix dont un tel Etat pourroit avoir besoin par rapport à des circonstances particulières, d'où résultent les loix civiles, ignorées du Droit Naturel.

Je vois bien ce qu'on pourroit m'objecter contre cette supposition. Il a semblé aux Jurisconsultes que les Souverains sont dans le cas de ces hommes détachés, hors de toute société. Voulant rechercher les droits d'un Souverain à l'autre, & surtout les droits de la guerre, ils ont crû cette supposition absolument nécessaire pour leur recherche. Mais il en est des Souverains comme des particuliers. Dans les parties policées du monde, les Souverains ne sont point du tout des personnes détachées l'une de l'autre. Quiconque fait jeter un coup d'oeil judicieux sur les affaires de l'Europe, verra sans peine que tous les Souverains ensemble forment une espèce de République, qui a ses loix fondamentales, quoique tacites. Aucun Souverain de l'Europe ne peut se regarder comme hors de liaison & exempt de toute obligation envers les autres. D'ailleurs, si un Souverain est sage & politique, il se dictera lui-même ses devoirs envers les autres ; s'il ne l'est pas, il ne lui sert de rien de connoître ses devoirs envers les autres Souverains ; & ce sera toujours la force qui décidera, indépendamment de toutes les décisions des Jurisconsultes. Nous chercherions en vain les droits de ces Souverains barbares de l'Afrique & de l'Amérique.

Laissons donc à part tout ce qui est inutile, & commençons notre recherche par la supposition des Etats formés, dont le but est d'obtenir le plus grand bonheur possible. Il est d'abord clair que la félicité d'un peuple dépend de l'observation exacte de tous les devoirs de l'homme. Si tous les hommes étoient moralement bons & sages, la société n'auroit pas besoin de loix, chacun feroit exactement tout ce qui est de son devoir, & tout iroit bien. Mais la foiblesse des uns &

la méchanceté des autres ne permettent pas d'abandonner l'observation des devoirs au gré des membres qui composent la société. Le repos & la félicité publique seroient trop mal assurés.

De là naît la nécessité des lois, qui prescrivent à chacun ce qu'il doit faire, & dont la sanction oblige les foibles & les méchans à contribuer malgré eux à la félicité des autres. Maintenant on voit d'abord qu'il est très essentiel qu'un Législateur sache au juste dans quels cas il peut obliger parfaitement un citoyen, & dans quel cas il ne le peut pas. Car d'un côté ce seroit un défaut & une foiblesse marquée des lois d'abandonner au gré des citoyens des devoirs auxquels on peut les obliger ; & de l'autre ce seroit un grand inconvénient de vouloir obliger un citoyen à des choses, qui par leur nature ne sont point sujettes à la contrainte des lois.

De là nous pouvons tirer un principe qui servira à nous conduire sûrement dans la recherche, que nous avons entreprise. Si le but général des lois est d'obliger chacun à autant qu'on peut raisonnablement demander de lui, il s'ensuit qu'un Législateur doit revendiquer aux lois tout devoir naturel, sans se relâcher sur aucun, & qu'il ne doit laisser au gré des citoyens que ce qui par la nature même ne peut pas être exigé par force. Car plus on laisse à la volonté des membres de la société, plus on risque de voir mal remplir les devoirs, & plus on manque le dernier but de la société civile.

Je serois fâché, si l'on pensoit que je parle de cette façon par une humeur de misantropie ; & je le serois d'avantage, si l'on croyoit que je veux ôter la liberté aux citoyens, lorsque je dis qu'un Souverain doit laisser à leur gré aussi peu qu'il est possible. Qu'il me soit donc permis de m'expliquer en peu de mots là dessus. J'ai déjà dit qu'on n'auroit besoin, ni de lois, ni d'aucune contrainte civile, si tous les hommes étoient bien sages. Il est certain qu'ils ne le sont pas. Il faut donc absolument les empêcher d'être méchans, & même les en empêcher autant qu'il est possible. Je crois que cette maxime n'a rien d'injuste, ni de préjudiciable à la liberté, qui doit être l'idole d'un Philosophe. Lors donc qu'on assujettit à la contrainte des lois  
civi-

civiles tous les devoirs de l'homme, qui par leur nature sont susceptibles de cette contrainte, on ôte par là aux méchants & aux foibles la liberté de faire du mal, & on n'ôte rien aux sages & aux gens raisonnables, qui font le bien indépendamment des loix. Ces loix ne les gênent jamais, parce que par leur bonne volonté ils vont au devant des loix.

Mettons donc pour premier principe, que les loix doivent exiger tout ce qu'elles peuvent exiger, & ne se relâcher, que sur les choses, qui par leur nature ne sont point sujettes aux loix. Tout devoir qui est sujet aux loix est un devoir parfait ; & le devoir imparfait est celui qui ne peut point être sujet aux loix. Chaque loi doit avoir sa sanction, & ce qu'elle ordonne doit pouvoir être exigé par force ; non pourtant, par une force arbitraire & tirannique, dirigée par le caprice du plus fort, mais par une force que la raison & la bonté dirigent.

Ceci étant supposé, il est clair, que la force ne peut jamais être employée que dans le cas où celui qui est le dépositaire de la force peut savoir avec certitude, que ce qu'on demande d'un autre est réellement un de ses devoirs, & qu'il a tort de vouloir s'en dispenser. Dans tous les autres cas, ce seroit agir despotiquement & sans raison. D'un autre côté, dans un cas où tout le monde peut connoître avec certitude, que tel est mon devoir, ce seroit une foiblesse dans les loix de me laisser le maître de le faire, ou de ne pas le faire.

De là nous tirons aisément le principe que nous cherchons, & qui décidera très positivement sur ce qui est devoir parfait ou imparfait. *De tous les devoirs de la Morale ceux qui sont d'une certitude absolue & d'une notoriété publique, sont des devoirs parfaits ; & ceux dont la connoissance ne dépend que de mon propre jugement, sont des devoirs imparfaits & ne sont point sujets aux loix.* On ne trouvera pas ce principe fort difficile dans l'application. Il est aisé de voir généralement, que tout devoir fondé sur la notion générale de l'humanité est du nombre de ceux dont la certitude est constante pour tous les hommes ; & il n'est pas difficile non plus de voir, que tout devoir qui résulte d'un état personnel, de la connoissance des biens, des forces, & des facultés d'un



d'un particulier, ne peut être exactement connu que de lui, & qu'il ne peut par conséquent qu'être au nombre des devoirs imparfaits.

Ce principe est de plus très fécond en conséquences, qui sont d'une grande utilité. Mais comme il ne s'agit ici que de bien établir ce principe, je ne m'arrêterai pas à ces conséquences. L'application à un cas dont on a assez disputé, suffira pour faire connoître la facilité de l'application du principe. Se conformer à la Religion dominante du pays où l'on vit ; est-ce un devoir parfait, ou imparfait ? La foi, & toute la Religion, dépend des lumières & des connoissances qu'on a ; personne ne peut juger de ce que je crois, ou de ce que je connois, que moi seul. Il est donc évident, qu'on ne peut pas m'obliger à des devoirs, qui ne peuvent résulter que de mes lumières & de ma façon de penser. Chacun doit donc avoir la liberté de conscience par le droit de la Nature. Mais comme toutes les loix civiles s'écartent quelquefois des loix naturelles, c'est une autre question ; si un Souverain peut établir telle ou telle loi, qui n'est point fondée dans le Droit Naturel ?

Après avoir trouvé un principe solide pour le cas que nous avons supposé, il n'est pas difficile de voir, que ce même principe subsiste encore, quand il ne s'agit que de deux hommes, hors de toute liaison civile, & vivant dans l'état véritablement naturel. Dans ce cas, la question est telle. Me supposant hors de toute société civile, quel est le principe, qui me sert à connoître ce que je puis exiger d'un autre homme, même par force en cas de refus, sans blesser l'équité & le Droit Naturel ? Je dis donc, qu'il est évident : 1. Que ce que je demande de l'autre, doit être une chose à laquelle je ne puisse pas renoncer, sans pécher contre un de mes devoirs naturels. 2. Qu'il doit être un des devoirs de l'autre de m'accorder ce que je lui demande. Dans ce cas, je puis exiger par force, qu'il me satisfasse, puisque par là même je remplis un de mes devoirs, & j'oblige l'autre de satisfaire à un des siens. Il est donc évident, que ce principe revient au même que nous avons trouvé pour les sociétés. Le devoir parfait doit toujours être tel, que celui qui veut l'exiger, soit en état de connoître avec certitude, que c'est une des obligations naturelles de celui dont on l'exige.



M É M O I R E S  
D E  
L'ACADÉMIE ROYALE  
D E S  
S C I Ê N C E S  
E T  
B E L L E S - L E T T R E S.

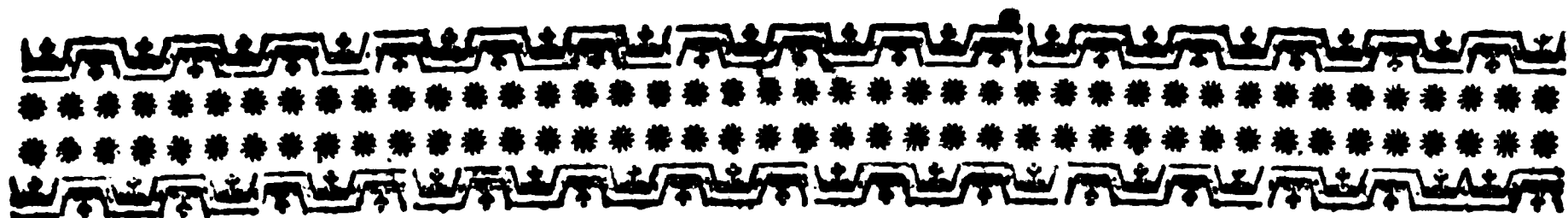
---

*CLASSE DE BELLES-  
LETTRES.*





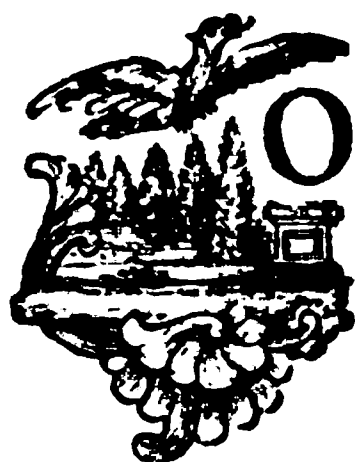




**COURTE DESCRIPTION**  
**DES PEUPLES ET DES PROVINCES SITUÉES A**  
**L'OCCIDENT DE LA MER CASPIENNE, DEPUIS ASTRACAN**  
**JUSQU'AU FLEUVE KURA, TELLES QU'ELLES SE**  
**TROUVOIENT EN 1728.**

**PAR MR. VOCKERODT.**

*Traduit de l'Allemand.*



**O**n compte non seulement, parmi les Peuples qui habitent les bords Occidentaux de la Mer Caspienne, les *Cosques*, les *Tartares*, & les *Czirkæses*, mais encore les Peuples du *Dagestan*, ceux du *Lesgint*, ceux du *Taulistan*, les *Chaitaky*, les *Carachaitaki*, les *Schirwanniens*, les *Avari*, & les *Kacheti*. Il y a aussi quelques Juifs, des *Armeniens*, & des *Arabes*, qui s'arrêtent dans ces contrées.

*Cosques.*

**C**e qui se trouve de *Cosques* aux environs de la Mer Caspienne est divisé en *Grebensky* & en *Tersky*. Les premiers habitent le long du fleuve *Terek*, du côté des Montagnes : ce fleuve a séparé jusqu'en 1722. le territoire Russe d'avec celui des *Perfes* : ils ont quatre villes munies de remparts, dont la principale est *Kordukowa* : ils parlent Russe, & ont adopté la religion Grecque. Comme ils se sont reconnus de tout



tems dépendans de la *Russie*, leur Chef, ou *Ataman*, a toujours été obligé de rendre compte de ses actions au Gouverneur d'*Astracan*. Les *Grebensky* n'ont été originairement qu'une troupe de bandits, composée de *Russes* & de *Cosaques*: ces brigands, pour voler avec plus de commodité & de sûreté, s'étoient retirés sur cette chaîne de montagnes qui borde le fleuve *Terek*. C'est ce qui leur fit donner le nom qu'ils portent; car *Greben* signifie en *Russe* une chaîne de montagnes qui s'élève en pointes. De semblables voisins étoient trop incommodes pour qu'on ne cherchât pas, où à les disperser, ou à les contenir dans leur devoir: on leur offrit pour cet effet un pardon général, à condition qu'ils iroient s'établir dans les demeures qu'on leur assigneroit, qu'ils obéiroient au Chef qu'on leur donneroit, & qu'ils serviroient dans l'occasion contre les *Tartares*, dont les excursions incommodoient beaucoup. Ils acceptèrent ces offres, & allèrent s'établir un peu au delà de ces montagnes, où ils s'étoient réfugiés pour exercer leur brigandage. Ils font tous le métier de Soldat, ils sont bien armés, & servent à cheval: ils recoivent à *Terky* de l'argent & des provisions.

Les *Cosaques* surnommés *Tersky* habitoient autrefois la Ville de *Terky*: ils avoient un Chef qui étoit à la nomination du Gouverneur de cette Ville: on les y avoit appelés dans le tems qu'on étoit occupé à fortifier *Terky*. Ils furent tirés alors en partie des *Grebensky*, & en partie des *Jaiki* & des *Doniens*; quelques *Tartares* de *Terski*, qui avoient été baptisés se joignirent à eux. Mais ces *Cosaques* n'y restèrent pas; la mauvaise situation de cette dernière Ville engagea les *Russes* à la démolir, & à bâtir la forteresse de *Suetoykrest*, près du fleuve *Sulack*: & ce fut là qu'ils allèrent s'établir avec la garnison Russe. Les *Tersky* servent ainsi que les *Grebensky*, & ils reçoivent des *Russes* de l'argent & des Vivres.

### *Tartares.*

Les *Tartares* des Contrées que nous examinons, ont aussi différens noms qui les distinguent. Ceux qu'on appelle *Tersky*, habitoient autrefois



trefois les fauxbourgs de *Terky*, & quelques chétives bourgades aux environs de cette Ville. Leur Chef étoit à la nomination du Commandant de *Terky* : une partie d'entr'eux vivoit du bétail qu'elle mettoit à l'engrais, une autre de la pêche, & la troisième servoit en tems de guerre. Ces derniers tiroient de *Tersky* de l'argent & des vivres. Mais aujourd'huy la plus grande partie d'entr'eux se trouve établie près de *Suetoykrest*, dans de petits bourgs, qu'elle a environnés de remparts : où elle est sous la juridiction du Commandant de cette Forteresse. Ces *Tartares* tirent leur origine, en partie des anciens habitans du Païs, & en partie des *Tartares* surnommés *Nogaizi* : ils sont sous la domination des Russes depuis l'établissement de la Forteresse de *Terky* : leur langue est celle des *Nogaizi*, leur religion celle des *Turcs*.

Les *Tartares* qu'on appelle *Nogaizi*, vivent en pleine campagne : ils habitent les plaines situées entre les fleuves *Sulack* & *Axay* ; quelques uns aussi le long des Montagnes : ils s'arrêtent là où ils trouvent de bons pâturages : ils n'ont ni Maisons ni villages ; mais ils passent l'été, & l'hyver qui n'y est, ni trop froid, ni trop long, sous des cabanes qui peuvent être transportées, & qui le sont aussi ; ils vivent de leurs troupeaux, qui consistent en Dromadaires, en Chameaux, en Chevaux, en Bœufs, & en Moutons. Ils sont attachés à la religion des *Turcs*, & se servent d'une langue qui leur est particulière : autrefois ils dépendoient uniquement du *Scham-Chal* de *Tarku* ; qui jouissoit aussi des revenus du Païs : mais depuis 1722 ils se sont soumis aux Russes, & obéissent au Commandant de *Suetoykrest*. Il y en a pourtant quelques uns qui reconnoissent pour leur Souverain le Sultan d'*Axay*. Les premiers ayant été impliqués, quoiqu'après y avoir été forcés, dans la révoke du *Scham-Chal* qui arriva en 1725, furent dispersés & punis ; mais celui-ci ayant été arrêté, & la rebellion étant assoupie, une bonne partie d'entre eux revint dans les endroits, d'où la guerre les avoit chassés.

Les *Tartares* du territoire d'*Axay* ont bâti plusieurs Villages le long du fleuve dont ils portent le nom : ils dépendent du Sultan *Mah-*



*mîud Axay*. Ce Prince & ses prédécesseurs avoient paru attachés à la *Russie*, & sembloient s'y soumettre depuis l'établissement de la Forteresse de *Terky*, qui pouvoit les tenir en respect ; mais au fonds ils étoient entièrement dévoués aux *Perses*. Le Czar *Pierre le Grand* étant arrivé dans ces contrées, lors de son expédition de 1722, le Sultan se soumit entièrement aux Russes sans perdre cependant aucun de ses privilèges, & sans s'engager à payer aucune espèce de tribut. Comme le Sultan *Mahmud* étoit un des plus puissans Princes de ces contrées, le *Scham-Chal* songea à se le donner pour successeur, afin qu'il fut en état de défendre dans l'occasion la liberté du País : cela se fit aussi, & le Sultan prit dès-lors suivant l'usage de sa nation le titre de *Crim-Scham-Chal*. Quelques années après, (en 1725) le *Scham-Chal* s'étant révolté, & ayant été pris & envoyé en exil, cette dignité fut abolie, & les espérances du Sultan *Mahmud* s'évanouirent, quelque bien fondées qu'elles lui eussent paru, puisqu'il eut l'ingratitude de contribuer beaucoup à la perte & à l'exil de son bienfaiteur. Ceux d'*Axay* se servent de la langue ordinaire des Tartares, & ils sont de la religion des Turcs ; ils vivent de leurs troupeaux, de l'agriculture, & du coton qu'ils recueillent en abondance : ils sont obligés de servir à la guerre : ils ont des armes à feu, quelques uns des arcs & des flèches : le fleuve *Axay* borne le *Dagestan* du côté du Nord.

Il y a des Tartares dans le territoire de *Stauropol*, situé entre les fleuves *Sulack* & *Agrahan*, qui sont sous la domination des Russes depuis 1722. Cette contrée où il n'y avoit autrefois ni villages ni habitans, a été appelée depuis très longtems par les Russes *Stauropol* ; les Grecs doivent y avoir eu une Ville, qui a été ruinée après la décadence de leur Empire, & l'établissement du Mahometisme ; ce qui est d'autant plus croyable que cette portion de terre, qui s'étend dans la Mer Caspienne, entre les fleuves *Agrahan* & *Sulack*, est encore appelée aujourd'hui par les Tartares *Chutsch*, c'est à dire, Croix. Le Czar *Pierre le Grand* se retirant de *Derbent* à *Astracan* faute de vivres, s'arrêta pour examiner cette contrée : il lui parut que cette presqu'isle, étoit



étoit un endroit très propre à une Place, qui pût contenir dans le devoir les Peuples du *Dagestan*, & conserver la communication avec *Derbent*. Ces raisons, la bonté du terrain, & l'abondance du bois, l'engagèrent à y faire élever un Fort de six bastions, qu'il nomma *Suetoykrest*, ou Sainte Croix, & qui entre autres avantages a celui de la communication avec le fleuve *Agrahan*. Sa Majesté Impériale fit ensuite démolir *Terky*, située au Nord, & à 80 Werstes (\*) de *Suetoykrest*, & transporter la Garnison Russe & les habitans de l'ancienne Forteresse dans ce nouveau Fort : on bâtit aussi le long des deux fleuves plusieurs villages, tant pour les *Terky* & les *Doniens*, que pour les *Czirkæses*. Dans la forteresse il n'y a que des Soldats, & les *Cosques* qui servent à la guerre ; hors de la Forteresse il y a des Russes, des *Czirkæses*, & des *Dagestaniens*, que le commerce y retient. La religion & la langue sont les mêmes que celles des Russes. Quelques familles des *Czirkæses* venues du *Cabardah* s'étant établies à *Terky*, & ayant multiplié jusqu'à faire un nombre de 300. têtes, on leur assigna quelques places près de *Suetoykrest* ; on leur donna un Chef tiré de leur Nation, qu'ils appellent *Ell-Murfa*, ou *Knays Bekewits*, & qui dépend du Commandant de la Forteresse : ils sont tous, à l'exception de ceux qui ont été baptisés, de la religion des Turcs : ils habitent un petit village environné d'un bon rempart, & situé assez près de la Forteresse ; ils entretiennent d'assez grands troupeaux, & vivent de ce commerce. Ils sont obligés de servir en tems de guerre ; & lorsqu'on s'apperçoit que quelques Tartares recommencent à exercer leur brigandage ordinaire, ils sont les premiers à les poursuivre, & à leur enlever leur proie, ce qui fait leur unique salaire : il n'y a que leur Chef qui tire une pension, & ce n'est que lorsqu'ils ont fait quelque belle action, qu'on leur donne une petite récompense. Ce sont de bons Soldats qui servent à cheval.

*Czir-*

(\*) *Werst*, mille Russe : on en compte 104½ sur un degré : *Agatsch*, mille Persanne : on en compte 21 sur un degré.



## *Czirkæses.*

**L**es *Czirkæses* habitent le *Cabardah* ; la partie supérieure qui est fort montagneuse, est bornée par le *Taulistan*, par le Païs des *Avari*, par les Montagnes de la *Georgie* nommées *Imirette*, & par les *Tartares* surnommés *Cubani* : la partie inférieure s'étend depuis les Montagnes de la première jusqu'aux fleuves *Terek* & *Syntsch*. Tout le Païs n'est pas fort grand, & dans huit jours il est facile de le parcourir d'un bout à l'autre ; la partie supérieure est remplie de défilés, elle n'a point de Villes, à peine peut-on appeller ses habitations des Villages, puisque les habitans placent leurs cabanes où bon leur semble. Pour le *Cabardah* inférieur il a beaucoup de plaines, & des plaines fort étendues, des bois, & des prairies : il s'y trouve cependant peu de Villages. Entre les Montagnes du *Cabardah* supérieur on en trouve une d'où trois fleuves tirent leur source : le premier coule vers l'Occident, traverse le païs des *Tartares*, surnommés *Cubani*, & se jette dans la Mer Noire : le second est le fleuve *Terek*, qui sépare le *Cabardah* supérieur de l'inférieur, & coulant ensuite dans la plaine va se jeter dans la Mer Caspienne : le troisième est le fleuve *Kuma*, qui coule d'abord entre les montagnes, & ensuite le long de ces montagnes, & après s'être considérablement accru en se joignant à plusieurs autres fleuves, il prend sa course au travers des plaines vers la Mer Caspienne, qu'il n'atteint cependant pas ; il se perd insensiblement après avoir formé quelques marais, couverts de joncs : là ou il se réunit au fleuve *Byruma*, il y a de très belles campagnes, de belles forêts, & plusieurs ruines d'anciennes habitations, de villages, & de bourgs : on remarque entre autres celles d'une grande Ville, qui a de très belles Maisons fort bien voûtées, & qui renferme une quantité de monumens travaillés avec beaucoup d'art, ce qui persuade qu'autrefois cette Ville étoit considérable & florissante : on l'appelle encore aujourd'hui *Madfchar*, & comme ce nom est celui que les Polonois & les Turcs donnent aux Hongrois, & que les Hongrois se donnent à eux mêmes, il se pourroit fort bien que les fondateurs du Royaume de Hongrie tirassent leur origine





gine de là. Les *Cairkæses* forment un seul Peuple, libre autrefois; car, bien qu'ils aient toujours paru attachés aux Russes, & que quelques uns de leurs Princes se soyent soumis avec leurs sujets au Czar, ce qui a fait mettre à quelques Auteurs le *Cabardah* au nombre des Provinces de l'Empire de *Russie*, il est certain, qu'ils ont toujours conservé toutes les prérogatives de la liberté & de l'indépendance. Au milieu du siècle passé, le *Cham* de la *Tartarie Crimée* les obligea à lui promettre une espèce de tribut annuel; il consistoit dans le meilleur cheval, le plus beau sabre, le plus bel arc, & la plus jolie fille qui se trouvoit dans tout le *Cabardah*: le *Cham* envoyoit tous les ans un Ambassadeur pour faire le choix & pour prendre le tribut; cet Ambassadeur devoit être bien accueilli; aussi lui laissoit-on la liberté de s'amuser avec les femmes & les filles du Païs. Ce fut là le seul échec qu'on donna à leur indépendance: le mal dura jusqu'au commencement de ce siècle; honteux à la fin d'une pareille servitude, ils massacrèrent l'Ambassadeur & sa suite. Le *Cham* irrité envoya son Vizir à la tête de 30 mille hommes pour punir cette injure: les *Cairkæses* se délivrèrent de leurs ennemis sans perdre de monde: ils choisirent quelques gens affidés, qui allèrent trouver les Tartares, & leur offrirent de les conduire par des chemins très courts, & très commodes jusques dans le sein du *Cabardah*: les Tartares trop crédules suivirent ces guides, & se trouverent enfin dans des défilés, qu'on avoit eu soin de boucher; ils périrent misérablement sans qu'aucun d'entr'eux eut pû se sauver. Depuis ce tems les *Cairkæses* ont vécu en pleine liberté: cette indépendance ne subsiste pas seulement vis à vis de leurs voisins, mais encore vis à vis de leurs Princes, dont le nombre est assés grand dans l'un & l'autre *Cabardah*; ils ne leur obéissent qu'autant & qu'aussi longtems que cela les accommode, ils exigent que ce ne soit que le mérite personnel des Princes, qui les fasse distinguer de leurs sujets. Le plus puissant des Princes du *Cabardah* supérieur étoit en 1728 *Islam Beck*, estimé de tous les autres à cause de son âge & de son mérite: dans le *Cabardah* inférieur, c'étoit *Casybc-Beck*, non seulement estimé par son Peuple, mais encore par ses voisins, les *Awary*, & les *Tawlinisky*.



Les sujets vivent en camarades avec leur Prince, qui est obligé de les consulter : s'il leur déplaît, ils le quittent & en vont trouver un autre, ce qu'ils ont droit de faire sans en avoir même de raison légitime. Ces Princes n'ont jamais rien à eux, parce qu'ils n'osent pas refuser ce qu'on leur demande, fut-ce même leur habit, à moins qu'ils ne veuillent s'exposer à être abandonnés de celui qui n'a pû obtenir ce qu'il a demandé : ils n'ont d'autres revenus, que ce qu'ils tirent de leurs vassaux, *Georgiens* pour la plus grande partie ; & cela ne consiste qu'en quelques agneaux, & en quelques jeunes filles. On apprend à ces jeunes filles, à coudre & à broder ; on les vend ensuite aux Perses, aux Turcs, aux Tartares, à tous ceux qui veulent les acheter, & en donner depuis 100 jusqu'à 500 Roubles, suivant qu'elles sont plus ou moins belles. Les femmes du *Cabardah* ne sont point exemptes du malheur de passer entre les mains du premier acheteur ; comme elles sont assez jolies, les Turcs & les Perses en achètent beaucoup, les parens les leur vendent : & les Tartares en enlèvent quelquefois.

Les *Czirkæses* ne frappent point de monnoyes ; ils se servent de celle des Perses, des Turcs, & des Russes : ils vivent surtout de leur bétail, ils ont de beaux chevaux connus par la vitesse de leur course : ils sont fort habiles à faire des selles, & des courroies, c'est une bonne partie de leur commerce avec les Tartares. Ils sont bons Soldats, & fort adroits à tirer de l'arc, qu'ils portent ainsi que le sabre, & la cuirasse. Leur plus grande étude, ou plutôt leur étude unique, est l'art de voler avec adresse, surtout les Tartares *Cubani*, qui ne leur cedent en rien. Entre eux ils ont un espece de cartel assez singulier. C'est que, lorsqu'une troupe vient d'enlever quelques chevaux, quelques brebis, ou autre chose, ceux qui ont été volés peuvent la poursuivre & l'attaquer, pourvu qu'elle n'ait pas à sa tête un Prince ou *Myrfa*, (comme ils l'appellent,) car alors il ne leur est pas permis de mettre la main aux armes, mais d'un autre côté ils sont dédommagés par la restitution du plaisir de la vengeance.

Dès





Dès que le fils d'un Prince a atteint l'âge de douze ans, il quitte la maison paternelle, pour servir chez un autre Prince, comme *Jus-derim*, ou Cavalier de Cour : c'est là qu'on lui apprend à voler adroitement. On commence par lui faire enlever les fruits d'un jardin voisin ; après cela on lui demande des troupeaux de moutons, & enfin c'est à enlever avec adresse beaucoup de chevaux qu'on reconnoît, s'il a profité des leçons de ses mairres. On ne vole cependant guère à force ouverte : on n'use de violence que dans des haines particulières.

Il y a 80 ans ou environ que les *Czirkæses* étoient Chrétiens, & attachés à l'Eglise Grecque. Mais mal instruits & vivant peu avec des Chrétiens qui le fussent plus qu'eux, le Mahométisme a pris la place du Christianisme. Comme ils n'avoient point de livres, pas même de caractères pour écrire dans leur langue, qui paroît n'avoir aucun rapport avec les autres, le service divin s'étoit fait en langue Grecque, qu'ils n'entendoient pas, & que leurs Prêtres n'entendoient guère mieux : cela joint aux liaisons où ils se trouvoient avec les Tartares de la *Crimée*, qui les obligèrent à apprendre le Turc, & le Tartare, explique comment le Mahométisme a détruit la Religion Chrétienne : quelques uns se disent encore Chrétiens, mais ils n'en portent que le nom, vivant dans la plus crasse ignorance, & n'ayant point abandonné leurs anciennes cérémonies superstitieuses : c'est la secte des Turcs, que les Mahométans de ces contrées ont embrassée.

### *Le Dagestan.*

Dans la partie supérieure on trouve *Tarku*, *Andre-Ofka* ou *Endery*, *Tschytschin*, *Boynak*, *Uthæmisch*, & *Kubeschah*.

Le district de *Tarku*, quelquefois nommé simplement *Dagestan*, est beaucoup plus considérable que tous les autres du même pays. Du côté du Nord il touche au fleuve *Sulak*, du côté de l'Orient à la Mer, du côté du Midi aux montagnes de *Boynak*, & du côté de l'Occident

éident il s'étend le long des Montagnes jusqu'au País des *Tawlinsky*, & des *Akuschintsy*. Ce District renferme outre la Ville de *Tarku* plusieurs grands & beaux villages, dont les uns se trouvent dans les plaines le long de la Mer, & les autres entre les Montagnes. Les habitans, nommés *Dagestaniens*, quelquefois aussi *Kumuky*, se servent d'une langue qui est un composé de celle des Turcs, & de celle des Tartares, en sorte qu'ils peuvent se faire entendre des deux Peuples. On s'en sert tout le long de cette côte de la Mer jusqu'à *Gilan*. Le Peuple est de la Religion des Turcs; il a de belles Vignes, de beaux jardins, des champs bien cultivés, & des troupeaux: on trouve ici beaucoup de Coton. Les habitans de *Tarku* commercerent avec les Perses, & les Russes: ceux qui vivent dans les Montagnes, enlèvent des *Georgiennes*, des *Arméniens*, & des *Czirkæses*, & les vendent aux Tartares de la *Crimée*, & aux Tartares surnommés *Cubani*. Communément ils sont de fort bons Cavaliers; ils ont des armes à feu, & des sabres: peu d'entre eux se servent de flèches. Ils reconnoissoient autrefois pour leur Chef le *Scham-Chal*, sous la protection cependant des Perses; ils sont depuis 1722 sous celle des Russes: le *Scham-Chal* tira les revenus du País jusqu'en 1725. Depuis les Russes les ont laissés aux petits Princes du País, jusqu'à ce que les affaires soient mises sur un autre pied. La Ville de *Tarku* est située à 5 Werstes de la Mer vers l'Occident; elle est entourée de hautes Montagnes, qui la couvrent de tous côtés, excepté du côté de la Mer: elle est bâtie en partie sur la Montagne; elle est d'une assez grande étendue, & selon les apparences fort ancienne: le Palais du *Scham-Chal* est placé sur l'endroit le plus élevé de la Ville, qu'il domine: les rues sont fort irrégulières, & les maisons bâties à l'orientale avec des toits plats: quoiqu'assez médiocres par l'extérieur, elles sont fort bien distribuées dans l'intérieur. Ce qu'il y a de plus remarquable, ce sont les aqueducs, qui portent l'eau partout, & au moyen desquels on a beaucoup de bassins & de bains: on tire l'eau de quelques sources, qui se trouvent sur les montagnes; elle passe par le Palais du *Scham-Chal*, & s'étend de là par des canaux dans toute la Ville: il n'y a pas d'écurie, ni de Cour, qui



qui ne soit arrosée. Le *Scham-Chal*, qui résidoit autrefois à *Tarku*, avoit un pouvoir fort étendu. Cette dignité doit son origine aux Arabes qui demeuroient à *Damasc*, autrement *Scham*, & qui envoyoit de là des Gouverneurs dans les Païs qu'ils venoient de soumettre : ils poussèrent leurs conquêtes dans les premiers siècles du Mahométisme jusqu'à la Mer Caspienne. Comme *Chal* signifie en Arabe Prince, on voit d'où dérive le nom de *Scham-Chal*, dénomination conservée jusques à nos jours. Le pouvoir de ce Prince ne s'étendoit pas seulement sur tous les autres Princes du *Dagestan*, mais encore sur les *Taulintzy*, & bien au delà des Montagnes, presque jusques à *Schamachie*.

Pour contenir dans le devoir, & dans la paix, tous ces différens peuples, il étoit obligé d'avoir sur pied une Armée assez considérable : pour l'entretenir il avoit, outre les revenus qu'il tiroit des Provinces du *Dagestan*, une pension annuelle de la Cour de Perse de 4000 *Tumées*, ou 40000 *Roubles*. Le Roi de Perse l'avoit mis du nombre des quatre grands soutiens de son Empire : dans les grandes Cérémonies il se trouvoit à la Cour de ce Monarque, & s'asseyoit à côté du Thrône, comme celui qui défendoit l'Empire contre les Russes : de même que le Chan, ou Gouverneur de *Candahar*, y étoit comme le défenseur de l'Empire contre les *Indiens*, le Prince de *Georgie* comme soutien de la Perse contre les Turcs, & un quatrième Gouverneur pour les frontières du côté de l'*Arabie*. Quoique le *Scham-Chal* eut besoin de la confirmation du Roi de Perse, il avoit cependant le droit de nommer de son vivant celui qui devoit lui succéder, & celui qu'il avoit désigné, étoit appelé *Crim-Scham-Chal* ; les Russes & les Perses le caressoient également, & il recevoit de part & d'autre des présens considérables. Le dernier *Scham-Chal* s'appelloit *Abdulgierry* : il fit si bien, que, quoique le Roy de Perse en eut confirmé un autre pour succéder à son prédécesseur, il conserva le gouvernement à l'aide des Russes qui lui avoient envoyé du secours pour chasser son-compétiteur ; il obtint à force d'intrigues la confirmation que la Cour de Perse

paroissoit d'abord fort éloignée de lui accorder. Son compétiteur, sentant bien qu'il n'étoit pas en état de faire valoir ses droits, se borna à demander une petite étendue de terrain, située entre *Suetoykrest* & *Axay*, qu'on lui donna; & c'est ce qui le fit appeller dans la suite *Schubgan-Scham-Chal*. *Schubgan* signifie en langue Tartare un homme qui garde des troupeaux. En 1722 il se soumit aux Russes, & il jouit tranquillement depuis ce tems là des revenus de son petit Païs; il ne paye aucune espece de contribution. Pour ce qui regarde *Abdul-gieray*, il demanda au Czar une garde, qui lui fut accordée: on lui envoya un bas officier, douze Soldats, & un Tambour, qu'il garda à *Tarku* jusques à la révolte.

Pendant les derniers troubles dont la Perse fut agitée, il fit tout ce qu'il put pour rétablir la paix: mais n'étant pas assez puissant pour donner la loi, & voyant que du côté des Perses on ne choisissoit pas les moyens les plus convenables pour rétablir la tranquillité publique, il s'adressa au Czar, qui entreprit ensuite la Campagne de 1722. Lorsque le Czar passa par le *Dagestan*, le *Scham-Chal* alla lui prêter hommage, & se mit sous sa protection, en conservant cependant tous les privilèges & toutes les prérogatives dont il jouissoit. Cette liaison dura peu: l'établissement de la forteresse de *Suetoykrest* lui déplut beaucoup; les Turcs l'engagerent à prendre les armes, en lui promettant bien plus qu'ils n'avoient dessein de lui tenir: il rassembla toutes ses forces, elles montoient à 30 mille hommes; il fut battu, & dans l'espérance d'appaîser le Czar, il alla dans le Camp des Russes, où il fut arrêté, & envoyé en exil. La révolte étant assoupie, la Russie jugea à propos de ne pas rétablir cette dignité: il fut réglé que le Général qui commanderoit le corps de troupes, qui étoit dans le *Dagestan*, exerceroit en même tems les fonctions de cette charge. La principale des femmes du *Scham-Chal* étoit une fille du Sultan *Mahmud Axay*; elle avoit beaucoup d'esprit, & fit tous ses efforts pour détourner son Mari du dessein que les Turcs & *Suetoykrest* lui avoient fait naître: comme il traitoit avec la plus grande cruauté les Marchands Russes qui se trou-  
voient



voient à *Tarka*, elle facilita la fuite de tous ceux qu'elle put soustraire à la fureur de son époux : mais voyant que ses prières, & ses conseils n'étoient d'aucun effet, elle se retira dans les Montagnes, où elle mourut de chagrin, avant les malheurs du Prince rebelle.

Les petits Princes ont gagné par la chute du *Scham-Chal* : la Cour de Russie n'a rien retiré, & ne retire rien encore de ces Princes qui ont été obligés de se soumettre.

*André-ofka*, ou *Endery*, est un grand village environné de montagnes, & de forêts, & situé entre les fleuves *Sulack* & *Axay*, auquel il faut encore joindre quelques autres villages voisins. Cet endroit a été bâti par quelques Russes & par quelques Cosaques vagabonds, qui se sont joints aux Tartares dispersés dans ces contrées. Après que ces brigands se furent établis dans cet endroit, que la Nature avoit fortifié, ils se rendirent si redoutables de tous côtés, que leurs voisins n'osèrent plus mener leurs troupeaux dans les prairies, ni passer les chemins qui menent d'*Astracan* à *Schamachie*, parce que tout le monde y étoit pillé. Ils se soutinrent dans cette indépendance jusqu'en 1722, où, malgré la situation avantageuse d'*Endery*, & le désespoir où le Peuple avoit été réduit, la Ville fut prise d'assaut, ruinée de fonds en comble, & la plus grande partie de ses habitans massacrée. Cette ville a été rétablie dans la suite, ce qui étoit resté d'habitans, s'étant soumis aux Russes, & ayant promis de substituer la culture des terres au brigandage qu'ils avoient exercé jusques alors. Ils se servent d'armes à feu & de flèches : ils sont de la Religion des Turcs, leur Prince ou Chef s'appelle *Eidemir*, ou *Mussal* ; il jouit de tous les revenus du pays sans payer de tribut aux Russes : la langue du Pays est celle des Tartares.

Les habitations du *Tschytschin* s'étendoient autrefois presque depuis les Montagnes d'*Endery* jusqu'à la Mer. Comme les habitans enlevoient beaucoup de chevaux & de bétail aux Cosaques surnommés *Grebensky*, & à ceux qu'on appelle *Dow*, on envoya contr'eux en 1718 quel-



quelques milliers de ces *Cosaques*, & leurs habitations furent ruinées : quelques uns d'entr'eux échappés à la poursuite des Cosaques, ont été habiter les Montagnes, & se sont soumis aux Russes en 1722. Le gouvernement de ce petit peuple est entre les mains de quelques habitans, qu'ils appellent *Anciens* : ils dépendoient autrefois du *Scham-Chal*, qui tiroit aussi les revenus du Pais, qui ne consistent que dans quelques moutons & autres pièces de bétail. Ils vivent de leurs troupeaux ; leur langue est celle des Tartares, & leur Religion celle des Turcs.

Le District de *Boynack* est situé près de la Mer entre les Montagnes de *Boynack*, près d'*Uthæmisch* ; il renferme quelques villages. Les habitans sont de la Religion des Turcs : ils vivent de la culture des terres & de leurs troupeaux : leur langue est un mélange de Turc, & de Tartare : leur Prince *Mehemed*, qui dépendoit autrefois du *Scham-Chal*, s'est soumis aux Russes en 1722, il jouit de tous les revenus de son Pais. Ce Prince est fort foible ; il a toujours été obligé, ainsi que ses prédécesseurs, de se conformer aux volontés du *Scham-Chal* : il fut envelopé dans la révolte de 1725, mais s'étant soumis aussitôt aux Russes, & leur ayant représenté que ce n'avoit été que pour éviter la perte, qu'il s'étoit joint au *Scham-Chal*, il fut rétabli.

Le District d'*Uthæmisch* s'étend le long de la Mer, entre *Boynack* & la Montagne d'*Usmey* ; & renferme quelques villages, parmi lesquels celui d'*Uthæmisch* est le principal. Les habitans sont de bons Cavaliers, comme tous ceux du *Dagestan* ; ils portent le sabre, se servent d'armes à feu, vivent de leurs troupeaux & de la culture des terres, parlent le Tartare, & suivent la Religion des Turcs. Quoiqu'ils aient près de la Mer assez de champs, il ne peuvent cependant pas recueillir assez de grains pour leur subsistance : la sécheresse, & les sauterelles, les obligent de chercher au pied des Montagnes du District d'*Usmey* des terres plus favorables à la récolte. Leur Prince, le Sultan *Mahmud Uthæmisch*, qui dépendoit autrefois d'*Usmey*, & des Perses, osa attaquer toute l'Armée des Russes à son passage par *Derbent* ; il avoit 16000 hommes, qu'il avoit tirés de son district, & de celui







celui des *Chaitaki* : il fut bientôt repoussé, ses troupes furent dispersées, & son pays, avec le village d'*Uthamisch*, fut ruiné par le fer & le feu. Il a rétabli ces villages dans la suite, & s'est soumis aux Russes, ainsi que l'*Usmey* : pour plus de sûreté, on exigea qu'il envoyât à *Derbent* son fils âgé d'un an & demi, comme *Amanate*, ou otage. Il jouit de tous les revenus de son pays, sous la dépendance de l'*Usmey*, sous le commandement duquel il est obligé de servir à la guerre.

*Kubeschah* est un grand village, au dessus du pays des *Chaitaki*, & à côté de celui des *Karachaitaki*, vers le Nord : il est situé entre de hautes montagnes, sur une petite élévation : comme on n'y peut parvenir que par un défilé, cet endroit est regardé comme un des plus forts de toute la contrée : les habitans sont de la Religion des Turcs, & leur langage n'a rien de commun avec celui de tous les Peuples de ce pays. Ils se donnent à eux-mêmes le nom de *Frænki*, nom qui en Orient est commun à tous les Peuples de l'Europe : ils disent que leurs Ancêtres sont venus s'établir dans cet endroit il y a plus de mille ans, mais ils ignorent à quelle occasion : ils présumant qu'ayant fait le commerce par mer, l'orage les a jettés sur ces bords, & que leurs pères n'ayant pas vu le moyen de retourner dans leur Patrie, s'y sont établis. D'autres, curieux de rechercher l'origine de leur établissement, disent que des Marchands Grecs & Genoïs, il y a plusieurs siècles, avoient fréquenté les bords de la Mer Caspienne, comme ceux de la Mer Noire ; qu'ayant trouvé des mines sur ces montagnes, ils les avoient exploitées, & en avoient tiré du cuivre, de l'argent, & d'autres métaux ; qu'outre cela ils y avoient établi des fabriques, & fait de très beaux ouvrages ; que dans le dessein de les faire valoir, ils y avoient envoyé des ouvriers qui avoient attiré plusieurs habitans du pays pour les instruire ; que l'invasion des *Arméniens*, des *Osmannes*, des habitans du *Dzingischah*, & du *Batty*, ayant ruiné les fabriques & les mines, les ouvriers s'étoient réunis, & avoient formé une espèce de République. Le fait paroît d'autant plus vraisemblable, que les habitans du pays en général sont de très bons ouvriers ; ils font de très bonnes armes à feu, des sabres, des cuirasses : ils excellent dans les ouvrages en or & en argent.

Ils ont aussi pour leur défense plusieurs Canons, qu'ils ont fondus eux-mêmes, & qui sont de cuivre. Ils frappent de la monnoye Turque & Perse : ils ont même réussi à contrefaire les Roubles de Russie, qu'on prend volontiers partout parce qu'ils sont de poids. Ils ont bien quelques champs sur les plaines, & des prairies pour leurs troupeaux ; mais ils achètent pourtant la plus grande partie de ce qu'il leur faut de grain & de bétail, & vivent de l'ouvrage de leurs mains qu'on admire dans tout l'Orient, & qui est transporté en Perse, dans la Turquie, & dans la Tartarie Crimée. Ils sont pour la plupart à leur aise ; ce sont de bons Soldats, qui se bornent à conserver leur liberté. S'ils se sont quelquefois liés avec le *Scham-Chal*, ou bien avec l'*Usmey*, ce n'a jamais été que par des Traités d'amitié, & sans se soumettre à personne, pas même aux Perses. Leur village a même été le lieu où l'*Usmey*, le *Scham-Chal*, & d'autres Princes de ces contrées, se sont rendus comme à un endroit neutre, pour pacifier les troubles qui s'étoient élevés entr'eux, & remettre la paix. En tems de guerre ou de troubles plusieurs personnes y portent leurs biens & leurs effets, comme dans un endroit sûr : le Chan de *Surchai* y porta tout ce qu'il possédoit, ce qui étoit fort considérable, & qui avoit été amassé dans le tems de la révolte, & par le pillage de *Schamachie*, d'*Ardebil*, & d'autres endroits. Pendant cette révolte, le *Bey Daud* jeta les yeux sur cet endroit, à cause des richesses qui y étoient, il forma le dessein de le surprendre : mais les habitans allèrent au devant de lui, & borderent de canons les défilés qu'il avoit à passer ; il fut si maltraité dans cette expédition, qu'il fut obligé de rechercher leur amitié, & de se la concilier par des présents. Tous les ans ils élisent douze Anciens, qui jugent de toutes les querelles, & à qui tout le monde est obligé d'obéir : comme ils sont tous égaux, personne n'est exclus du Gouvernement. En 1725 leurs Anciens se soumirent aux Russes ; mais cela s'est fait sans que leur liberté & leur pays en aient souffert, ou en souffrent le moins du monde.

Le bas *Dagestan* comprend cinq districts & six gros villages : les districts sont, 1) *Alty Parah*, près du fleuve *Samura*, du côté du Sud,



Il est borné à l'Orient par *Cubah*, à l'Occident par *Rathul*, au Midi par la haute Montagne de *Schalbrus*.

2. *Ruthul*, près du fleuve *Samura*, du côté du Sud, un peu plus vers l'Occident, où il confine à *Achty*; à l'Orient il est borné par *Alty Parah*, & au Midi par les Montagnes nommées *Schattgory*.

3. *Achty*, près du fleuve *Samura*, encore plus vers l'Occident que les deux autres, où il confine au district de *Tokus Parah*; il est borné au Midi par les Montagnes de *Schat*, & à l'Orient par *Rathul*.

4. *Mischgenscha* est situé au Nord du fleuve *Samura*, près d'une haute Montagne nommée *Gattun-Küll*, vis à vis d'*Achty*, dont il est séparé par le fleuve *Samura*.

5. *Tokus-Parah* est situé entre les Montagnes de *Schalbrus*, & de *Schatt*: les Montagnes l'entourent du côté du Midi, & du côté de l'Occident.

Tous ces districts renferment quelques villages, situés entre les montagnes, les uns rassemblés, les autres dispersés dans des plaines arides: on ne peut y arriver que par des sentiers pierreux & fort étroits; ils sont bordés de rochers, & de montagnes couvertes de neige l'été & l'hiver: mais en revanche les chemins qui conduisent d'un district à l'autre sont spacieux & commodes; les habitans les ont faits afin de pouvoir se secourir mutuellement. Les habitans parlent la langue de ceux du *Lesgint*, qui n'a rien de commun avec les autres langues du Pays: ils sont tous de la Religion Mahometane, & tous de la Secte des Turcs, excepté ceux de *Mischgenscha* qui suivent la Secte d'*Aly*. Ce peuple est presque sauvage, adonné tout entier au pillage: il a quelque peu de bétail, mais presque point de champs; il est obligé de troquer à *Cubah* son bétail contre du bled: c'est là la raison qui lui fait ménager le district de *Cubah*, qui est à l'abri de ses excursions, dans la crainte qu'on ne lui ôte la liberté d'y venir acheter du froment & du ris. Chaque village a bien son *Ancien*, qui se joint à ceux des autres districts; mais on ne leur obéit qu'autant qu'on veut, chacun étant son maître.

De ces cinq districts il n'y a que celui d'*Ati-Parah* qui ait été laissé aux Russes, lorsqu'on est convenu des limites, qui devoient séparer leur domaine de celui des Turcs : les quatre autres sont sous la domination du Grand Seigneur : personne cependant ne s'est encore mis en possession de ce qui lui est échu en partage, tout est resté dans l'état où il étoit, & y restera sans doute bien longtems, car ces peuples ne veulent point entendre parler d'un semblable partage; ils prétendent être libres, & ne dépendre de qui que ce soit, & croient avoir possédé cette liberté depuis un tems immémorial. Comme ils se soutiennent mutuellement, & qu'il est difficile de parvenir jusques à eux, qu'outre cela ils sont pauvres, & qu'il seroit imprudent de s'y fier après les avoir soumis, il ne paroît pas que les Russes, ni les Turcs, fassent jamais de grands efforts, pour les obliger à les reconnoître pour Souverains. Les Perses en ont agi ainsi autrefois; il les ont bien comptés au nombre de leurs sujets, mais ils leur ont laissé toute leur liberté, & ils y ont été obligés, car le Sultan de *Derbent* n'y envoya jamais de détachement de troupes qui ne fut repoussé vigoureusement. C'est la *Georgie* qui souffre le plus des incursions & des brigandages de ces Peuples, qui y vont enlever des bestiaux, des chevaux, & des hommes : il se servent d'armes à feu & de sabres; ils sont courageux, & même intrépides. Dans la dernière rébellion ils ont rendu de bons services au Bey *Daud* & au Chan *Sarchai*, sans oublier pourtant leurs intérêts particuliers, car ils pillèrent partout à leur profit. Ils ont été attachés en quelque manière à *Temur-Arak*, ou comme on l'appelle autrement, à *Tamerlan*, mais non point de force & par devoir: ils prétendent qu'ils ne l'ont suivi dans la guerre, qu'en vertu des Traités d'amitié qui subsistoient entr'eux. Ils racontent que *Tamerlan*, après avoir pillé le plat pays, & les bords de la mer, étoit entré subitement dans le *Dagestan*, mais que leurs pères s'étant emparés des chemins & des défilés, avoient massacré presque toute son Armée, & que *Tamerlan* avoit eu de la peine à se sauver avec quelques uns des siens : ils ajoutent à cela qu'irrité de cet échec, & dans le dessein de se relever, il étoit entré déguisé dans le *Dagestan*, pour juger par lui-même par quel chemin il pourroit

pourroit y pénétrer plus facilement ; qu'il avoit passé la nuit chez une vieille veuve, qui ne l'ayant pas connu lui avoit présenté suivant l'usage une bouillie ; qu'ayant eu faim, il s'étoit mis à manger, & s'étoit brûlé pour n'avoir pas attendu que la bouillie eût perdu une partie de sa chaleur ; que là dessus cette femme lui avoit dit : *tu es aussi imprudent que Tamer-Arak, qui vint au milieu du Dagestan, & qui s'y brûla comme toi ; s'il fut resté aux bords, il se seroit raffaîti, & les peuples du Dagestan aussi : que Tamerlan surpris de ce discours, avoit changé d'avis, & lié amitié avec ce Peuple, qui l'avoit beaucoup aidé dans les conquêtes qu'il avoit faites depuis. C'est Tamerlan qui leur persuade d'embrasser le Mahométisme, & de quitter l'Idolatrie Payenne : ils ne se firent guère qu'en apparence : leurs Prêtres sont les plus grands voleurs.*

Les six grands villages du bas *Dagestan* sont

1. *Buduch*, au dessus de *Rustan* vers l'Occident, au bas des hautes Montagnes.
2. *Chanaluk*, au dessus de *Cuba* vers l'Occident : au Nord de ce village sont situées les Montagnes de *Schatt*.
3. *Krisch*, près de *Chanaluk* entre des Montagnes.
4. *Dschæk*, près de là aussi, & près de *Kapulh*, plus vers l'Occident, au bas d'une haute Montagne.
5. *Alihk*, près de *Krisch*, plus vers l'Orient, entre des Montagnes.
6. *Kapulh*, près de *Krisch* & de *Dschæk*.

Entre ces villages il n'y a que *Chanaluk* qui ait un district, auquel appartiennent 2 ou 3 petits villages : ils sont tous fixés près les uns des autres, & au Nord ainsi qu'à l'Occident ils sont environnés de hautes montagnes : les avenues sont fort étroites, & lorsqu'ils brisent les ponts qu'ils ont au dessus de quelques gouffres remplis d'eau, que la neige fondue y a amassé, il est presque impossible d'y parvenir.

Les habitans sont de la Religion des Turcs; ils se servent de la langue du *Lesgint*, quoique plusieurs entendent ce langage mêlé de Turc, & de Tartare, sur tout ceux de *Buduch*, d'*Ahhk*, & de *Kapulk*. Leur façon de vivre est semblable à celle de tous les Peuples du *Dagestan*; ils vivent de ce qu'ils enlèvent à leurs voisins: il arrive pourtant rarement, qu'ils volent ouvertement. Comme ils ont quelques champs dans la plaine de *Rustan*, qui est sous la domination des Russes, où ils mènent paître en hyver leurs troupeaux, qu'ils ne peuvent pas garder sur les montagnes à cause de la neige, ils sont obligés de ménager ce côté là, & de n'y pas exercer leur brigandage ordinaire.

Chaque village a son Ancien, qui conjointement avec les Prêtres termine les querelles & rend la justice: ces peuples ne reconnoissent pas d'autres supérieurs, ils veulent être libres comme leurs voisins. *Buduch* appartenait autrefois à *Rustan*, mais il s'en est séparé, & les habitans se sont réunis aux *Dagestaniens*.

Dans la démarcation des limites, ces six villages ont été laissés au Turc, mais les habitans n'ont pas voulu se soumettre, & ils ne sont pas encore soumis. Ils se soutiennent mutuellement, & vivent en bonne harmonie avec les cinq districts voisins; ils ont de la peine cependant à se rassembler, parce que les montagnes de *Schatt* empêchent la communication, ou du moins la rendent très difficile. N'ayant pas comme les cinq autres districts l'avantage des hautes montagnes, & des défilés étroits, ils ne sont pas également à l'abri de perdre leur indépendance; le Chan de *Schamachie* pourroit bien avec le tems les soumettre. Au reste on peut remarquer que le mot *Dagestan* vient du mot Tartare *Dag*, par où l'on entend une montagne médiocre, & qu'il signifie par conséquent un pays rempli de montagnes d'une hauteur médiocre.

### *Les Chaitaky, & les Karachaitaky.*

Les *Chaitaky* habitent les bords de la Mer Caspienne, depuis *Uthamisch* jusqu'es aux frontières du *Schirwan*, dont ils sont séparés par la rivière

rivière nommée *Darbach*; ils ont les *Karachaitaky* à l'Occident. Leur pays est grand, beau, & fertile; il renferme plusieurs villages parmi lesquels *Baschlo* & *Medschilis* sont les principaux, & en même tems la résidence ordinaire de l'*Usmey*. La plupart des habitans se sont établis dans les plaines depuis la mer jusqu'es au bas des montagnes; ils ont de beaux champs, des vignes, des jardins, & de belles prairies: les *Akuschintzy*, & ceux du *Tawlistan*, y mènent en hyver leurs troupeaux, que la neige empêche de paître sur les montagnes; & l'*Usmey* tire de là des sommes assez considérables, vu qu'on y mène plus de cent mille Moutons.

Les *Karachaitaky*, ou les *Chaitaky* noirs, habitent les Montagnes au delà des plaines dont nous venons de parler, & qui sont pour eux à l'Orient: du côté de l'Occident leur pays est borné par celui des *Kumuki*, au Nord par le *Kubeschah*, & au Midi par *Tabassaran*; leur district comprend plusieurs beaux villages; *Karagurafsch* est le principal: le pays n'est pourtant pas aussi bon que celui des *Chaitaky*, c'est pourquoi les habitans n'y sont pas aussi riches, & c'est ce qui les a fait surnommer *Kara*, c'est à dire noirs, ou pauvres: ils ont pourtant quelques champs dans les plaines, & quelque peu de commerce.

Les uns & les autres sont de la Religion des Turcs; ils ont leur propre langue, qui a quelque rapport avec celle des *Kumuky*: les principaux d'entre eux parlent aussi cette langue, qui est un composé de Tartare & de Turc: ils vivent de la culture des terres, & de leurs troupeaux: ils sont de bons Soldats, & de bons Cavaliers; ils se servent d'armes à feu & de sabres. Leur Prince, qu'on nomme communément *Usmey*, s'appelle à présent *Ahmed*; il porte le titre de Chan des *Chaitaky* & *Karachaitaky*, & a toujours été le premier Prince de ces contrées après le *Scham-Chah*: les *Akuschintzy*, une partie des *Tmolintzy*, & des habitans de *Kubeschah*, dépendent de lui sous certaines conditions. Aussitôt que la femme de l'*Usmey* accouche d'un fils, on l'envoie dans le plus grand village du Pays, où toutes les femmes sont obligées de lui donner le sein: quand on a fait le tour,

on

on porte l'enfant dans un autre village, & ainsi de fuite jusques à ce qu'il ait fait le tour du pais. Les habitans croient être obligés par là à le défendre au prix de leur sang, puisqu'il a fucé avec eux le même lait. Le Prince qui regnoit en 1728 étoit un homme fort rusé, & fait aux intrigues : ce fut lui qui porta le *Scham-Chal* à la révolte; il lui avoit promis du secours, mais comme il vit que les Turcs ne venoient pas aussi-tôt qu'il l'avoit crû, il ne remua pas : en 1725 il se soumit aux Russes, à qui il prêta hommage conjointement avec son fils, & les Anciens du Pais : on lui laissa tous ses revenus, on lui accorda même une pension annuelle de 2000 Roubles, à condition qu'en tems de guerre il serviroit avec ses sujets.

### *Le Legistan.*

Les habitans du Pais sont appelés *Lesgih*, *Lesgintzy*, & *Kumuky* : on y remarque les Districts d'*Akuschah*, *Tabassaran*, *Cuba*, *Dschahr*, & *Gulachan*, & les Nations nommées *Chassuh-Kumuky*, *Kurælih*, *Kuræih*, *Kumuky*, & *Schaky*.

Le District d'*Akuschah* est situé entre des montagnes, & séparé des *Tawlintzy* par une chaine de hautes montagnes, couverte de neige l'été & l'hyver. Il n'est pas fort grand, mais il est peuplé, & il a plusieurs villages, chaque village a son Ancien ; ces Anciens, quoique soumis à l'*Usmey*, exigent que ce Prince les traite avec beaucoup d'égards : les habitans, qu'on appelle *Akuschintzy*, ont leur langue propre, & sont de la Religion des Turcs : ils ont peu de champs, mais de grands troupeaux, surtout de Moutons, dont la laine est la plus fine de tout le pais, ils en font quelques étoffes portées par le Peuple de ces contrées. Autrefois cette Nation étoit libre & ne dépendoit de personne : mais l'*Usmey* les ayant porté à se joindre à lui dans le sens qu'il songeoit à se mêler dans la révolte du *Scham-Chal*, & se trouvant ensuite obligé de faire hommage aux Russes, & de leur donner des otages, il accusa les *Akuschintzy* de ne vouloir plus le reconnoître pour leur Souverain





verain quoiqu'il le fut véritablement ; il pria les Russes de vouloir bien dans cette occasion lui envoyer des troupes, & les obliger à se soumettre : de cette manière il intimida si fort ce Peuple qu'il le contraignit de se mettre sous sa protection, de lui demander son intercession auprès des Russes, & de lui donner des ôrages. Cependant, ni l'*Usmey*, ni les Russes, n'en tirent aucune espèce d'impôt ; il ne s'est obligé qu'à servir en tems de guerre : les habitans d'*Akuschat* font de bons Soldats, ils portent presque tous des cuirasses, & se servent de sabres & d'armes à feu.

*Tabassavan* est situé entre les montagnes : au Nord il est borné par le fleuve *Derbach*, qui le sépare du país des *Chaitaky* & des *Karachaitaky*, à l'Occident par la Ville de *Derbent*, au Midi par le país des *Kuræhli* dont il est séparé par une chaîne de montagnes, & à l'Occident par le *Sarchai*, entre lequel & *Tabarassan* coule le fleuve *Agulah*. Cette contrée est étendue ; elle comprend plusieurs villages parmi lesquels il y en a de considérables. Les habitans sont de la Religion des Turcs ; ils ont une langue qui leur est propre ; ils vivent de la culture des terres & de leurs troupeaux. Ceux qui habitent près de *Derbent*, sont plus civilisés que les autres, qui sont presque sauvages, & qui ne font autre chose que piller & se révolter. Les premiers ont de beaux champs, & de beaux jardins : ceux qui sont près du país des *Kuræhli* & des *Chassuh-Kumuky* ne peuvent point cultiver leurs champs à cause du froid & des neiges perpétuelles des montagnes, & comme ils n'ont ni bois, ni forêts, ils vivent misérablement & presque en sauvages ; ils n'ont que quelque peu de bétail : ils se servent d'armes à feu & de flèches : la plupart cependant ont des sabres & des fusils rayés : ils étoient obligés autrefois de servir à la guerre lorsque le Sakan de *Derbent* en avoit besoin, & ils étoient soudoyés ; on s'en est servi peu à cause de la difficulté qu'il y avoit à les discipliner : on se voit contraindre pour les contenir de ruiner quelques uns de leurs villages dès qu'ils font mine de se révolter. Ils ont leur Prince qu'on appelle *Machsum* en 1728, c'étoit *Muhammed* qui l'étoit ; & un *Cadi*, appelé alors *Rustanbek* ;

*tambek* ; ils étoient autrefois sous la domination des Perses, & leurs Chefs dépendoient du Sultan de *Derbent*. En 1725, ils prêterent hommage aux Russes ; & depuis on leur a donné pour Gouverneur, ou surveillant, le *Naip*, ou le Commandant de *Derbent*. La dignité de *Machsum* est héréditaire, & le successeur est toujours confirmé à *Derbent*. On demande auparavant au Peuple si ce Successeur leur convient, & il n'y a pas un habitant qui ne donne sa voix, prétendant tous que le pays est un pays libre : ils n'obéissent aussi que foiblement : les revenus du *Machsum* & du *Cadi* sont médiocres, les Russes ne tirent rien, ils sont même obligés de faire quelques présents au Prince.

*Cuba* est borné au Nord par le fleuve *Samura*, à l'Orient par *Muschkura*, au Midi par *Rustau*, & à l'Occident par le *Dagestan*, par *Alty-Parah*, & par les montagnes de *Schat*. Ce district est étendu, & rempli de montagnes extrêmement élevées : on voit le long des bords de plusieurs lacs & de quelques petits fleuves, qui coulent entre ces montagnes, des villages assez considérables : le premier entre tous étoit *Cudath*, il a été détruit ; *Kallassahar* est une espèce de Fort près du fleuve *Samura* : les habitans ont de beaux champs, & des troupeaux nombreux ; ils faisoient de la soie avant la rebellion.

*Gulachan* est situé entre *Cuba*, les montagnes de *Schat*, & le bas *Dagestan* : le district n'est fort grand, & n'a que quelques villages fort peu importants : les champs sont très mauvais, parce qu'étant bordés du côté du Sud-ouest par une chaîne de montagnes fort élevées, & par des rochers escarpés tout couverts de neige, ils ont l'ombre depuis deux heures de l'après-midi.

Les habitans de ces deux derniers districts ne font qu'une seule & même Nation ; ils sont de la Religion des Turcs ; leur langue est un composé de Turc & de Tartare ; ils parlent aussi la langue du *Lesgint*. Ce sont de bons Soldats, & de bons Cavaliers ; ils ont des sabres & des armes à feu. Ils ont été longtems sous le Gouvernement d'un Chan, que les Perses confirmoient, de maniere cependant que la suc-  
cession



cession restoit toujours héréditaire. Dans la dernière révolte ces deux districts se séparèrent, l'un suivit le parti des révoltés, l'autre resta attaché au Chan qui ne vouloit point avoir de part à la révolte : ils se sont affoiblis & presque ruinés par cette division : les rebelles en vinrent enfin aux dernières extrémités : ils massacrèrent le Chan avec sa famille malgré les sermens les plus formels, ils ruinèrent sa résidence & le bourg de *Coudath*, & n'en firent qu'un monceau de cendres & de décombres : un Prêtre sauva un fils du Chan âgé d'un an & demi ; il le cacha dans les montagnes, & refusa de le livrer aux ennemis, quelque considérable que fut la somme que lui offrit pour le corrompre le Bey *Daud*. Cette Province s'étant soumise aux Russes en 1726, cet enfant qui n'avoit encore que 8 ans fut mis à la place de son Père, & accordé aux instances réitérées des habitans : on lui donna un *Naip* & un *Nafir* pour administrer le Gouvernement pendant sa minorité. Après que tout eut été tranquillisé & réglé, les habitans de *Cuba* & de *Gulachan* furent appelés pour prêter hommage aux Russes, & ils s'y trouverent, l'amnistie ayant été publiée en faveur de tous les rebelles, & de ceux qui avoient eu part au massacre du Chan : ils baissèrent l'*Alcoran* ; mais quelques habitans de *Cuba* attachés aux Russes leur découvrirent, que ce serment ne les lioit point assez, pour qu'ils pussent se reposer sur eux, qu'il falloit encore les obliger à s'engager de consentir, en cas qu'ils vinssent à le rompre, à faire regarder leurs femmes comme autant de prostituées dont il étoit permis d'abuser : que de cette manière on les lioit de façon à être regardés comme infames, s'ils rompoient leur serment. Les Russes suivirent cet avis, & les obligèrent à prêter le serment avec cette formule ; ils s'y opposèrent longtems, mais ils y furent contraints, & depuis ils n'ont rien fait dont les Russes ayent pu se plaindre.

Le Chan jouit seul des revenus du pais : il est seulement obligé de servir en tems de guerre avec les habitans en état de porter les armes. Il y a six villages du district de *Gutachan*, qui sont tombés en partage aux Turcs dans la dernière démarcation des limites.

Le district de *Dschahr* est situé dans les montagnes : au Sud-ouest, il est borné par le pays des *Kacheti* & par la *Georgie*, au Nord par le *Tawlistan* ; il est environné de montagnes élevées ; son étendue est considérable, & il a plusieurs villages : les habitans ont une langue qui leur est propre, ils sont de la Religion des Turcs, ils vivent de leurs troupeaux, & de ce qu'ils enlèvent à leurs voisins : ils ont du courage, & se servent d'armes à feu & de sabres : quoiqu'ils aient des *Anciens* & un *Cadi* qui jugent des querelles qui s'élèvent entre eux, ils ne reconnoissent point de maîtres, & n'ont été soumis à aucune Nation voisine. Ils ont même défendu leur liberté contre les tentatives des Turcs, à qui ils étoient échus en partage, & qui étant maîtres de la *Georgie*, croyoient pouvoir les soumettre ; les défilés qu'il faut passer pour parvenir à leurs habitations, & leur courage, les ont maintenus dans leur indépendance & dans leur brigandage.

Le Chan *Surchai* les soutient ; ses sujets, les *Chassuh Kumuky*, perdroient trop si les Turcs parvenoient à soumettre les habitans du *Dschahr* : car comme ceux-ci font de fréquentes invasions en *Georgie* pour y enlever des hommes & des chevaux, & qu'ils ont pour cela des chemins fort commodes, les *Kumuky* qui en font autant, passent au travers du district de *Dschahr*, & se servent de la même route. Les Turcs vouloient boucher ce passage en 1727, par une Citadelle, afin de mettre la *Georgie* en sûreté, & de dompter s'il étoit possible les habitans du *Dschahr* : mais ceux-ci incités par le Chan *Surchay*, s'attroupèrent, surprirent les Turcs, en massacrèrent une centaine, chassèrent les autres, & détruisirent ce qu'on avoit élevé.

Le district des *Chassu-Kumuky* est borné au Nord par le pays des *Karachaitaky*, à l'Orient par *Tabassarau*, à l'Occident par le district des *Kumuky*, qui sont sous la domination du Bey *Sutay*, & au Midi par le bas *Dagestan* : il est presque entièrement environné de montagnes couvertes toute l'année de neige. Ce district n'est pas fort étendu, mais il a plusieurs villages, dont le principal est *Chanak*, la résidence de leur Prince ; entre les montagnes il y a de belles & de fertiles



les plaines ; les habitans ont de nombreux troupeaux, surtout de moutons, & suffisamment de champs cultivés, quoique les bleds y meurissent fort tard, à cause du froid occasionné par les neiges dont les montagnes sont couvertes. Les habitans sont de la Religion des Turcs ; ils ont leur langue propre, qui n'a rien de commun avec les autres : ce sont des brigands qui ont un Prince instruit comme eux dans le brigandage : autrefois ils formoient un Peuple libre, mais quelques années avant la dernière révolte des Perses, leur Prince, le Chan *Surchai*, se soumit aux Perses, dont il se déclara le vassal : cependant ce fut plutôt en apparence qu'en effet, car le Sultan de *Derbent* fut obligé de le déclarer *Jasbaschi*, & de lui donner par an une pension de 200 Roubles pour l'empêcher d'exercer son métier de brigandage.

Le même Chan *Surchai* se trouva avec le Bey *Daud* à la tête de la dernière révolte dans le *Schirwan* ; il se fit un gros parti parmi les Nations qui habitent ces contrées, au moyen des trésors qu'il enleva à *Schamachie*, à *Ardebil*, & en d'autres endroits : cette troupe de vagabonds le suit encore constamment.

L'Armée des Russes s'étant approchée en 1722, le Chan *Surchai*, le Bey *Daud*, & d'autres rebelles, se mirent sous la protection des Turcs : ce dernier se rendit même à Constantinople, sous prétexte de veiller aux intérêts communs des révoltés : mais quand il y fut, il ne songea qu'aux siens, & il fit si bien qu'on le déclara Chan du *Schirwan* & de *Schamachie* : le Chan *Surchai* devoit avoir part à cette faveur, mais on ne lui en accorda aucune marque ; cela l'irrita si fort contre *Daud*, qu'il refusa de le reconnoître pour Chan, & qu'il fit savoir aux Turcs, que, puisqu'ils lui avoient préféré *Daud* qui n'étoit qu'un païsan d'origine, tandis qu'il étoit Prince par sa naissance, il les remercioit de leur protection, qu'il comptoit aussi n'en avoir pas besoin, qu'il ne s'entendrait à aucun accommodement que *Daud* ne lui eut rendu toute la satisfaction possible, & qu'il n'eut fait voir à cet homme qu'il vivoit encore. Après cette déclaration, il traita le Bey en ennemi, & incommoda beaucoup les Turcs par les habitans du *Dschahr*, & par d'autres

Peuples du *Lesgint* : il les obligea enfin à chercher les voyes de la douceur, puisqu'ils voyoient qu'ils ne le dompteroient jamais par la force ouverte : les Russes en revanche cherchoient à s'assurer de lui, & à mettre de leur côté un homme qu'il leur importoit d'avoir pour ami. Le Chan donnoit des espérances aux deux partis, négocioit avec eux, & attendoit à se décider qu'il vît, qui seroit celui qui lui offriroit le plus : les Turcs lui ayant enfin offert, en 1727, la charge de Bacha avec 300 Roubles de pension, & la propriété du district de *Caballah*, il embrassa leur parti, se mit sous leur protection, & leur prêta le serment de fidélité. Cela ne l'empêcha cependant pas, dès qu'il eut été mis en possession de *Caballah*, de s'emparer d'*Agdasch* malgré la Porte; il traita *Schamachie* en pais ennemi, jusqu'à ce qu'enfin le Bacha de *Jenidsche* se vit obligé de le satisfaire en tout, de s'assurer du Bey, sous prétexte de quelques infractions faites au Traité fait avec la Porte, & de déclarer *Daud Chan* de *Schamachie* : cela le satisfit, & il resta depuis tranquille. Ce Chan *Surchai* n'avoit qu'une main, il avoit perdu l'autre dans sa jeunesse dans une expédition de brigand : dès le bas âge il exerça ce métier avec ses sujets, & il amassa tant de biens dans le pillage du *Schirwan*, d'*Ardebil*, de *Schamachie*, & de *Karabay*, qu'il put contenir tous les habitans du *Tawlistan*, du *Lesgint*, les *Kuræhli*, & tous les autres brigands de ces contrées, & les faire agir au premier coup d'oeil. Voici un trait qui peut faire juger de ses richesses : dans l'hyver de 1725, il rassembla 6000 hommes, les conduisit vers *Muschkura*, assiégea la petite Ville de *Dædely*, que le frère du Bey *Daud* avoit fortifiée d'une bonne muraille : il ne put la prendre, quelques efforts qu'il fit ; il avoit fait construire une machine des plus ridicules : il entretenoit ces 6000 hommes pendant 4 mois, il leur donnoit un *Abas*, ou 25 *Copyks* (\*), par jour, & faisoit de gros présents à ses Officiers.

Les revenus qu'il tire des *Chassu-Kumuky* ne consistent que dans la dixme des grains ; & pour ce qui regarde le butin qu'on enleve, on ne lui en donne que ce qu'on veut.

Selon

(\*) 15 *Copyks* font 8 gr. Vingt-cinq valent donc 13 gr. 4 pf. ces Soldats coûtèrent donc pendant 4 mois, 407666 Rs. 12 gr.

Selon la teneur du dernier Traité de paix que les Turcs ont fait avec les Russes, une partie des païs du Chan *Surchai* est soumise aux derniers ; mais, comme il n'a point voulu consentir à voir les possessions séparées, & que les Turcs n'ont pas osé l'y contraindre, ils ont laissé aux Russes la liberté de s'en mettre en possession par la voye de la douceur, ou par celle des armes : ce dernier moyen étoit bien difficile, & comme il ne seroit pas d'ailleurs plus facile de conserver ce qu'on lui auroit arraché, les Russes ont renvoyé à d'autres tems l'exécution de ce projet, & le soin de faire valoir leurs prétentions. Il est vraisemblable que tôt au tard les Russes en viendront aux mains avec lui, & cela d'autant plus que les *Kuræhli* & les *Kuræih*, qui par le dernier Traité doivent être sous la domination des Russes, se tiennent fermement attachés au Chan, qui les regarde comme ses sujets, & qui les soutient dans le brigandage qu'ils exercent continuellement.

Les *Kumuky* qui sont sous l'empire du Bey *Sutay*, habitent dans une plaine environnée de hautes montagnes, au Nord du fleuve *Samura* ; à l'Occident ils sont bornés par le païs des *Chassuh-Kumuky* : leur païs n'est pas considérable, il consiste en quelques villages accessibles par de forts petits chemins, qu'ils ont percés à travers les montagnes. Leur Prince jouit des revenus du païs, sans être sous la domination d'aucun autre Prince : ils sont de la Religion des Turcs, & ont leur langue particulière. Ils ont bien quelques champs, qu'ils cultivent, mais ils vivent surtout de leurs troupeaux : quoique fort propres à la guerre, ils sont fort tranquillement chez eux, n'inquiètent jamais leurs voisins, & n'en sont point attaqués, à cause des défilés qu'il faut passer pour pénétrer dans leur district. Le Bey *Daud* & le Chan *Surchai* firent ce qu'ils purent dans la dernière révolte pour engager le Bey *Sutay* à se joindre à eux, mais ils n'en vinrent pas à bout : ce Prince leur répondit qu'il étoit content de ce qu'il possédoit, & qu'il n'envioit point ce qui appartenoit à d'autres : aussi fut-il fort tranquille pendant tous ces troubles. Le nom de *Kumuky*, est commun à tous ceux du *Lesgint*, à quelques *Dagestaniens*, & *Tawlistaniens* ; mais ceux dont nous venons

venons de parler, sont ceux qu'on appelle proprement *alafi* ; on ne peut les distinguer des autres qu'en ce qu'ils sont les sujets du Bey *Sutay*.

Les *Kurælih* habitent près de *Tabassaran*, dont ils sont séparés par des montagnes : leur district est borné à l'Orient par des montagnes & par des forêts, au Midi par le fleuve *Samura*, & à l'Occident par le pays des *Kuræih*. Ce pays qui n'est qu'à deux milles (4 heures de chemin) de la Mer, renferme une vingtaine de villages situés le long du fleuve *Samura*, & près les uns des autres.

Les *Kuræih* habitent aussi les bords de ce fleuve, mais plus vers l'Occident : leur district confine à la haute montagne de *Gattunkul*. Il s'y trouve 10 ou 12 villages, qui sont également situés le long du fleuve *Samura* les uns près des autres.

L'une & l'autre de ces deux Nations sont de la Religion des Turcs : ils parlent & la langue du *Lesgint*, & celle qui est un mélange de Tartare & de Turc. Chaque village a son *Ancien*, mais cela n'empêche pas que chacun ne soit son maître, & n'agisse suivant son caprice : ces deux Nations semblent n'en faire qu'une, tant elles se tiennent l'une à l'autre : elles ont peu de champs à cultiver, & peu de bétail, mais elles se reposent sur les Nations voisines. Elles n'ont d'autre métier que celui de brigand : elles ont coutume de tomber tout à coup dans *Muschkura*, *Tabassaran*, *Cuba*, & même dans *Schabran*, & d'emporter au plus vite ce qu'elles trouvent à leur portée ; ce sont surtout les chevaux & les bestiaux qu'elles enlèvent avec adresse : les habitants des villages qui confinent à leur pays, les laissent passer volontiers, & en cachette ; ils les aident même quelquefois dans ces expéditions, afin de ne pas souffrir le même sort. Ces gens sont de bons Soldats, hardis, & capables des coups les plus désespérés : il leur est déjà arrivé d'être chassés de leurs habitations, & de voir leurs villages dévastés, mais ils se sont toujours rétablis.

Lors





Lors du dernier Traité, qui régloit les limites entre la Porte, & la Russie, ces deux Nations échurent en partage aux Russes ; comme on les en avertit, & qu'on exigea le serment de fidélité, en leur communiquant les articles de ce serment, par lequel ils promettoient foi & hommage à l'Empire de Russie, & s'engagoient à cesser d'infester les terres de leurs voisins par leur brigandage, il y en eut quelques uns que la crainte força de subir le joug, & de prêter le serment de fidélité, mais la plupart le refusèrent, & répondirent que le brigandage avoit été le seul champ, que leurs Pères avoient cultivé & dont ils avoient vecû ; qu'ils n'en avoient pas hérité d'autres biens, & que ce qu'ils possédoient n'étoit autre chose que ce qu'ils avoient enlevé de côté & d'autre : qu'à ce compte ils seroient obligés de périr de faim sous la domination des Russes, qu'on pouvoit leur faire tout ce qu'on voudroit, qu'ils défendroient leur vie & leurs biens, & qu'ils aimoient mieux mourir en braves Soldats, que souffrir la faim. La Cour de Russie n'a pas encore jugé à propos d'employer la force pour les soumettre, autant parce que le Chan *Surchai* les reconnoit pour ses sujets, Prince qu'il faut encore flatter, que parce que ces Nations sont en liaison étroite avec les *Chassu-Kumuky*, & une partie des *Dagestaniens*. Quand même on les forceroit à prêter hommage, on en tireroit peu de profit, & il faudra sans doute à cause de cela en venir à les disperfer & à ruiner leurs habitations.

Les *Schaki* habitent entre les montagnes de *Schat*, qui sont fort élevées & fort escarpées : la plus haute est appelée *Schalbras*, elle est toujours couverte de neige ; leur district est composé de plusieurs villages, qui sont assez près les uns des autres : ils sont aussi de la Religion des Turcs, & parlent la langue du *Lesgint* : ils ont peu de champs, & le blé a de la peine à y venir à cause du grand froid ; ils sont extrêmement pauvres, n'ayant que quelque peu de bétail, & vivant d'un brigandage qu'ils exercent en secret. Ils sont armés, & se servent de sabres, & de fusils rayés. Leur Prince, le Sultan *Aly*, autrefois indépendant, s'est soumis aux Turcs en 1727. Comme il

est hors d'état de se soutenir seul ; il se tient fort attaché au Chan de *Schamachie*, qu'il sert aussi pour de l'argent dans le besoin.

### *Le Tawlistan.*

Les habitans du *Tawlistan* sont partagés en deux Nations principales : les *Sontii* & les *Tawlintzi* : les *Tawlistaniens* surnommés *Sontii* habitent les montagnes situées vers la *Georgie* : ils ont une langue qui leur est propre, & leur Religion est un amas de superstitions payennes. Parmi les usages qui leur sont particuliers, il en est un de remarquable, le voici : les Pères choisissent la femme qu'ils destinent à leurs enfans mâles, ils la leur font épouser la plupart du tems dès que ces enfans ont l'âge de trois ans, ces Pères habitent avec ces femmes, les enfans qui en naissent sont censés dans la suite appartenir aux fils, & leur sont remis avec la Mere lorsqu'ils sont parvenus à l'âge de raison. Ce Peuple est pauvre, simple, vivant seul & sans se communiquer à ses voisins, il a quelque peu de champs cultivés, & il vit de ses troupeaux ; le pays est d'un accès extrêmement difficile : il est libre, & ne dépend d'aucune puissance, il ne paye aucun tribut, & se fait gouverner par des Juges appelés *Anciens*.

Les *Tawlintzi* habitent entre de fort hautes montagnes, presque toujours couvertes de neige : (*tau* signifie chez les Tartares une haute montagne ; ) leur pays est borné par la *Georgie*, par le *Dagestan*, & par le pays des *Awari*. Il est divisé en un grand nombre de districts, qui se communiquent fort peu. De leurs langues il y en a cinq de connues, qui n'ont rien de commun, & il doit y en avoir plus de vingt autres d'une nature entièrement différente ; mais on ne sauroit en déterminer au juste le nombre, personne n'ayant encore fait le tour de tous ces districts, & ne s'étant mis au fait de ce qui s'y passe. Les habitans du pays ont des champs, des troupeaux, & des vignes lorsque le terrain le permet ; il y en a qui n'ont qu'un peu de bétail, & qui ne savent ce que c'est que du pain : ces derniers ne valent guère mieux



mieux que des sauvages; ils font de fréquentes incursions dans la Georgie & dans le pays des *Czirkæses*, où ils enlèvent hommes & bêtes, qu'ils vendent aux Tartares qui viennent les trouver pour leur acheter ce qu'ils ont enlevé. Ils ont des armes à feu, & des fusils rayés: ils se servent aussi de l'arc, mais leur arme favorite est un sabre courbé. Ils ont dans leurs districts des *Anciens* qu'ils élisent, & qui conjointement avec le *Cady*, ou le Prêtre, termine tous leurs différens: lorsque ces *Anciens* ne leur plaisent plus, ils les congédient, & les massacrent quelquefois: ils ne sont assujettis à aucune Puissance, & comme on ne trouveroit rien dans leurs montagnes, personne n'a songé à les soumettre. Les peuples des districts voisins du *Dagestan* ont servi, il est vrai, le *Scham-Chal*, en partie par crainte, & en partie parce qu'il les payoit; ils l'ont suivi dans la dernière révolte contre la Russie, & la Porte pouvoit prétendre, lors de la démarcation des limites, que tous les habitans de cette Province lui prêtassent le serment de fidélité, mais on les a laissé jouir tranquillement de leur liberté, par la raison qu'il seroit peut-être impossible de les contenir dans le devoir, quelques efforts qu'on fit. Ils se disent Musulmans, & sont attachés à la Secte des Turcs, mais ils observent tant d'usages & de cérémonies payennes dans leur culte, qu'ils sont plutôt idolâtres que Mahométans. Une bonne partie de ce Peuple observe une coutume qui fait foy de sa barbarie: lorsqu'un étranger arrive dans une maison, l'hôte lui envoie une de ses filles, pour serrer son bagage, mener son cheval à l'écurie, lui donner à manger, conduire le nouvel arrivé dans sa chambre, lui présenter ce qu'il peut souhaiter, & passer la nuit avec lui. Cela dure aussi longtems que l'étranger reste chez son hôte; lorsqu'ils veut partir, la même fille selle le cheval, & plie le bagage: on seroit mal reçu si l'on s'y opposoit.

### *Les Awari.*

Cette Nation habite les montagnes situées entre les *Czirkæses*, le *Tawlistan*, & la Georgie; elle a une étendue de pays assez considérable,



nable, qui comprend plusieurs villages. Elle a des champs & des troupeaux : les habitans vivent en paix, & on ne peut pas les accuser d'imiter leurs voisins, les uns pourtant plus tranquilles que les autres : ils se servent les uns de fusils, les autres d'arc, mais tous ont des fabres ; ils ont une langue qui leur est propre, & ils sont de la Religion des Turcs. Ils sont gouvernés par plusieurs petits Princes, qui ne sont assujettis à personne. Le plus puissant d'entre eux, nommé *Usmey Awar*, ou *Umah-Chan*, se présenta en 1727 dans le Camp des Russes, à la persuasion de l'*Usmey des Chaitaky & Karachaitaky*, & demanda à être pris sous la protection du Czar : il prêta librement le serment de fidélité. Son dessein étoit peut-être de parvenir par le moyen des Russes à soumettre les autres petits Princes de son pays : il ne le fit pourtant pas paroître, il dit seulement que le succès que les Russes avoient dans ces contrées l'y engageoient, que d'ailleurs il n'étoit pas bien sûr s'il ne pouvoit pas se vanter d'être Russe d'origine : qu'il savoit qu'un de ses prédécesseurs ayant été chassé de son pays dans une révolte avoit eu recours aux Russes, qui l'avoient rétabli sur le trône ; qu'il avoit un Ecrit Russe, que ce Prince chassé de son pays avoit apporté de Russie, & qui avoit été soigneusement conservé par sa famille ; qu'il ignoroit s'il étoit signé par l'Empereur des Russes ou par quelqu'un des Princes de la Cour, parce qu'ignorant cette langue, il n'avoit trouvé personne qui la sçut pour pouvoir lui expliquer cet Ecrit ; enfin que l'éloignement avoit sans doute été cause, que la Russie l'avoit comme oublié, ainsi que de son côté, ce même éloignement l'avoit empêché de penser aux Russes. Depuis ce tems ce Prince est compris parmi les vassaux de la Russie. On a trouvé que cet Ecrit n'étoit point en langue Russe, mais dans celle des Tartares, & qu'il étoit signé par un Prince Tartare nommé *Baty*, qui dans le XIV. Siècle vint du Zagathay fondre sur la Russie, qu'il dévasta en partie.



## *Les Kacheti.*

Ce païs est situé au Sud-Ouest du *Dschahr*, & séparé du *Caballah* par de hautes montagnes : il est près de la *Georgie*, & renferme dans son étendue assez considérable nombre de beaux villages, parmi lesquels *Karagatsch* est le plus grand, & en même tems la résidence du Chan. Il s'y trouve beaucoup de champs & de troupeaux ; le païs a peu de montagnes, & près de *Kardwel*, Province de *Georgie*, il y a de très belles plaines. Les habitans sont bien armés ; ils se servent de la langue des *Georgiens*, comme aussi de cette langue qui est un mélange de celle des Turcs, & de celle des Tartares : ils sont Mahométans, quelques uns pourtant se disent Chrétiens. Ce païs faisoit autrefois partie de la *Georgie* ; il en fut séparé lorsque dans le XV. siècle un Prince de *Georgie* partagea son païs en cinq Provinces, & en donna une à chacun de ses fils, qui étoient pour lors Chrétiens : ces cinq Provinces étoient, *Kardwel*, le païs des *Kacheti*, la *Mingrelie*, l'*Afsschafie*, l'*Imirette*, & *Guriel*. Depuis les trois dernières Provinces tombèrent sous la puissance des Turcs, & les deux premières sous celle des Perses. Le Schah des Perses s'empara des deux jeunes Princes, les fit conduire à *Isphahan*, les éleva dans la Religion Mahométane, & les laissa jouir de leur Province après la mort de leur père : il fut résolu depuis que ce ne pourroit jamais être qu'un Mahométan qui fut Chan de *Kardwel*, ou du païs des *Kacheti* : on laissa cependant aux habitans la liberté de professer la Religion qu'ils voudroient. Dans la suite des tems, le Christianisme se perdit insensiblement dans cette dernière Province, & cela au point qu'à présent il n'y en a même que peu qui portent le nom de Chrétiens, quoiqu'ils aient l'Ecriture sainte & quelques Livres de dévotion en leur langue. On trouve bien encore dans le païs quelques Eglises, mais les unes sont abandonnées, & les autres sont desservies par des Prêtres ignares, en sorte que de nécessité ces établissemens doivent périr entièrement. Dans la Province de *Kardwel*, ou de *Gurgistan*, il y a un plus grand nombre d'Eglises & de Cloîtres, & un assez grand nombre de Chrétiens, mais on les contraint

sous la domination de la Porte à embrasser le Mahométisme: quelques uns sont obligés de servir comme des Esclaves. *Wachtar*, Chan de *Gurgistan*, ou Prince de *Kardwel*, embrassa publiquement le Christianisme en 1722, & se mit sous la protection des Russes; mais n'ayant pû en être soutenu, *Muhamed*, Prince des *Kacheti*, l'accusa de rebellion auprès du Schach *Tachmasip*, & demanda la permission de le déposer, & de s'emparer de *Kardwel*: il l'obtint, & aidé des Peuples du *Lesgint*, des *Chaitaki*, & de quelques *Dagestaniens* que l'espérance du pillage lui avoit attirés, il fit une invasion dans la Province de *Kardwel* au mois de Decembre 1723. il s'empara de la Capitale nommée *Tiflis*, la fit piller, & chassa *Wachtan* qui se retira en Russie. Les Turcs étant entrés l'année suivante en *Georgie*, *Muhamed* fut obligé de se soumettre à la Porte, de se contenter de sa Province, & d'abandonner *Kardwel*, où les Turcs mirent un Bacha, dont *Muhamed* est obligé de suivre les ordres.

### *Schirwan.*

Ce país comprend les districts de *Derbent*, *Muschkura*, *Niesavay*, *Schabran*, *Rustau*, *Schesparah*, *Spiz-Bærmak*, *Schamachie*, *Cabbalah*, *Adgasch*, *Baku*, *Sallian*, & *Dschewath*.

### *Derbent.*

La Ville, qui donne son nom à ce district, est située aux bords de la Mer; ses murailles s'étendent jusques au rivage, & elle est environnée de ces hautes montagnes qui bordent la mer, en sorte qu'occupant la place qui se trouve entre les montagnes & la mer, elle est un passage général. La Ville est divisée en quatre Quartiers séparés par des murailles: la haute Ville, ou le Château, est le plus petit, elle est située sur le haut d'une montagne, & commande les autres quartiers: c'est là qu'est la garnison Russe, & elle y est seule; dans les deux quartiers du milieu se trouvent le *Naip*, les marchands, & les autres habitants,

tans; le dernier quartier est un desert, qui n'est habité par personne. Les habitans se persuadent, & croient pouvoir le prouver par les documens de leurs Archives, qu' *Iskender*, ou *Alexandre* le Grand, est le fondateur de leur Ville: ils disent même que ce Prince a non seulement bâti la haute Ville, mais encore la muraille qui s'étend au Nord de la Ville jusqu'à la mer, pour servir de défense contre les sauvages qui habitoient alors une partie du país, qui est située au Nord de *Derbent*: le reste de la muraille ne doit avoir été élevé que longtems après. Les pierres de ce mur ont une forme assez particulière, on diroit à les voir qu'ils sont composés de coquilles brisées; on trouve encore de ces pierres dans quelques carrières, comme aussi des coquilles entieres. On a de la peine à comprendre comment on a pu rassembler assez de monde, & trouver assez d'argent, pour élever non seulement une si haute & si longue muraille, & les tours qui la bordent, mais encore les petites citadelles qui sont hors des murs, le tout étant bâti de ces pierres taillées en quarré, & jointes ensemble avec de la chaux. On n'est pas moins étonné de voir les aqueducs, qui portent l'eau des sources qui sont sur ces hautes montagnes, dans tous les quartiers de *Derbent*, tant au moyen de petits canaux, que par de grands canaux voûtés, dont on n'a encore découvert qu'une partie. Il y a plusieurs reservoirs dans la haute Ville, sur terre & sous terre; ces derniers sont couverts de bâtimens: à l'Occident de ce premier quartier s'étend une longue muraille ornée de plusieurs tours, & que les habitans disent s'être étendue autrefois jusqu'à la Mer noire: aujourd'huy on la voit encore entiere le long de deux bonnes milles d'Allemagne, au travers du *Ta-bassarán*, où elle passe sur les montagnes; au delà on n'en trouve que des ruines, d'où les habitans de *Derbent* vont chercher des pierres pour leurs bâtimens. Aux environs de la Ville on trouve quantité de tombeaux avec des inscriptions en Arabe, en Persan, en Chaldéen, en Turc, & dans l'ancien langage de *Kusi*, qui est presque entierement inconnu de nos jours: la plupart de ces inscriptions ont été gâtées par le tems, & il n'y a pas moyen de les déchiffrer. Le Sultan *Amurath* s'étant emparé de cette Ville, la ruina: le dernier quartier  
qui

qui étoit habité par des Grecs, fut entièrement dévasté. Le Schach *Abas* en ayant chassé les Turcs, y mit une forte garnison de *Kysilbashes* ; c'est ainsi qu'on appelle en Perse les vieux Soldats (\*). On trouve hors de la Ville de fort Beaux jardins, surtout de très belles vignes : le raisin y est excellent, mais le vin qu'on en fait est médiocre. Le Major *Turkul*, Hongrois de Nation, ayant été chargé depuis par Sa Majesté Imperiale d'avoir l'oeil à la culture des vignes, & à la manière de faire la vendange, & de presser le raisin, on en tire des vins rouges & blancs qui sont très bons. Le territoire de cette Ville n'est pas fort étendu ; il est borné au Nord par le pays des *Chaitaki*, dont il est séparé par le fleuve *Derbach*, situé à 15 Werstes de *Derbent* ; ce même fleuve sert de ce côté là de frontière au *Schirwan*, vers le Midi ce territoire s'étend jusqu'au fleuve *Samura*, à 30 Werstes de la Ville : vers l'Occident son étendue, bornée par les montagnes de *Tabassaran*, ne passe pas 8 Werstes.

Sous le Gouvernement des Perles il y avoit toujours à *Derbent* un Gouverneur, ou Sultan, & un Commandant, ou *Naip*. Le premier étoit nommé par le Schach ; il commandoit non seulement à *Derbent*, mais encore dans les districts de *Muschkura*, *Niesavay*, *Schabran*, *Rustau*, & *Spiz-Bærmak*. On livroit au Sultan les revenus de tout le pays, qu'il employoit en partie à l'entretien des fontaines, des murailles de la Ville, & des bâtimens publics, & en partie aux gages de l'Etat civil & à la solde de la garnison : il en tiroit aussi une pension fort considérable : & comme le Schach lui donnoit encore annuellement, outre ce qu'il retiroit des revenus publics, une somme de 50 mille Roubles, pour faire les présens qu'il croyoit convenables, & que d'ailleurs il n'étoit point obligé de rendre compte de l'administration des finances, il est facile d'imaginer, que le trésor du Schach ne gagnoit rien à cette Province. Les deux Provinces de *Cuba* & de *Tabassaran* étoient obligées d'armer un certain nombre de sujets au premier ordre du Sultan, & ces sujets de le suivre partout où il jugeoit à pro-

(\*) Ce qui revient à nos Invalides.



à propos d'aller. Le *Naip* étoit élu par les familles les plus considérables de *Derbent*, qui choisissoient un de leurs membres, que le Schach confirmoit ensuite. Le Sultan s'étant retiré à *Ispahan* lors de la révolte de 1720, le *Naip Imnam-culi-bey* resta à *Derbent*, & se voyant comme opprimé par les rebelles, il se mit en 1722 sous la protection des Russes, à condition que les privilèges de la Ville, & les siens, ne souffriroient aucune altération: il fut confirmé dans sa place de Commandant, & même déclaré Général-Major de la Milice de *Derbent*.

Les habitans sont Mahométans de la Secte d'*Ali*, leur langue est un composé de Tartare, de Persan, & de Turc: cependant les Lettrés, qu'ils appellent *Hodsche*, & les Prêtres, se servent du Persan dans toute sa pureté, que le peuple entend fort peu.

Les habitans du *Derbent* sont presque tous Soldats, ils peuvent mettre sur pied 2000 hommes d'Infanterie, & 1000 hommes de Cavalerie, qui sont soudoyés; ils ont quelques champs, des troupeaux & des jardins: ce sont de bons Soldats. On trouve à *Derbent* beaucoup de Marchands *Persans*, *Arabes*, *Indiens*, & *Georgiens*. On ne tire d'autre revenu public de tout le district, que ce que rapportent les droits d'entrée & de sortie; ce qui ne va pas au delà de 1000 Roubles par an.

### *Muschkura.*

Ce district est dans une plaine, près de la Mer, entre les fleuves *Samura* & *Bælbælah*: ce dernier le sépare de *Schabran*; du côté de l'Occident il confine au district de *Cuba*: on n'y trouve aucune montagne; il n'y a point de Villes, autrefois on y voyoit de grands & de beaux villages, mais il ont été détruits dans la dernière révolte, les habitans en ont été massacrés en partie, & le reste conduit à *Schamachie*: quelques uns sont revenus depuis, & ont rebâti quelques demeures. Tout le district est un excellent pays; il a nombre de peti-

des rivières, où il se trouve de bons poissons, des prairies, des bois, & des champs : les bois qui ont de fort beaux chênes, ont encore des arbres fruitiers, qui portent d'excellents fruits, comme des pommiers, des pruniers, des poiriers, des noisetiers, des coignassiers, &c : la vigne y croit sans culture, & s'étend le long des arbres, ce qui fait un beau coup d'oeil. Les prairies sont presque toujours vertes, & quoiqu'elles souffrent beaucoup de l'ardeur du Soleil dans les Mois de Juin & de Juillet, elles n'en paroissent ensuite que plus belles : aux mois de Decembre & de Janvier, qui y sont fort doux, on a le plaisir de voir de l'herbe fraîche & de belles fleurs : on y conduit de fort loin

ournit encore du froment  
van, mais encore aux Da-

L'eau qui y coule des lacs  
t, pour qu'il réussisse, qu'il  
se qu'il soit mûr. Autre-  
ipé à rétablir les fabriques

plés, il y a un *Kauchas*, ou  
de ces *Kauchas* sont sous  
Sultan mettoit à la tête de  
ontributions, & les liroit  
champs & de leurs trou-  
ils. quittent leurs villages,  
sient 3 ou 4 mois dans de  
ir langue est un composé  
s, & de la Secte des Turcs.

Autrefois ils étoient appelés *Angani*, (ce qui est peut-être la même chose que *Almani* & *Albani*, gâté par le prononciation,) ils étoient Chrétiens : on trouve encore quelques villages d'*Arméniens*, dont les Prêtres sont consacrés par un Archevêque, qui réside dans le Cloître de St. Grégoire d'*Erivan* : ils ont été chassés par *Tamerlan*, se sont retirés vers la Perse, & s'y sont établis : ils habitent d'abord sous des tentes en pleine cam-



campagne, jusqu'à ce qu'enfin ayant choisi *Candahar* sur les frontières des *Indes* pour leur demeure, ils s'y sont établis, en conservant leur nom & leur façon de vivre. Leurs Prêtres étant morts peu à peu, & manquant de sujets pour les remplacer, ils ont été gagnés insensiblement par leurs voisins, & ont embrassé le Mahométisme. Ce sont ces *Angani*, avec le secours desquels *Myr-Mahmud*, fils de *Myr-Wayt*, à présent l'*Eschref*, a fait de si grands progrès.

### *Niesaway.*

Ce district est situé près de *Muschk* ruisseaux vont gagner la Mer. Les terres endroits de *Schabran*, si gras qu'il faut à leur charrue 6 ou 8 bœufs, & quelques villages, qu'on appelle les Anciens, & qui avoient autrefois de *Muschkura*; c'étoit là où les frégates se rebellent : ces frégates assez mal bâties les côtes étant remplies de sable mouvoient que le vent du Levant les chassoit posoient sur le sable, & se trouvoient comme dans un port, au moyen de la marée, & qui, quoiqu'agitée perpétuellement ces frégates comme envelopées. L'on attendoit le vent du Couchant, qui chassoit l'écartoit par là le sable, en sorte qu'en déchargeant les voiles, on partoît sans peine.

Il y avoit à cet endroit un assez grand commerce entre la Russie, la Perse, & les *Dagostaniens*; les droits d'entrée & de sortie y étoient assez considérables : ces droits appartenoient au Chan de *Schamachie*, parce que les marchandises venoient de là & y repassoient communément : il y avoit aussi sur les côtes plusieurs Douanes, mais tout cela a



été ruiné par les rebelles, & le commerce y a presque été éteint. Toutes ces côtes étant depuis 1726 sous la domination de la Cour de Russie, les frégates Russes ne sont plus dans la nécessité de venir aborder à cet endroit, elles peuvent jeter l'ancre où elles veulent : aussi n'y viennent-elles plus. Les habitans n'y vivent à présent que de leurs champs & de leurs troupeaux, comme ceux de *Muschkura*; la Religion & la langue sont les mêmes que dans ce dernier district.

### *Schabran.*

*Schabran* est situé près de la Mer : il est borné au Nord par *Niesawaj*, dont il est séparé par le fleuve *Bælbælæh* ; au Midi par les montagnes de *Spiz-Bærmæk*, & à l'Occident par les montagnes de *Rustau* & de *Sches-parah*. Ce district a son nom d'un ancien bourg qui a été ruiné depuis, & qui étoit environné de plusieurs beaux villages, qu'on est occupé à rétablir peu à peu : du côté des montagnes de *Rustau* on trouve encore les ruines d'un ancien Château nommé *Tscharn Kale*. Le district a de très beaux champs, de bons pâturages, & de grandes prairies vertes toute l'année : c'est ce qui engage des *Uluses* à venir avec leur *Kibitken*, (c. a. d. des familles entières avec leurs tentes, ou leur huttes portatives,) habiter pendant l'hyver ces belles plaines : elles viennent des montagnes, & mènent avec elles leurs troupeaux, en payant quelque chose aux propriétaires : dans ces tems il est agréable de voir camper dans ces grandes plaines une quantité de familles, que des troupeaux nombreux environnent. Chaque village a son Ancien, sous les ordres de plusieurs *Jusbachi*, à la tête desquels on met un *Dargâ* : celui-ci décide de toutes les querelles conjointement avec le *Calife*, & lève les revenus du païs qu'il livre à *Derbent*. Dans la dernière rebellion le *Dargâ* & les *Jusbaschi*, qui tombèrent entre les mains des rebelles, furent tous, ou massacrés, ou faits esclaves.

Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux : ils recueillent beaucoup de ris, & ont quelques fabriques de foye : leur  
langue



langue est un mélange de Turc, de Tartare, & de Persan : depuis 1727 ils reconnoissent la souveraineté de l'Empire de Russie. Comme *Schamachie* tire la plus grande partie de ses grains de *Muschkura*, & que ces grains n'y peuvent être transportés que sur des chameaux & des chevaux de bât, parce qu'il faut traverser des défilés qui s'étendent depuis *Schabran* jusqu'à *Schamachie*, le Chan de ce dernier endroit, qui voyoit que *Schabran* tomberoit en partage à la Russie dans la démarcation des limites, sentit que *Schamachie* seroit toujours à la discrétion des Russes ; & pour obvier à cet inconvénient il tâcha de gagner la Porte, par des présents & par des représentations, pour qu'on fit quelques changemens à cet égard : il n'avoit pas tort, car la démarcation trainée en longueur à cause de cela par les Turcs pendant près de deux ans, ne fut pas plutôt faite, que la Cour de Russie défendit qu'on transportât sans une permission expresse des grains à *Schamachie*.

### *Rustau.*

**R***ustau* est situé dans les montagnes : au Nord il est borné par *Cuba*, à l'Occident par le bas *Dagestan*, au Midi par *Schamachie*, dont il est séparé par les montagnes de *Kulladahr*, & à l'Orient par *Schabran* & *Sches-parah*. Ce district est fort étendu : il a plusieurs villages dispersés à cause des montagnes ; *Rustau* est le plus considérable, il a donné son nom à la Province. Autrefois ces villages avoient leur Commandant, nommé *Affan-Kallas* ; ces Commandans prirent pendant la rébellion le titre de *Jusbaschi*, qui ne convient qu'aux militaires, mais qu'ils ont pourtant conservé. Les habitans sont de la Religion des Turcs, & leur langue est un mélange de Turc & de Tartare : ils ont de bons champs, des troupeaux, & tout ce qui est nécessaire à leur subsistance ; ils ont aussi quelques plaines entre les montagnes, surtout près de *Rustau* ; ils sont opiniâtres, bien armés, & prétendent être exempts de servir en tems de guerre, aussi se sont-ils opposés aux détachemens, qu'on envoyoit de *Derbent* pour les obliger à payer les contributions, & les ont-ils renvoyés souvent avec beaucoup de perte.

Dans la dernière révolte ils se défirent une partie se retira plus loin dans les montagnes, & se joignit aux habitants du bas *Dagestan*, l'autre qui étoit la plus forte suivit le Bey *Dual*. Ce Bey bâtit en 1724 le fort de *Tangah* sur un roc fort escarpé, & il fit élever une forte muraille sur le seul passage par où ce fort est accessible. Comme on apprit à la Porte, dans le tems de la démarcation des limites, que cet endroit qui devoit nécessairement tomber en partage aux Russes, étoit imprenable, le Traité par rapport aux limites commença à souffrir de grandes difficultés, & les Turcs l'auroient renversé avec plaisir, si la chose avoit été faisable. Mais les Russes s'en étant emparés en 1727, durant les pourparlers, & en ayant chassé la garnison du Bey, les Turcs s'accommodèrent à la fin, & des limites furent conclues de façon qu'une petite partie de ce district resta à la Porte, la plus grande avec le village de *Rusau* ayant été cédée à la Russie. Comme *Tangah* est effectivement un endroit fort important, & qu'il est situé près d'un défilé qui n'a que trois brasses de largeur, les deux côtés étant bordés d'un roc fort escarpé, on y a mis une forte garnison, non pour contenir les *Dagestaniens*, que pour s'assurer de la fidélité des habitants Russes, ainsi que de ceux d'Arménie, & d'Inde.

### *Sches-parah.*

*Sches-parah* est situé entre *Rusau* & *Schabur*, dans les montagnes au-dessus de *Aksakun* & de *Nisnig*, il ne renferme que 6 villages situés assez près les uns des autres, ces villages ont leur *Jusbaschi*, & un *Gahse*, qui comme le *Cadi* termine leurs différends. Les habitants vivent la plupart du tems sous des tentes, habitent les montagnes pendant l'été, & se retirent en hyver à *Schabur*, ils vivent de leurs troupeaux ; ce sont d'assez bonnes gens, qui vivent fort tranquillement ; ils parlent le Turc, le Tartare, & le Persan, mais n'écrivent qu'en cette dernière langue : ils sont Mahométans, & de la Secte des *Perles*. Le Sultan *Murad* s'étant emparé de cette contrée eut beaucoup souffrir des habitants, qui lui causèrent de grandes pertes,

se qui porta les Turcs à agir avec eux avec la plus grande dureté; ils les dispersèrent & en massacrèrent une bonne partie. Le Schach *Abas* ayant chassé depuis les Turcs de cette Province, les habitans y sont revenus, quoiqu'en petit nombre, & y ont établi leurs habitations: ils ont aussi eu beaucoup à souffrir de la part des rebelles, & se sont vus dans la nécessité de se cacher dans les montagnes; aussi témoignèrent-ils beaucoup de joye lorsqu'ils apprirent en 1727, qu'ils étoient échus en partage aux Russes.

### *Spitz-Bermak.*

*Spitz-Bermak* est une chaîne de montagnes qui s'étend vers le N. E., étant bornée au Nord par *Schabran*, à l'Occident par des montagnes de *Dabrec*, & au Midi par une plaine qui va joindre *Bukhara*. Au bas de ces montagnes, à 3 ou 4 verstes environ de la mer, on voit un roc fort élevé, qui a l'air d'une tour, & qu'on aperçoit de fort loin lorsqu'on est sur la mer: au pied de ce roc est un *Caramiseray*, ou *Cabana*, bâti pour les passagers, non y a puve for les murs les noms de plus de 100 personnes; ce sont des noms de Juifs, de Russes, d'Allemands, de François, de Suedois, de Polonois, d'Arméniens, & d'Indiens, que le commerce, ou des ambassades, ont fait passer là. Entre ces montagnes, qui ne sont pas fort élevées, & qu'on voit couvertes de petites prairies, on trouve quelques villages; chacun a son faction, ou son *Kachak*, & on en a certain nombre de troupe sous son *Abay*. Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux: comme ils ont beaucoup de pâturages, ils ont une grande quantité de moutons, & l'on y en conduit des montagnes éloignées un grand nombre d'autres; leur langue est un mélange de Turc & de Tatar, ils sont de la Religion des Turcs, & dans la démarcation des limites, ils ont été reconnus sujets de la Cour de Russie.

Les revenus que rapportent au Souverain les districts de *Dobent*, que nous venons de parcourir, consistent dans les articles suivants.

Les

Les fujets donnent la dixme du froment, de l'orge, du ris, &c. & la cinquième partie de ce qu'ils recueillent de soye : ils payent un demi rouble d'impôt pour un bœuf, & autant pour un arpent de terre : pour les places qui leur sont assignées dans les prairies, où ils menent paître leurs troupeaux, ils payent à raison de l'étendue du terrain depuis 10 jusqu'à 30 Roubles. Quelques villages ne payent qu'un certain *quantum* pour toute l'année : d'autres qui sont habités par des *Scheichi*, c'est ainsi qu'ils appellent leurs Prêtres, sont entièrement *af-* franchis de toute espece d'impôts. La plus grande partie des revenus en argent est tirée des amendes, car c'est de cette maniere qu'on punit le plus grand nombre des coupables, ces amendes s'étendent depuis 5 jusques à 100 Roubles : elles sont imposées par le *Calife*, le *Cadi*, ou le *Darga* : cependant ces revenus sont peu considérables, le pais étant ruiné.

### *Schamachie.*

**L**a Ville de *Schamachie*, qui donne son nom à ce district, n'est qu'à douze heures de la mer : elle est environnée de montagnes, & n'a que le côté du Midi, qui soit bordé de plaines ; les montagnes, qui sont près de la Ville, ne sont pas fort hautes, mais celles qui sont plus éloignées, le sont d'autant plus. La Ville est grande, & a plusieurs belles maisons bâties à l'orientale : autrefois elle n'avoit point de murailles, mais le Bey *Daud* s'en étant emparé, la fit environner de murs. Le commerce y fleurissoit autrefois ; la grande manufacture de soye y avoit attiré beaucoup d'argent, & les Marchands Indiens, Turcs, & Persans, y venoient en foule : mais le dernier saccagement de cette Ville ayant tout ruiné, & les Provinces, qui lui fournissoient des grains, ayant été cédées aux Russes, elle n'est plus qu'une ombre de ce qu'elle étoit autrefois. Son district est borné à l'Orient par les montagnes de *Dubrar*, au Nord par celles de *Kallandar* & de *Rustau*, à l'Occident par le *Caballah*, & au Midi par de grandes plaines qui s'étendent jusqu'au fleuve *Kyra*. On voit assez près de *Schamachie* d'an-  
ciennes





ciennes ruines, qui marquent sans doute qu'il y avoit là autrefois une Ville : à une demie lieue de là on voit un roc s'élever au milieu des montagnes, & sur lequel on ne peut monter que par un sentier fort étroit ; on trouve sur le haut de ce roc des ruines d'un ancien Château, & un puits : les habitans appellent ce Château ruiné *Kyscale*, c. a. d. Château pris par une fille, mais ils ignorent pourquoi il est ainsi nommé, par qui, & quand il a été bâti. Sous la domination des Perses les habitans étoient presque tous marchands ; ils se servoient en parlant d'un mélange de Turc, de Persan, & de Tartare, mais en écrivant ils employoient le Persan dans sa pureté, ou le *Fars* : eux & leur Chan étoient Mahometans, de la Secte des Perses, & passaient pour être polis & doux. Mais, après le sac de cette belle Ville, la Secte des Turcs a pris la place de celle des Perses, & ceux qui ont paru attachés à la dernière, ont été, ou massacrés, ou dispersés, ou vendus comme esclaves, en sorte que, s'il en reste encore, il faut que ce soit en cachette : le Bey a substitué à ces habitans une troupe de brigands, qui parlent le Tartare & le Turc, de manière que ce pays a entièrement changé de face.

Sous le Gouvernement des Perses, il y avoit toujours un Chan à *Schamachie*, qui étoit non seulement Gouverneur de ce district, mais à qui les Sultans, *Naips*, *Dargas*, *Kallandohrs*, & autres Gouverneurs du *Schirwan*, étoient obligés d'obéir, & qui faisoit une grande figure. Il recevoit tous les revenus de ces Provinces, & ne rendoit jamais de compte ; ce qui est le privilège de tous les Chans de la Perse.

Le dernier fut massacré en 1720, par le Bey *Daud*, dans la prise de *Schamachie*, & les principaux de la Ville eurent le même sort : cette Ville resta trois ans, entre les mains de *Daud* : en 1723 il fut obligé de se soumettre aux Turcs : en 1728 il fut arrêté, & on mit à sa place le Chan *Surchai*. Ce *Daud*, ou *David*, habitant de *Muschkura*, ayant fait un pèlerinage à la Mecque, prit le surnom de *Hadzi*, ou pèlerin, & s'étant mis à la tête d'un parti de brigands, il prit celui de Bey, & se fit appeller *Hadzi Daud-bey* : c'est un homme tout fait aux intri-



gues, & dont la physionomie est bien celle d'un tiran : voici comment il se détermina à la révolte, dont il a déjà été question plusieurs fois. *Myr-Mahmud* s'étant révolté en 1720, entra en Perse, & y mit tout à feu & à sang : le Schach, qui par le dérangement de ses finances, ne se trouvoit pas en état de repousser ce rebelle, envoya de gros présents au *Scham-Chal* & à l'*Usmey*, avec l'ordre d'assembler autant de troupes qu'ils pourroient, & de les mener aussitôt à son secours : ils le firent, ils rassemblèrent toutes les troupes qui étoient sous leurs ordres, & les envoyèrent en Perse, sous le commandement de *Surchai*, Chan des *Chassu-Kumuki*. Dans le même tems, *Daud*, qui s'étoit sauvé de *Derbent*, où il étoit en prison à cause de quelques brigandages, rassembla une troupe de mille hommes, ou plutôt de mille brigands, & suivit de près le Chan *Surchai*, sous prétexte qu'il conduisoit ce secours au Schach des Perses, & qu'il cherchoit à lui donner par là une preuve de sa fidélité : il l'atteignit encore dans le *Schirwan*, & lui représenta qu'ils avoient à présent une belle occasion de faire eux-mêmes leur fortune, ou du moins de s'enrichir : qu'ils commandoient une troupe considérable, avec laquelle ils pouvoient entreprendre de grandes choses, puisque le Schach étoit embarrassé avec *Myr-Mahmud*, & que personne d'ailleurs ne pouvoit s'opposer à leur dessein. Le Chan *Surchai*, qui avoit été fort lié avec lui autrefois, & qui avoit entrepris avec lui quelques uns de ces coups de main, qui avoient réussi, se laissa persuader : ils publièrent l'un & l'autre, qu'ils avoient été choisis de Dieu même, pour délivrer les véritables Croyans du joug que les Persans leur avoient imposé, & sous lequel ils gémissaient ; ajoutant qu'ils espéroient que tous les bons Musulmans se joindroient à eux, & voudroient bien travailler avec eux à la liberté commune. Cela fit son effet, & les deux Chefs de ce parti rassemblèrent en peu de tems une grande quantité de brigands. A la tête de ces gens ils pillèrent tout le *Schirvan* & *Cuba*, s'emparèrent de *Schamachie*, y firent massacrer tous les Musulmans de la Secte des Perses, & leur Chan, y trouvèrent de grands trésors, & firent de cette Ville leur place d'armes & leur résidence. Mais les troupes Russiennes étant entrées en 1722 dans





dans le *Schirwan*, le Bey *Daud*, & le Chan *Surchai*, ne crurent pas pouvoir leur résister, & chercherent à se concilier l'amitié de la Porte. En 1723, Sa Hauteſſe les prit ſous ſa protection avec tous les habitans du *Lesgint*; elle déclara le Bey *Daud* Chan du *Schirwan*, au grand regret du Chan *Surchai*, & lui donna *Schamachie* pour réſidence. Les Turcs firent d'abord beaucoup de cas de *Daud*, lui donnerent pluſieurs marques d'une ſingulière faveur; & le Bacha *Cara Mustapha*, ſous les ordres duquel ſe trouvoient toutes les troupes, que les Turcs avoient dans le *Schirwan* & le *Karabah*, eut pour lui toutes les complaiſances poſſibles: il étoit cependant obligé de donner à la Porte un tribut aſſez conſidérable en argent & en grains, & de faire de tems à autre des préſens au Bacha & aux premiers Officiers du Sultan; ſ'il le négligeoit, on le lui rapelloit poliment en lui imputant quelques contraventions au Traité, ou quelques démarches contraires aux intérêts de la Porte. De cette maniere dépouillé inſenſiblement de toutes ſes richesses, il fut obligé de ſurcharger *Schamachie* d'impôts, & d'épuifer ce qu'il avoit amasſé: n'ayant plus rien, il perdit bientôt tout ſon crédit, & voyant après cela qu'il n'avoit pas grand' choſe à eſpérer de l'avenir; il jetta les yeux ſur la Ruſſie; il offrit aux Ruſſes de leur ſoumettre *Schamachie* & tout le païs où il commandoit: mais les Traités qui ſubſiſtoient entr'eux & la Porte *Ottomane*, le leur firent refuſer. Dans le même tems les Turcs cherchoient à gagner le Chan *Surchai*, qui demandoit la dépoſition du Bey *Daud*: il n'en fallut pas davantage pour faire arrêter ce dernier, ce qui arriva au Mois de May 1728: il fut conduit priſonnier avec toute ſa famille à *Jenidzche*; ſon ſucceſſeur *Surchai* peut ſ'attendre au même ſort, car c'eſt là la politique des Turcs.

### *Caballah.*

Le *Caballah* eſt ſitué dans une grande plaine, à l'Occident de *Schamachie*, entre des montagnes dont il eſt preſqu'environné. Ce diſtrict eſt compoſé de pluſieurs beaux villages; il étoit autrefois gouverné par un *Naip*, qui y étoit envoyé par le Chan de *Schamachie*; le ſol en eſt



excellent, les champs & les prairies suffisent abondamment aux besoins des habitans, le fruit y est très bon, surtout les châtaignes, les figues, & les grenades. Autrefois on y faisoit beaucoup de soye, qui étoit livrée à *Schamachie*, mais la guerre a tout ruiné. Les habitans parlent une langue, qui est un mélange de Turc, de Tartare, & de Persan : ils étoient pour la plupart de la Secte des Perses, avant les malheurs du *Caballah*, mais *Surchai* s'étant apperçu que les contrées situées près de la mer seroient cédées aux Russes dans le Traité de paix, qu'ils alloient faire avec les Turcs, il obligea une quantité d'habitans de ces contrées, & surtout de *Muschkura*, d'aller s'établir dans le *Caballah* & dans le district d'*Agdasch*, & d'y rebâtir les habitations détruites, ce qui fut cause que ce district eut dans la suite des habitans de la Secte des Turcs : il tomba en partage aux Turcs dans la démarcation des limites. *Surchai* ayant fait mine en 1727 de se jeter du côté des Russes, la Porte se vit obligé de lui ceder ce district.

### *Agdasch.*

**A***gdasch* est situé à l'Occident du *Caballah* : ce district est plus petit que celui de *Caballah*, sous lequel il est quelquefois compris, mais les villages sont aussi beaux & aussi grands, que ceux de cet autre district. Les habitans ont leurs Anciens ; quelques Anciens ont un *Jusbachi* à leur tête, & tous ces petits chefs dépendent du *Naip* de *Caballah* ; la Religion & la langue sont les mêmes que celles du district voisin : dans la démarcation des limites celui-ci est échû aux Turcs. Le *Caballah* ayant été cédé au Chan *Surchai*, *Agdasch* fut pris à force ouverte, comme nous l'avons dit.

### *Baku.*

- **L**a Ville de *Baku*, ou *Bakchu*, comme prononcent les Perses, dont le district a le nom, est située aux bords de la Mer ; elle n'est pas fort grande, mais elle est fortifiée, & a toujours eu un Sultan, qui dépendoit



doit du Chan de *Schamachie*, & dont relevoit un *Naip*, qui étoit Gouverneur du plat-païs. Le district est borné au Nord par les montagnes de *Spiz-Bærmæk*, à l'Occident par *Schamachie*, & par les montagnes, nommées *Dubrar*, au Midi par une forêt, qui s'étend jusqu'à *Sallian* & au fleuve *Kura* : il a peu d'habitans, parce que le sol y est trop ferme, & que l'eau y manque ; du côté des montagnes on ne trouve pas, à plus de deux journées de chemin, le plus petit ruisseau. Les villages situés de l'autre côté, vers *Schamachie* & *Sallian*, ont été ruinés dans la dernière révolte. Les habitans dispersés commencent à se rassembler, & à rétablir leurs habitations détruites & abandonnées : il n'y avoit presque dans la Ville avant la révolte que des *Kyfilbaschi*, ou Soldats Persans, qui devoient contenir dans leur devoir les habitans du païs. Ceux qui habitent le plat-païs vivent de leurs champs & de leurs troupeaux ; ils ont beaucoup de chameaux, qui leur servent à transporter des marchandises de *Schamachie* à *Baku*. Dans la Ville on parle le Turc, le Tartare, & le Persan : hors de la Ville on ne parle guères que le Turc & le Tartare. La Ville fut bombardée en 1723, n'ayant pas voulu se rendre, & la brèche étant faite, elle capitula : les privilèges des habitans furent confirmées. Après la prise de *Baku*, le Sultan qui y commendoit, accusé par le plus ancien des *Fusbaschi*, d'être en intelligence avec les rebelles, & en correspondance avec le Bey *Daud*, fut mis aux arrêts, & envoyé en exil en Russie : le *Fusbaschi* obtint le commandement de la Ville, & on mit les *Kyfilbaschi* sous ses ordres. Mais, comme on decouvrit l'année suivante, que ce nouveau Gouverneur tramait avec les *Kyfilbaschi* quelque conspiration, qu'il vouloit surprendre la garnison & la faire passer au fil de l'épée, & que pour cet effet il s'étoit adressé au Bey *Daud*, dont il attendoit un puissant secours, on se prépara à le faire arrêter, mais il eut le tems de se sauver avec les principaux des conjurés ; les autres furent saisis, quelques uns se justifièrent, & ceux qui ne purent se disculper d'avoir trempé dans ce complot, furent exilés en *Siberie* : cet endroit se trouva dépeuplé par là, & ne garda que quelques habitans, parmi lesquels se trouvent quelques *Indiens* & *Arméniens*, dont le commerce

n'est pas fort important. La place de *Jusbaschi* n'a point été donnée; les Juges de la Ville, & le *Naip* du plat-païs, ont été mis sous les ordres du Commandant de la Forteresse.

Sa Majesté Impériale jouit à présent de tous les revenus du païs, dont la plus grande partie se tire du sel, & du *Naphte*, ou *Petroleum*. Le sel se recueille des Salines situées assez près de *Bak*; on fait évaporer l'eau au Soleil, & les lacs d'où il est tiré en fournissent abondamment. Le Naphte passe en Perse où l'on s'en sert dans les lampes au lieu d'huile : on vient l'y prendre par terre & par mer, les frégates (*Kirzim* ou *Sandale*) en chargent beaucoup, en sorte que le revenu tiré de cette espèce de bitume monte bien à 50 mille Roubles par an : les sources d'où on le tire, sont à un bon demi-mille d'Allemagne de *Baku*, elles en produisent continuellement, les unes du Naphte blanc, les autres du noir. Près de là on voit une place qui est toujours en feu, par la raison sans doute que la terre y est fort bitumineuse, & qu'il y découle continuellement du Naphte des sources voisines. Les habitans se servent de cet endroit pour y cuire leur chaux, ce qui leur est fort avantageux, le bois y étant d'une extrême rareté : on choisit pour cela un petit espace de terrain, & après y avoir fait un trou on y jette les pierres, qu'on couvre ensuite avec la même terre; au bout de deux jours la chaux est cuite. Ceux qui travaillent là, y demeurent aussi; lorsqu'ils ont besoin de lumière, ils creusent un trou dans leur chambre d'un demi pied de profondeur, y enfoncent un petit jonc de la longueur d'un pied, au bout duquel ils mettent du feu, qui y est entretenu par l'exhalaison bitumineuse, & qui éclaire sans consumer le jonc, aussi longtems qu'on veut.

### *Sallian.*

Ce district s'étend près de la Mer, le long des deux côtés du fleuve *Kura*, presque jusques à *Dschewath* : il y a de côté & d'autre de beaux villages, mais surtout de celui du Nord. Dans le tems que la paix regnoit



regnoit dans ces contrées, ce país florissoit ; plusieurs habitans de *Schamachie* y avoient des biens considérables. Les villages sont assez près les uns des autres, on a creusé des canaux qui tirant l'eau du fleuve *Kura* arrosent les Campagnes : ce fleuve a plusieurs débouchés dans la Mer ; pendant les mois de May, de Juin, & de Juillet, il enfle beaucoup, à cause de la fonte des neiges, & alors il couvre de ses eaux tout le terrain qui n'est pas fort élevé. Mais cette inondation engraisse la terre, & les *Mugamtzi*, ainsi que les *Schassuantzi*, qui passent l'été de l'autre côté du fleuve, & près de la riviere nommée *Araxe*, viennent l'hyver porter dans ces contrées leur tentes, & y conduire leurs troupeaux qui trouvent de gras pâturages ; ils payent pour cela une petite somme aux propriétaires. C'est ce qui est cause que ces peuples, & ceux du *Sallian*, ont les meilleurs chevaux de tout le país. Il se trouve aussi dans ce district une pêche abondante, qui étoit autrefois affermée à 15000. Roubles. Les voyageurs qui veulent passer en Perse, s'embarquent ici, & payent un droit de passage.

Les habitans de ce district ont de bons champs & de beaux troupeaux : ils ressemblent un peu aux Tartares, ils sont Mahométans, les uns de la Secte des Turcs, les autres de celle des Perses ; ils se servent de cette langue, qui est un mélange de Turc, de Tartare, & de Persan. Il y a toujours eu un Sultan à *Sallian*, qui jouissoit de la moitié des revenus du país, & qui rendoit l'autre au Chan de *Schamachie* : il avoit sous lui un *Naip*, qui commandoit dans le plat-païs.

*Baku* ayant été pris, & les Russes ayant fait sommer toutes les Provinces situées le long des côtes de la Mer de se soumettre à leur Empire, le Sultan de *Sallian*, le Bey *Hassan*, fut le premier à obéir, & a prêter le serment de fidélité. Il demanda du secours contre les entreprises du Bey *Daud* & de ses partisans ; & on lui donna une Garnison de 500 hommes, commandée par un Lieutenant Colonel, qui s'établit sur une Isle du fleuve *Kura*. *Hassan* traita d'abord cet Officier fort poliment ; il alloit souvent le voir & l'invitoit chez lui, mais au bout de quatre mois, l'ayant engagé à venir le trouver, il le fit massacrer avec les autres Officiers, & prit le parti du Bey *Daud*. Ce district  
étant



étant en suite tombé en partage aux Russes dans la démarcation des limites, & la possession en ayant été prise ; *Hassan* fut obligé de se sauver, il se tient encore chez les *Mugamtzi*. Les Russes ont bâti ici un petit fort, qui comme tout le district se trouve sous les ordres du Commandant de *Baku*.

### *Dschewath.*

*Dschewath* est situé près du fleuve *Kura*, là où le fleuve *Araxe* s'y jette : ces deux fleuves sont fort rapides, & leur eau fort trouble : le district est très petit, mais les champs & les prairies ne sauroient être meilleurs ; autrefois on y recueilloit beaucoup de foye, il y avoit aussi des Manufactures, qui ont été détruites par les rebelles ; on est occupé à les rétablir, mais cela va bien lentement. Les habitants sont de la Religion des Turcs, & ils se servent du Turc & du Tartare mêlés ensemble. *Dschewath* est un gros bourg, qui est voisin de quelques villages : ces villages ont leurs Anciens & leurs *Jusbaschi*, qui reçoivent les revenus, qu'ils livroient autrefois au Chan de *Schamachie* ; aujourd'hui ils les envoient à *Sallian* & à *Baku*. Le bourg a été cédé aux Russes, le reste aux Turcs : la ligne qui sépare les deux territoires passe tout près du bourg.

Outre les Nations dont nous avons parlé, ils s'en trouve encore quelques autres dispersées, ça & là : comme des *Arméniens*, des *Arabes*, & des *Juifs*.

Les Arméniens habitent plusieurs villages des districts de *Muschkura*, de *Rustau*, & de *Caballah* : il y a aussi des Marchands *Arméniens* à *Derbent*, à *Baku*, & à *Schamachie* : dans ce dernier endroit ils occupent des rues entières. Ils parlent non seulement leur langue maternelle, mais encore celle du pays où ils vivent : ils sont attachés en partie à la Religion Catholique, & en partie à la Grecque : les premiers ont leur Prêtres avec eux, qu'ils cachent soigneusement ; celui qu'ils ont a présent, est un Jésuite François, nommé le Père *Bachoud* : les autres ont des Prêtres qui leur sont envoyés d'un Cloître Arménien  
près





près de *Schamachie*, ou du Couvent de *S. Grégoire* près d'Erivan : leurs livres de dévotion sont, en partie écrits, & en partie imprimés à Venise. Ceux qui se trouvent dans les villages, vivent de leurs champs, & de leurs troupeaux ; ils ont leurs Anciens, nommés *Kauchak*, & leurs *Jusbaschis* ; outre le tribut ordinaire ils payent encore un impôt annuel, nommé *Haradsch*. Leurs villages ont été ruinés dans la dernière révolte, & les rebelles leur ont enlevé femmes & enfans, qu'ils ont vendu comme esclaves : ceux qui ont pu se sauver dans les montagnes & s'y cacher, reviennent à présent. surtout dans le territoire qui appartient aux Russes, & y rebâtissent leurs habitations dévastées. A' *Schamachie* ils ont une place, où ils demeurent ensemble pour ne pas se mêler avec les infidèles. A' présent ils sont obligés, par les ordres du Chan *Surchai*, de porter comme les Juifs un plastron jaune sur la poitrine, afin que les Musulmans puissent les distinguer, les éviter, & ne pas commettre le crime de les saluer. Il y en avoit beaucoup dans le *Caballah*, & comme ils étoient en état de donner de fortes contributions, *Daud* les y souffroit avec plaisir. Le Bey ayant donné à son fils la place de *Naip* du *Caballah*, celui-ci les tourmenta beaucoup ; il chercha à leur faire embrasser le Mahométisme, & plusieurs furent circoncis par ses ordres. *Daud* qui vit cela, leur fit savoir sous main, que ce n'étoit pas par son ordre ni de son consentement qu'on les persécutoit, & que s'ils vouloient lui faire un gros présent, il les rétablirait dans la liberté, où ils avoient été auparavant de professer leur Religion : les Arméniens le firent, & obtinrent ce qu'ils souhaitoient. Mais on les traita ensuite comme Apostats, & on les réduisit à la mendicité à force de les punir de leur prétendu crime.

Les Juifs sont aussi répandus dans ces contrées ; il y en a dans le pays des *Chaitaki*, dans le *Schirwan*, dans *Rustau*, *Cuba*, &c : ils parlent la langue du pays qu'ils habitent, mais leurs Rabbins comme partout ailleurs savent aussi l'Hébreu. Il y a quelques Marchands Juifs à *Schamachie*, mais peu : les autres vivent dans les villages de leurs troupeaux & de leurs champs ; autrefois ils avoient un commerce d'esclaves *Georgiens* & *Arméniens*, il a été interdit depuis par ordre



de la Cour de Russie. Ceux qui vivent parmi les *Chaitaki* sont obligés de suivre l'*Usmey* en tems de guerre : ils payent comme les *Arméniens*, outre le tribut ordinaire un impôt qu'on nomme *Haradsch* ; on les oblige à travailler aux ouvrages les plus pénibles, & à d'autres trop bas pour y employer des Musulmans : on ne leur laisse que ce dont ils ont absolument besoin. Si un Juif se trouve à cheval dans un chemin où il rencontre un Musulman, qui n'est pas du plus bas étage, il est obligé de s'écarter, & même de descendre de cheval, si on le demande ; s'il le refuse, le Musulman est en droit de le punir, & quand il le tueroit, il n'en feroit pas responsable. Quelques uns de ces Juifs sont de la tribu de *Juda*, d'autres de celle de *Benjamin* : la plupart ne savent pas à laquelle ils appartiennent. Leurs Rabbins, fort ignorans sur ce qui les regarde, croient que leurs Ancêtres ont été envoyés en exil dans la Médie, & dans ces contrées, par les *Musul Padischahi*, ou Rois de Ninive, & que l'oppression dans laquelle ils avoient vécu depuis dans ce pays les avoit empêchés de s'étendre : ils vivent encore selon leurs usages, & sont gouvernés par leurs Anciens.

Les Arabes qui vivent dans ces contrées, descendent de ceux qui conduisoient autrefois leurs troupeaux en Perse, & qui y sont restés ; leur langue est un mélange de Turc, de Tartare, & d'Arabe ; ils sont de la Religion des Turcs : ils vivent ensemble sous un *Jusbaschi*, qu'ils élisent, & auquel ils obéissent. Ils n'ont point de demeures fixes, mais ils passent leur vie sous des tentes, & vont d'un endroit à l'autre avec leurs troupeaux. En été la chaleur les engage à chercher les montagnes, & ils s'arrêtent là où ils trouvent de l'eau : ils payent aux propriétaires de ces endroits une petite somme, & c'est ce qu'ils appellent *Geilak* ; en hyver ils habitent les plaines près de la mer, ou près de quelques fleuves, & payent également les places qu'ils occupent. Leurs huttes sont couvertes d'une espece de natte faite de jonc, & ils ont des chameaux & des boeufs pour transporter ces demeures mobiles. Ce sont de bonnes gens ; ils se servent d'armes à feu & de flèches, mais seulement lorsqu'il s'agit de se défendre.







# E L O G E

## D E M R. C A R I T A.

---

**P***ierre Carita* naquit à Metz, le 13. d'Octobre, 1676. Son Pere étoit un Apôticaire renommé, qui prit un soin tout particulier de son éducation, n'épargnant aucunes dépenses pour y réussir. Le jeune *Carita* passa les premières années de sa plus tendre jeunesse dans le Couvent de la Mission, d'où il fut transféré à celui des Jésuites de Pont à Mousson. On sçait que ces Pères excellent dans les humanités ; & ce fondement, beaucoup trop négligé aujourd'hui, est d'une nécessité indispensable pour de bonnes études. Mr. *Carita* le posa d'une manière solide, & se fraya ainsi la route à des connoissances supérieures.

De retour à Metz, après s'être arrêté quelque tems chez son Père, il quitta la France en 1692. pour se retirer en Allemagne, & alla d'abord faire ses études à Rinteln. Ses progrès dans la Médecine, dont il faisoit son objet, furent proportionnés à son application ; & il en donna des preuves incontestables par la manière distinguée dont il soutint sa Thèse Académique, qui concernoit la Rage. Le grade bien mérité de Docteur lui fut conféré immédiatement après ; de sorte qu'il ne fut plus question que de mettre ses talens en oeuvre, en entrant dans la carrière de la pratique. Mais, en cherchant à se procurer un établissement, Mr. *Carita* souhaitoit d'être dans un lieu où il fut encore plus à portée de profiter des lumières des autres, que de tirer parti des siennes. Berlin fixa son attention dans cette double vue. Il y avoit de très habiles Médecins de la Nation, & grande disette de

Médecins François dans cette Capitale aussi bien que dans tout le Brandebourg, où s'étoient formées cependant, & grossissoient alors tous les jours, des Colonies très nombreuses de Réfugiés.

Mr. *Carita* ayant légitimé ses droits & sa capacité, fut reçu au nombre des Praticiens de Berlin par le College de Médecine de cette Ville, le 9. Mars 1701. & obtint en même tems la place de Médecin de la Colonie Française; fonction qu'il a exercée pendant cinquante cinq ans, & dans laquelle il a blanchi avec honneur, joignant au trésor de ses connoissances qu'il ne cessoit d'augmenter, celui qui attire avec raison le plus de confiance aux Médecins, une longue pratique, & une expérience consommée.

L'art de guérir embrasse dans sa vaste enceinte une immensité d'objets, auxquels il n'est guères possible de se livrer également, sans courir risque d'être superficiel en tout genre, au lieu d'arriver à cette universalité, qui, en la supposant accessible à l'homme, est au moins un privilège réservé à un très petit nombre d'hommes supérieurs. Mr. *Carita* convaincu de cette vérité, prit le parti le plus sage; il fit un choix, & la Botanique en fut l'objet. Il lui consacra tout le temps que lui laissoient ses devoirs indispensables, & en fit une étude très approfondie. Aux meilleurs Livres dans ce genre il joignoit la culture d'une belle collection de Plantes, tant exotiques qu'indigenes, qu'il avoit rassemblées dans un petit jardin, où il ne manquoit guères d'aller passer les après-dinées. Ce séjour & cette occupation avoient pour lui des charmes dont le goût ne s'est jamais émoussé; il auroit été inutile de lui proposer d'autres parties de plaisir, & l'on se plaignoit même quelquefois de ce qu'il donnoit de plus grandes attentions à la vie de ses plantes qu'à celle de ses malades. Ce n'est pas qu'il négligeât ceux-ci; mais, faute de bien connoître ses principes & sa façon de penser, on auroit pu l'en soupçonner. Lorsqu'il étoit appelé auprès d'un malade légèrement attaqué, & dont l'imagination étoit plus affectée que le corps, il n'imitoit pas ces Médecins, qui à force de remèdes trouvent le moyen de changer des fantômes en réalités; mais il



Il disoit son avis avec candeur, & refusoit d'entreprendre des cures dont la Nature seule pouvoit faire tous les fraix. D'un autre côté, lorsque les maladies étoient désespérées, & que tout secours ne lui paroissoit propre qu'à tourmenter plutôt qu'à soulager, il cessoit de prescrire des remèdes. Cela faisoit que jamais Médecin n'a moins parlé auprès des malades de l'objet de ses visites, que lui : il se jetoit aussitôt sur les lieux communs de la conversation, & parmi ces lieux communs il y en avoit sur lesquels il ne tarissoit point, surtout dans les dernières années de sa vie, où sa mémoire qui étoit encore excellente, le rendoit une espèce de chronique vivante des anecdotes de son tems ; après quoi il se retiroit sans avoir parlé de maladie, ni de remèdes. Au fonds ce ne seroit pas dans bien des cas la plus mauvaise manière de guérir.

En étudiant la Botanique, Mr. *Carita* n'avoit pas négligé les autres parties de la Médecine ; & personne n'a jamais contesté l'étendue de son savoir : il étoit en particulier très versé dans la Matière médicale, connoissant exactement les remèdes que les trois règnes nous fournissent, leurs vertus, la manière de les composer & de les appliquer convenablement. Il ne se départoit jamais de cette excellente maxime ; que la quantité des remèdes ne détruit point les maladies, mais que c'est leur qualité : de sorte que ses recettes étoient de vrais modèles, où les drogues étoient en petit nombre, mais bien choisies ; recettes bien différentes de ces grimoires par lesquels un Médecin épuise tout à la fois les Apothicaireries, la bourse, & le corps de ses malades. Après avoir prescrit de semblables remèdes, il en observoit attentivement les effets, suivant à la piste les indications de la Nature ; flambeau qui doit éclairer le Médecin dans toutes les maladies, mais qui peut seul le guider dans le labyrinthe des maladies compliquées. Cette simplicité dans la méthode rendoit Mr. *Carita* grand partisan des Anciens ; disons les choses comme elles sont, il en étoit admirateur outré ; les Anciens avoient toujours raison, & les Modernes toujours tort ; le procès étoit aussitôt vuide sur l'étiquette. L'enthousiasme de Mada-



me *Dacier* n'a jamais été aussi loin : celui de Mr. *Carita* s'étendoit aux moindres usages de la vie : toute innovation le révoltoit : sans examiner si elle étoit bonne ou mauvaise ; nos Pères étoient-ils des fots ? demandoit-il, & les plus fortes batteries ne l'auroient pas délogé de là. Plein d'un feu & d'une vigueur qui ne l'ont abandonné qu'avec la vie, il étoit entier dans ses opinions, & relançoit vivement ceux qui s'avissoient de le contredire. Au reste ces petits défauts étoient dans l'humeur & dans le tempérament : les qualités essentielles qui constituent l'honnête homme, le bon Citoyen, & le vrai Chrétien, faisoient disparoitre ces légères taches, inséparables de l'humanité.

Le fonds de vigueur dont nous venons de parler se soutenant encore dans Mr. *Carita*, quoiqu' octogenaire, il se crut en état vers la fin de l'été dernier de faire un petit voyage à Francfort sur l'Oder, pour y voir une partie de sa famille. En effet il s'y rendit sans peine, & y passa quelque tems avec une gayeté qui lui étoit habituelle, mais qui n'avoit jamais été plus marquée. Le retour ne fut pas aussi heureux ; soit par l'effet d'une disposition naturelle, ou à cause des secousses de la voiture, Mr. *Carita* fut attaqué d'une rétention d'urine, contre laquelle tous les secours de son Art furent inutiles, & qui le conduisit au tombeau le 16 Aout, 1756. âgé de près de quatre-vints ans. Il avoit été aggrégé à la Société Royale des Sciences le 30 Mars, 1722. Il avoit épousé Mlle *Burgent*, morte avant lui, & de laquelle il n'a point eu d'enfans.

Parmi ceux qui donnent de justes regrets à sa perte, personne n'en a plus de sujet qu'un jeune Docteur (\*) qui profitoit avec empressement de ses conseils, & qui les préféroit infiniment à l'avantage de lui succéder dans ses fonctions de Médecin de la Colonie Française. L'estime qu'il s'est acquise dès l'entrée de sa carrière, nous fait espérer qu'il réparera dans la suite la perte qu'il vient de partager avec nous ; & nous devons y prendre d'autant plus d'intérêt, qu'il est le digne fils d'un de nos plus respectables Confrères.

(\*) Mr. *Pelloutier*.



# ELOGE

## DE MR. LIEBERKÜHN.

---

**J**ean Nathanaël Lieberkühn, Docteur en Médecine, Membre de l'Académie Royale, & du College supérieur de Médecine, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, de la Société Royale d'Angleterre, & de l'Académie Royale de Suède, naquit à Berlin, le 5 de Septembre 1711. Son Père, Orfèvre de la Cour, se nommoit Jean Christian Lieberkühn, & sa Mère, encore vivante, *Emérence Rauen*. Ces honnêtes parens, charmés du don que le Ciel leur faisoit d'un fils, tâchèrent d'en témoigner leur reconnoissance par la seule voye qui y soit propre, je veux dire, en lui donnant de bonne heure une excellente éducation, & surtout en remplissant son cœur des principes d'une piété solide, qui ont été la règle de sa conduite pendant tout le cours de sa vie.

Une double raison obligeoit à former ainsi le jeune *Lieberkühn* aux vertus qu'on a trop souvent l'imprudence de négliger : il étoit destiné à la Théologie & à l'exercice du St. Ministère. Après lui avoir fait faire ses premières humanités dans son séjour natal, on l'envoya à l'âge de 15 ans à *Halle* ; & il y fut placé dans cette célèbre Maison d'Orphelins, qui tient un rang distingué parmi les plus beaux Etablissmens de ce Siècle. Il y continua ses études avec beaucoup de succès, surpassant ses camarades par sa douceur & sa sagesse, aussi bien que par son application & ses progrès.

Il avoit alors un talent, qui indique toujours du génie ; c'est celui de la Poësie : il faisoit très bien des vers latins ; mais une solidité préma-

prématurée, si je puis m'exprimer ainsi, le préserva du piège où tombent souvent ceux même qui n'ont pas le talent, c'est de se livrer à cet amusement, & d'en faire une occupation sérieuse, qui préjudicie à toutes les autres.

Trois ans s'étant ainsi écoulés, il entra au nombre des Étudiens de l'Université, qui étoit alors très florissante. Il profita des leçons de plusieurs Professeurs célèbres pendant un an, au bout duquel il passa à *Fena*. La réputation de quelques Théologiens célèbres, & en particulier de Mrs. *Walch* & *Carpovius*, l'y attiroit. Soumis aux volontés de son Père, le jeune *Liebkühn* rendoit au but qu'il lui avoit prescrit, avec cette candeur & cet amour du vrai, qui ont toujours fait la partie dominante de son caractère. Mais un penchant secret de la Nature, qui ne demandoit qu'une occasion de se développer, la trouva dans les leçons de Mr. *Hamberger*, dont l'Allemagne a pendant si longtemps admiré les connaissances physiques & mathématiques, jointes au talent peut-être plus rare encore de bien enseigner. Un nouveau Monde s'ouvrit tout d'un coup aux yeux du Disciple ; & il sentit aussitôt que c'étoit le sien, qu'il étoit fait pour l'habiter, & qu'il ne trouveroit point ailleurs son véritable élément. Il saisit avec rapidité toutes les théories ; mais dès lors on voyoit en lui ce qui l'a depuis caractérisé avec tant de distinction, le désir de joindre à la théorie une pratique qui y fut exactement conforme, & de pousser celle-ci aussi loin qu'elle pouvoit aller. Mr. *Hamberger*, frappé d'une sagacité dont les exemples s'offrent si rarement dans les Auditoires académiques, charmé de ce qu'il voyoit en *Liebkühn*, & plus encore de ce qu'il prévoyoit, lui donna tous ses soins. D'abord il ne l'avoit initié qu'à ce qu'on appelle la Physique, prise dans la généralité, & relativement aux besoins d'un homme qui se destine à quelque employ, où il ne fait pas son unique objet de cette Science ; mais il l'exhorta fortement à suivre une vocation aussi marquée que l'étoit la sienne, à entrer dans tous les détails, à ne rien laisser qu'il n'eût soigneusement approfondi dans les différentes parties, ou branches de la Physique, qui font autant de

Scien-





Sciences particulières, aussi importantes que difficiles. Dès ce moment l'Erudiant, sous un Maître qui l'aimoit tendrement, & qui a été depuis un de ses plus intimes Amis, se livra tout entier à l'Anatomie, à la Physiologie; à la Pathologie, à la Chymie, & à toutes les études qui conduisent à la découverte des secrets de la Nature, par une heureuse application des secours de l'Art. La Médecine lui offroit en même tems un attrait auquel il ne pût résister : les deux dernières années de son séjour à *Jena* y furent principalement consacrées, sous Mrs. *Wedel*, *Techmeyer*, & d'autres Professeurs habiles. Partout il s'attiroit des éloges, qui ne servoient qu'à l'enflammer d'une nouvelle ardeur. Ces jours, les plus beaux de sa vie, (car qu'y a-t-il de plus délicieux que l'état d'un jeune cœur, livré tout entier à un penchant louable qui le domine, & qu'il trouve sans cesse les moyens de satisfaire?) ces jours s'écoulèrent avec rapidité, & il atteignit à regret le terme de sa carrière Académique. Quand on aime passionnément la vérité, on seroit de bon cœur Disciple toute sa vie : c'est presque toujours l'orgueil ou l'intérêt qui font préférer à cet état celui de Maître, ou Docteur, aussi mal soutenu par ceux qui se hâtent d'en prendre les titres, que légèrement accordé par ceux qui les dispensent.

Mr. *Lieberkühn* le Père, quoique très satisfait de l'habileté de son fils, n'en demeureroit pas moins décidé dans le dessein de le dévouer à l'Etat Ecclésiastique; le fils docile étouffoit de son côté cette instigation secrète qui le portoit ailleurs, & se conformant sans le moindre indice de répugnance aux ordres qu'il reçut, il partit de *Jena* en 1733, après s'y être fait recevoir Candidat en Théologie. Il se rendit auprès d'un frère aîné, déjà établi en qualité de Pasteur à *Roscow*. Il se mit à la prédication, à laquelle il auroit été très propre par l'étendue de ses lumières, & par ce fonds de bonté, dont la Nature avoit mis sur son visage l'empreinte la plus marquée, en lui donnant cet air affectueux, si convenable à un homme chargé d'annoncer une Doctrine de grace & de salut. Mais tout en continuant ses études de Théologie, & en composant ses Sermons, Mr. *Lieberkühn* revenoit comme

de lui-même à sa chère Physique ; n'ayant jamais aimé la dissipation, ni les plaisirs de la jeunesse, il se délassoit uniquement dans un Cabinet déjà tout rempli d'essais industriels de Physique, de Mécanique, & d'Anatomie, par lesquels il préludoit en quelque sorte aux merveilles qu'il a exécutées depuis.

Sur ces entrefaites il perdit son Père ; & comme il n'avoit pas encore reçu l'Ordination, il se vit libre de ne point gêner son penchant. Cependant, soit par déférence pour les volontés du défunt, soit parce qu'il se trouvoit comme à la porte du Ministère ecclésiastique, il y seroit entré selon toutes les apparences, sans une occasion remarquable, qui décida de son sort. Mr. *Reinbeck*, ce respectable Théologien, cet homme si rare, dont je ne prononcerai jamais le nom sans m'attendrir au souvenir de ses vertus & de ses bienfaits, faisant un petit voyage à la campagne, fit une partie de la route avec Mr. *Lieberkühn* ; & après quelques heures de conversation, il fut aussi surpris que ravi de trouver dans un jeune Candidat en Théologie, un Savant distingué, un Physicien profond, un Mécaniste excellent. Il ne pouvoit en croire ses oreilles, & étendant sa curiosité à tout ce qui étoit propre à la satisfaire, il se sépara de son Compagnon de voyage, pleinement convaincu qu'il possédoit les plus rares talens, & qu'il avoit les meilleures dispositions à les conduire jusqu'au degré de perfection qui fait les grands hommes. Mr. *Reinbeck* rempli de cette idée, n'en conserva pas un stérile souvenir ; mais se servant dans cette occasion, comme il l'a fait en une infinité d'autres, de l'accès qu'il avoit auprès du feu Roy, & de la confiance si bien méritée dont ce Monarque l'honoroit, il lui parla si avantageusement de Mr. *Lieberkühn* que le Roy voulut le voir. Il le fit donc appeler ; & le jeune homme, avec son air naturel de douceur & de modestie, répondit très pertinemment à toutes les questions que FRÉDÉRIC GUILLAUME, qui avoit un art tout particulier pour interroger les sujets qu'il vouloit connoître, lui proposa, & qui roulèrent en partie sur la Théologie, en partie sur la Mécanique : l'entretien finit par les assurances les plus gracieuses de la bienveillance & de la protection du Souverain.





La réalité les suivit de près. Mr. *Liebkühn* ayant, par ordre du Roy, renoncé à la Théologie, afin de se livrer aux Mathématiques, entant qu'elles sont appliquées aux progrès de la Physique, il commença par les voyages nécessaires pour s'instruire en voyant quantité d'objets intéressans répandus dans les divers Cabinets de l'Europe, & par la conversation des Savans déjà consommés dans ce genre d'étude. Étant parti de Berlin en 1736, après avoir été auparavant agrégé à la Société Royale des Sciences, dès l'année précédente, il se proposoit d'aller tout droit en Hollande, mais la fièvre l'arrêta à *Halle*, & l'obligea d'y rester quelques mois. Aussi-tôt qu'il fut rétabli, il alla revoir *Jena*, ce séjour où les Muses lui avoient été propices; & ne dédaignant pas d'y fréquenter quelques Colleges, il se mit en même tems à construire ces Instrumens d'Optique, de Méchanique, & de Mathématique, dans la fabrique desquels il est devenu un des premiers Artistes de son siècle. Il passa en 1737. à *Erford*, où Mr. *de Büchner*, déjà revêtu du titre de Président de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, qu'il soutient encor aujourd'huy si dignement, l'aggrégea à cet illustre Corps : & le surnom sous lequel, suivant l'usage, il fut écrit dans ses Fastes, ne pouvoit être mieux appliqué; c'étoit celui de *Daedale*.

Poursuivant sa route par *Cassel*, *Marbourg*, *Francfort sur le Main*, & *Mayence*, & ne laissant rien échaper de ce qui pouvoit se rapporter à ses vuës, surtout en fait d'Instrumens de Méchanique, il arriva à *Amsterdam*, d'où bientôt après il se rendit à *Leyde*. L'immortel *Boerhaave* l'y attiroit, il brûloit de le voir & de l'entendre; & redevenant aussi-tôt ce qu'il aimoit tant à être, le plus attentif de tous les Disciples, on le vit recueillir avec une avidité inexprimable tous les Oracles de ce grand Maître. Mrs. *Albinus*, *van Swieten*, & *Gaubius*, occuperent aussi son attention dont ils étoient bien dignes. La Chymie & l'Anatomie furent alors les principaux objets. Il avoit besoin de les allier toutes deux ensemble pour réussir dans ces admirables injections, qu'il commença dès-lors à exécuter, & qu'il a poussées depuis

paris à un point qu'on pourroit regarder comme leur plus haute période. Les Docteurs les plus consommés virent bientôt en lui un émail qui méritoit de prendre place à leurs côtés. Ils lui en donnèrent le droit en le créant lui-même Docteur en Médecine le 20 Juillet 1739. La Dissertation qu'il soutint à cette occasion étoit intitulée, *de valvula coli & processu vermiformi* : & il se tira de la dispute avec de très grands applaudissemens. D'abord il avoit eu dessein de choisir le Plomb pour sujet de cette Dissertation ; mais ses Professeurs l'obligèrent à préférer celui qu'on vient d'indiquer, parce qu'il y avoit fait des découvertes considérables.

Le nouveau Docteur quitta la Hollande pour passer en Angleterre, & arriva à Londres. Il ne tarda pas à s'y faire connoître, & à former des liaisons intimes avec les Savans les plus distingués de cette Capitale, où les Sciences sont cultivées avec tant de zèle & de succès. Dans le dessein d'acquérir des connoissances relatives à la Médecine pratique, Mr. *Lieberkühn* fréquenta d'une manière assidue les Hôpitaux, & y porta ce coup d'oeil observateur, qu'il possédoit supérieurement. Les délassemens de son Cabinet étoient toujours les merveilleuses injections Anatomiques. La Société Royale accoutumée à voir les plus belles préparations dans ce genre, fut surprise en remarquant à quel point celles qu'il lui présenta les surpassoient : elle reconnut que de pareils essais étoient de vrais coups de maître. Il avoit en particulier rempli de manière cénreuse une très petite portion d'un Intestin grêle, avec tant d'art, ce travail étoit tellement fini, & la vue en avoit quelque chose de si frappant, qu'il n'y eut qu'une voix sur la rareté de ce chef-d'œuvre ; aussi Mr. *Lieberkühn* lui-même a toujours regardé ce morceau comme le dernier effort de son art.

Un travail en amène un autre. Les Ouvrages de l'Art ont entr'eux la même liaison que ceux de la Nature, qu'ils sont destinés à imiter ou à découvrir. Pour suivre des ramifications aussi fines que l'étoient celles auxquelles Mr. *Lieberkühn* faisoit parvenir ses injections, il falloit quelque chose plus que des yeux excellens, tels que ceux dont la

la Nature l'avoit donné, & même que les Microscopes ordinaires. Cela le fit penser à travailler dans ce genre d'Instruments; mais ne se contentant pas de perfectionner ceux qui étoient déjà inventés, il devint lui-même Inventeur, & causa un nouvel étonnement à la Société Royale, en lui faisant voir un Microscope avec un miroir à réflexion; ouvrage qui avoit paru jusqu'alors impossible à tous les Opticiens & Méchanistes de Londres. Ce n'étoit pas assez pourtant au gré de notre *Dédale*; dans le dessein qu'il avoit conçu de décrire toute la mécanique du corps humain, en y joignant une détermination exacte de ses parties & de ses proportions, il inventa encore le Microscope solaire, qu'il destinoit à cet usage. Tant de merveilles consécutives firent des impressions qui ont été ineffaçables; je ne parle point ici au hasard. Un respectable Ecclésiastique, Savant lui-même très distingué, Mr. *Murdock*, a assuré pendant son séjour ici, que rien n'égalait la réputation que Mr. *Liebkühn* avoit laissée à Londres, & que rien aussi n'avoit égalé le regret causé par sa perte. Mais n'anticipons pas cette catastrophe.

Faut-il dire que la Société Royale se félicita d'acquiescer un Associé tel que Mr. *Liebkühn*? Il y fut aggrégé avec les empressements les plus flatteurs pour un homme avide de distinctions; mais ce n'étoit pas son foible, il donnoit presque dans l'extrémité opposée. Il aimoit les Sciences, comme le Sage aime la Vertu, pour elles-mêmes, & à cause des avantages que la Société en retire. Londres avoit pour lui des charmes, qui l'auroient engagé à n'en pas sortir si tôt; mais le terme de ses voyages étoit limité: & il falloit eneor voir Paris, autre Sanctuaire où les Divinités qui président aux Sciences & aux Arts ont toujours eu des Autels fameux. Il s'y rendit donc vers la fin de 1739: mais à peine y avoit-il passé six mois que notre auguste Monarque, qui venoit de prendre les rênes du Gouvernement, le rappella dans sa Patrie, où il fut de retour au mois de Juillet 1750. comblé de toute la satisfaction que peut causer un voyage tel que celui que nous venons de décrire.



Presqu'aussi-tôt après son arrivée, il se distingua par d'heureuses cures, & fit voir ce qu'on pouvoit se promettre de lui. *Boerhaave*, qui ne l'avoit pas perdu de vue, & qui s'intéressoit tendrement pour lui, le recommanda dès-lors à Sa Majesté l'Impératrice de Russie, pour entrer à son service en qualité de premier Médecin ; poste séduisant par toutes sortes d'endroits : mais il n'a jamais voulu prêter l'oreille à aucune des propositions avantageuses, & souvent répétées, par lesquelles on a voulu le tirer de *Berlin*. Sujet reconnoissant, Citoyen affectionné, si la Parque lui avoit filé un siècle de vie, il l'auroit consacré au service de son Prince & de sa Patrie.

Etant de l'ancienne Société Royale, il se trouva Membre de l'Académie à son renouvellement, & produisit souvent, surtout dans les premières années depuis cette Epoque, les principales inventions qui naissoient en quelque sorte sous sa main, comme le Microscope qu'il appliquoit à observer la circulation du sang dans les Grenouilles, & un nouveau Pyromètre. Il n'auroit jamais quitté son Cabinet, si cela avoit dépendu de son choix ; mais le Public le souhaitoit ardemment comme Médecin : l'empressement des malades, aussi bien que l'obligation naturelle de compenser par des occupations utiles d'autres qui étoient fort dispendieuses, le jetterent donc dans la pratique ; & si elles ne l'y absorberent pas, au moins rendirent-elles sa vie plus laborieuse que jamais, & tellement remplie qu'il ne pouvoit presque disposer d'un seul de ses instans. Je ne m'érigerai point en juge de ses talens dans l'art de guérir, cet art contre lequel on a tant lancé de traits, qui s'émoussent & tombent sans force aux pieds des vrais Médecins, de ceux qui joignent les lumières à l'expérience, le savoir à la sagesse. Nous en avons d'illustres exemples sous nos yeux : cette Académie se glorifie de voir à la tête de ses Directeurs un des plus illustres nourrissons d'Esculape ; elle en compte parmi ses Membres, qui les uns, par une longue & honorable pratique, les autres par des enseignemens auxquels on accourt de toutes parts, font fleurir & respecter leur art salutaire ; & pourquoi me refuserois-je la satisfaction de placer ici l'expression



pression de nos sentimens pour eux ? Chargé du triste devoir d'orner le tombeau des Académiciens que la mort nous enleve, qu'on m'accorde au moins la douceur de louer pendant leur vie ceux dont nous jouissons encore, & de faire ici des vœux publics pour leur conservation !

Pour revenir à celui que nous regrettons, ces regrets sont fondés sur la voix publique, rarement trompeuse quand elle est universelle ; ou qu'il n'y a que les murmures de l'envie qui la traversent. Si pourtant on s'obstinoit à la recuser, j'en appellerois au suffrage de ses Collègues ; & du sein même de la rivalité, plus forte peut-être dans cette Profession que dans toutes les autres, parce que les rivaux se rencontrent l'un l'autre tous les jours, & à chaque pas ; du sein, dis-je, de cette rivalité, je me flatte qu'on entendroit sortir le témoignage le plus honorable à notre défunt. Faut-il fonder notre jugement en sa faveur sur des choses qui soyent à la portée de tout le monde ? Je dirai que Mr. *Lieberkühn* étoit un excellent Médecin, premièrement parce qu'il a guéri des maladies singulières & dangereuses, & qu'il en a conduit d'autres supérieures à toutes les forces de l'art ; aussi loin qu'elles pouvoient aller ; mais aussi, parce qu'il avoit tout ce qu'il faut, les connoissances étant présupposées, pour bien traiter les malades. Il étoit d'une patience, d'une assiduité, d'une douceur, qui gagnoient d'abord le patient ; & c'est un grand point, car l'empire de l'imagination est extrême, dans les maladies même dont elle n'est pas le principe. Un bon Médecin gouverne l'ame autant & plus que le corps : il encourage, il soutient, il console, il ranime souvent par cette voye quelque étincelle prête à s'éteindre, & qu'un procédé dur ou bizarre auroit étouffée. On ne pouvoit pousser plus loin que le faisoit Mr. *Lieberkühn*, non seulement l'air & le ton compatissant, mais la réalité de la compassion. Quiconque avoit été son malade, devenoit nécessairement son ami : s'il y a eu des exceptions, il faut que des causes bien extraordinaires y aient influé. Il avoit le pronostic presque infallible : on en a vu des exemples nombreux & surprenans. Trop prudent,  
lors-



lorsque ce pronostic étoit funeste , pour effrayer ceux qu'il regardoit, il s'en ouvroit à quelque personne de confiance : & cela valoit un arrêt. Il avoit aussi des ressources extraordinaires, des expédiens uniques, dans des maladies particulières, & dans des cas pressans. Cela le faisoit quelquefois passer pour dangereux : mais le succès le justifioit. Connoissant à fonds les forces de la Nature, & l'efficace des secours de l'Art, il décidoit, quoique d'ailleurs son ton ne fut rien moins que décisif, d'une manière qu'on auroit voulu rendre suspecte, & que la force du préjugé, ou la malignité de la jalousie, qualifioit du nom de charlatanerie. Je ne veux pourtant rien outrer, ni prétendre qu'il n'ait jamais donné aucune prise sur lui par quelques propos qu'il auroit pû peser à une balance plus exacte : cela seroit au dessus de l'humanité. Mais encore une fois les faits ne se détruisent que par des faits : nous en avons assez pour faire son éloge, & il n'y en a jamais eu assez pour faire sa satire.

Je reviens au Philosophe - Artiste ; je n'en ai pas encore assez dit sur ce sujet, & j'en dirois davantage, si un de nos Confrères (\*), qui en entrant dans sa carrière s'étoit attaché à Mr. *Lieberkühn*, & avoit mérité sa confiance par des qualités qui l'ont rendu infiniment sensible à sa perte, n'avoit dessein d'entretenir l'Académie dans une autre occasion des travaux mécaniques du défunt, & d'en donner l'idée d'une manière systématique & complète. Je ne fais donc que glaner quelques généralités, en suivant un Mémoire que ce même Académicien a bien voulu me fournir pour m'aider dans la composition de cet Eloge.

Quoique les recherches de notre Savant s'étendissent à toutes les parties de la Physique, son objet principal étoit le corps humain, dont il auroit voulu porter la connoissance à un point fort au dessus de tout ce qui s'est fait jusqu'à présent, & dont on n'a peut-être pas même eu l'idée avant lui. Infatigablement livré à cette entreprise, il tenoit une conduite bien différente de celle des Savans ordinaires, & qu'on peut regarder comme la marque infallible d'un jugement exquis. Il

ne

(\*) Mr. le Docteur *Roloff*.



ne se hâtoit point de publier ses découvertes, il n'inondoit pas le public d'Ecrits destinés à l'instruire du moindre pas qu'il faisoit dans sa route, il ne démembroit point ses travaux, pour jouir plus vite de la gloire qu'ils pouvoient lui procurer; mais les laissant reposer & mûrir, attendant pour lui-même une maturité que l'âge donne, ou du moins qu'il confirme, il ne laissoit rien sortir de son Cabinet, afin de produire un jour ce Cabinet tout entier & dans toute sa perfection aux yeux du Monde instruit & étonné par ce rare présent. Il n'a donc rien voulu faire imprimer; & outre la Dissertation inaugurale, il n'existe qu'une autre Dissertation latine sur les poils des Intestins, qui parut à Leyde in 4<sup>to</sup> en 1739. & la Description d'un de ses Microscopes dans le premier Volume des Mémoires de notre Académie.

Une de ses dernières occupations a été de faire peindre avec les couleurs naturelles, & ensuite graver, les préparations anatomiques qu'il avoit faites avec un soin infini des poulmons tant de l'homme que des divers animaux: il avoit aussi de nouvelles observations, & de nouvelles planches, dessinées à enrichir la Dissertation sur les poils des intestins. C'étoient là des parties de son plan, des fragmens d'un Ouvrage dans lequel il vouloit faire entrer toutes les parties du corps humain représentées au naturel, & avec leurs couleurs propres. Il en seroit résulté une Physiologie aussi neuve que complète, qui auroit fourni, & mis sous les yeux, la fabrique intérieure des viscères du corps humain, & la structure si délicate des parties qui ne s'offrent point à la simple vue. Il est incroyable à quel point Mr. *Lieberkühn* excelloit dans tous les arts requis pour la réussite de cette entreprise, & à quel degré de perfection il avoit porté tous les moyens de surpasser ceux qui l'avoient précédé dans de semblables travaux. Il ne se servoit pas seulement pour les injections de la matière céroüse qu'on y employe ordinairement; il savoit remplir d'argent pur les vaisseaux les plus subtils; il détachoit avec une singulière adresse toute la chair des viscères injectés, & il n'en conservoit que la partie vasculaire avec les ramifications les plus imperceptibles.



S'il y eut jamais un esprit inventif, c'est le sien. Il possédoit non seulement toute la théorie des Instrumens de Mathématique, de Méchanique, & d'Optique, mais il s'entendoit mieux à la pratique que les plus habiles Ouvriers, il les guidait ordinairement, & leur fournissoit de nouvelles ouvertures, toujours heureuses. Il mettoit même la main à l'œuvre, & faisoit seul des Machines fort composées, Microscopes de diverses sortes, pompes pneumatiques, fusils à vent, pyromètres, &c. qui acquéroient toujours quelque nouveau degré d'utilité ou il s'amusoit à les faire. Il fabriquoit en des lentilles de microscope d'une si pron microscop pour les voir. Dans tout même, n'ayant jamais travaillé sous autout ce qu'il voyoit dès qu'il y avoit jetté d'habiles Ouvriers au contraire faisoient s : il en avoit formé à *Berlin*, où il n'y Optique & dans la Méchanique, dont sous t. Aussi n'y a-t-il aucun de ces Artistes : ce qu'il lui doit, & pour qui sa mort n'ait

: Mr. *Liebkühn* doit avoir ainsi formé & laissé une des plus belles collections d'Instrumens qui aient jamais existé. Elle mérite toute l'attention des Curieux capables d'en juger ; & pourroit tenir place parmi les richesses savantes des plus grands Princes, ou des plus célèbres Académies. Son dernier travail a été de faire des Telescopes. Ils ne le cedent point à ceux de *Short* ; & si Mr. *Liebkühn* avoit vécu, il vouloit en pousser les dimensions à six pieds, & au delà. Mais le tourbillon de la pratique ne lui permettoit pas de faire tout ce qu'il auroit voulu à cet égard : c'étoit moins des heures perduës que des momens dérobés, qu'il pouvoit consacrer à ses occupations favorites.

Mr. *Liebkühn* s'unit en 1746 par les liens du mariage avec Mlle *Dorothee Hevelingen*, digne de son choix ; & ils ont passé dix ans



ans ensemble dans la plus douce harmonie. Elle lui a survécu, conservant pour gages de cette union si précieuse à son triste souvenir un fils & une fille en bas âge.

On se plaint de la brièveté de la vie humaine, lors même que des hommes inutiles à la Société lui sont enlevés après avoir atteint les bornes ordinaires de cette vie. Nos plaintes, s'il étoit permis d'en faire, seroient beaucoup mieux fondées, en voyant si tôt finir une vie précieuse par tant d'endroits au genre humain. Combien trente années au moins de plus que Mr. *Lieberkühn* pouvoit atteindre sans arriver à la dernière vieillesse, n'auroient elles pas été fécondes? Et à quelle

abondante  
venons d'étal  
rons ici, con  
*Lieberkühn* p  
corps étoit n  
ture; il y av  
mun. Le g  
ordinaire; il  
en cela rien q

de la plus grande force; & surtout à ceux qui s'appliquent avec trop de contention. Malgré ces apparences favorables, il y avoit un vice caché dans la constitution intérieure de Mr. *Lieberkühn*; & ce vice a été le germe fatal de sa mort. Le polémon, ce viscère qu'il avoit si soigneusement étudié, en se devouant tout entier à ses recherches, se déroboit aux secours qu'il auroit pu y apporter: dès l'âge de 15 ans, le sien avoit été attaqué, & depuis ce temps là, il s'étoit gâté de plus en plus, s'étant surtout fortement attaché au côté gauche, par une suite, à ce qu'il disoit, de la coutume qu'il avoit eue dans ses premières études, de tenir ce côté continuellement collé contre un pupitre. Il le sentoit fort bien, & en éprouvoit souvent des incommodités fâcheuses. Cependant il savoit se procurer tous les soulagemens dont un pareil état pouvoit être susceptible. Cela auroit suffi pour le mener



encore assez loin ; sans une attaque imprévue de pleurésie. Dans un des jours les plus vifs de l'hyver dernier, après avoir passé quelque tems dans le poêle fort chaud d'un malade, il s'exposa à l'air froid de la rue, & ayant été aussi-tôt frappé, il sentit presque en même tems qu'il l'étoit à mort. A peine quelques heures étoient-elles écoulées qu'accoutumé, comme nous l'avons vû, à prévoir l'issue des maux, il prédit que le sien étoit incurable. Cependant touché du zèle affectueux des plus célèbres d'entre ses Collègues, il se confia entièrement à leurs soins, & suivit leurs ordonnances, persistant à ne s'en promettre aucun succès. L'événement ne tarda pas à justifier ce triste augure ; il succomba au bout de dix jours à la force du mal, & mourut comme il avoit vécu, avec tous les sentimens d'un excellent Citoyen, & d'un vray Chrétien, le 7 Decembre, à huit heures du matin, dans sa 46. année. Il étoit d'une taille au dessus de la médiocre, mais il se vouloit un peu. Il avoit le front large & avancé, sous lequel étoient placés des yeux qu'on pouvoit appeller d'aigle. Il avoit fait des expériences singulières sur leur force, & avoit infiniment surpris des personnes qui en doutoient, en appercevant des objets à des distances, ou soit leur petitesse, soit leur éloignement, les rendent imperceptibles. Il assuroit que les Satellites de Jupiter avoient été visibles pour lui à la simple vue, tant qu'il l'avoit conservée dans toute sa force. Le reste de ses traits étoit régulier : & il en résultoit une physionomie agréable, quoiqu'il eût l'air un peu rêveur, & que l'impression d'une douce mélancolie regnât pour l'ordinaire sur son visage. Mais, dès qu'il parloit, & surtout dès qu'il prenoit ce tendre intérêt qu'il paroissoit toujours prendre aux personnes avec qui il avoit des liaisons d'amitié, ou aux malades qui recouroient à lui, sa physionomie devenoit entièrement ouverte, & on sentoit naître de l'inclination pour lui. Elle étoit puissamment fortifiée par l'estime due à sa conduite qui a toujours été irréprochable. Il n'y a pas eu moins de vertus que de lumières ensevelies dans son Tombeau.



# ELOGE

## DE MR. DE KEITH.

---

L'illustre Académicien, à la mémoire duquel nous allons payer un tribut justement mérité, avoit pris une précaution dont nous avons si bien senti le prix en composant cet Eloge, que nous croyons devoir la proposer pour modèle à tous ceux qui, après avoir mérité l'estime de leurs contemporains, ne dédaignent pas les suffrages de la postérité. C'est de jeter sur le papier une suite de particularités qu'il a intitulées, *Anecdotes de ma vie*, & qui vont nous guider d'une manière plus sûre que nous n'avons coutume de l'être. Ce n'est pour l'ordinaire qu'avec une peine infinie & à force de réquisitions pressantes, que nous obtenons des notices fort vagues de la vie des Membres que nous perdons ; il ne peut résulter de là dans nos Eloges qu'une grande sécheresse, ou de vaines généralités. Un homme sensé ne doit pas se mettre fort en peine qu'on parle de lui après sa mort ; mais quand il sçait qu'on doit en parler, il est naturel qu'il souhaite qu'on le fasse avec exactitude, & qu'il forme, à l'exemple de Mr. *de Keith*, une petite collection de matériaux trop difficiles à rassembler autrement. J'ai crû devoir profiter de cette occasion pour insister sur un exemple dont l'imitation seroit utile dans les mêmes cas. Les brèches réitérées que notre Académie a eu sujet de déplorer coup sur coup, me font souhaiter en même tems que ces cas soient aussi rares, que la condition humaine le permet. Mais, comme ils sont inévitables, ceux qui craindroient de se familiariser avec leur idée, en déférant au conseil que je donne, rentreroient trop dans la classe de ce vulgaire dont nos lumières & nos occupations doivent nous tirer. Mais pourquoi dif-



féré-je plus longtems de parler de Mr. de Keith? C'est que mon cœur s'attendrit au souvenir de sa perte, & ne sent s'ouvrir qu'avec peine une playe qui sera difficilement fermée.

Mai de l'année ginaire d'Ecosse. service de cette rt. Il eut pour l'age de 19 ans, e Suede, où un après avoir rem-rang éminent de Lieutenant dans e, qui s'établit en e, de la maison ieux fruit.

it son enfance dans la maison pater-h de ses parens permettoit de lui Roi FRÉDÉRIC GUILLAUME, Monarque l'attacha à la personne re fonction au mois de Janvier de ne Lieutenant & Ajudant dans le Wesel.

Un événement imprévu ne le laissa que quelques mois dans ce poste. C'est l'orage dont nous avons parlé dans l'Eloge de Mr. Du-hin, orage qui par sa véhémence dispersa tous les fidèles serviteurs d'un Maître, pour qui il étoit si doux de souffrir, & il a été si glorieux d'avoir souffert. Mr. de Keith, réduit à la nécessité de s'expatrier, n'eut pas un instant à perdre pour se dérober au sort rigoureux dont il étoit menacé. Il partit de Wesel le 6 d'Avril 1730. & se retira en Hollande. Mais il s'appercut bientôt que ce n'étoit pas un asyle suffisant pour le mettre en sûreté; de justes craintes l'obligerent de recou-  
rir



rir à des Pêcheurs de *Scheveling*, & de les solliciter à courir les risques de lui faire traverser la Mer dans une de leurs barques. Cette entreprise eut un heureux succès ; & Mr. de *Keith* étant arrivé le troisième jour aux côtes d'Angleterre, débarqua dans un endroit où selon les apparences personne n'avoit jamais abordé. Il se rendit aussitôt à *Londres*. La Reine ayant appris son arrivée, le fit appeler, l'entretint avec une extrême bonté, lui donna les marques les plus sensibles de cette grandeur d'âme, & de cette générosité, qui faisoient l'essence de son caractère, & l'assura de sa protection, à laquelle elle joignit une pension de 200 Livres Sterling, dont Mr. de *Keith* a joui jusqu'à son entrée au service de Portugal.

*Londres* même ne dissipa pas les alarmes de notre fugitif. Pour se tirer des inquiétudes continuelles où la situation le jetoit, il crut devoir chercher un séjour moins fréquenté des étrangers. Il choisit l'Irlande, & se rendit à *Dublin*. Les raisons qui l'y avoient conduit, le tinrent pendant quelques mois dans une profonde retraite. Ce

tems, bien loin

*Keith* le consacra à

application qui fut

toujours possédée d

permettoit pas de

bon esprit qui est

plus, tant que les

nation vers l'étude

avec beaucoup d'

Trinité, & surtout ceux de Philosophie Expérimentale, auxquels il

prenoit beaucoup de plaisir, aussi ses progrès y furent-ils considéra-

bles. La lecture qu'il fit en même tems des excellentes traductions

qu'on a en Anglois des Auteurs anciens, en particulier de ceux qu'on

nomme Classiques, lui fit regretter bien vivement de n'avoir pas été

assez initié dans la langue Latine pendant les premières années de son

éducation, pour pouvoir puiser dans les sources & lire les Originaux.

Trois années se passèrent dans ces occupations instructives, sans que

Mr.

Mr. *de Keith* sortit guères de sa chambre que pour se rendre dans quel-  
qu'un des Collèges auxquels il assistoit. Son esprit y gagna beaucoup,  
mais malheureusement ce fut aux dépens de son corps. Ce genre de  
vie appliqué & sédentaire qui succéda tout d'un coup à l'activité des  
états précédens, ruina sa santé sans retour. Il fit une de ces grandes  
maladies, dont l'effet est d'affoiblir le tempérament. La Reine d'An-  
gleterre, toujours remplie des mêmes bontés & des mêmes attentions,  
ayant été instruite de l'état de Mr. *de Keith*, le fit revenir à Londres.  
D'habiles Médecins qu'il consulta, lui prescrivirent l'usage des bains de  
*Bath* & de *Bristol*, qui achevèrent en effet de le rétablir aussi bien  
qu'il pouvoit l'être.

De retour à Londres, il voulut goûter les douceurs de la société  
dont il avoit été si longtems séquestré, & se mit à fréquenter les meil-  
leures compagnies, donnant toujours la préférence à celle des gens  
de Lettres. Les liaisons qu'il contracta avec plusieurs Membres du  
Parlement, & les voyages qu'il fit dans les Provinces, le mirent à por-  
tée de prendre une connoissance exacte du Pais & du Gouvernement.

L'Angleterre équipoit alors une flotte de 37 vaisseaux de guer-  
re sous les ordres de l'Amiral *Norris*, pour l'employer au secours du  
Portugal, qui étoit menacé d'une guerre avec l'Espagne. Mr. *de Keith*  
prit la résolution de servir dans la Marine; & pour s'en rendre capable,  
il demanda & obtint la permission d'être volontaire sur la Flotte. Il  
s'embarqua sur le Vaisseau Amiral, nommé *la Britannia*, de cent pieces  
de canon, & de neuf cens hommes d'équipage. L'Amiral *Norris*  
eut pour lui des bontés de père, le traitant comme un Officier, l'ayant  
toujours à ses côtés, & prenant la peine de l'instruire lui-même de  
toutes les manœuvres dans lesquelles il ne cessoit d'exercer sa Flotte,  
pendant le cours du voyage, de sorte que Mr. *de Keith* se mit entiè-  
rement au fait du service de mer. Mais il eut le déplaisir de se con-  
vaincre en même tems que son tempérament s'y refusoit : & en effet  
ce service demande des gens qui y soyent accoutumés dès leur pre-  
miere jeunesse.

La Flotte arrivée à la Rade de *Lisbonne* y jeta l'ancre pour attendre les événemens. L'*Espagne* ne voulut pas s'exposer à leur incertitude, & s'étant adoucie, fit succéder la voye des négociations à celle des armes. Mr. *de Keith* profita de ce tems pour voir *Lisbonne*; & au bout de quelques mois de séjour, il en trouva le climat si agréable qu'il s'adressa à son auguste Protectrice, la Reine d'Angleterre, pour la supplier d'engager le Roi de *Portugal* à lui accorder une place dans son Armée. Il y avoit un obstacle assez considérable à cette demande, c'étoit celui de la Religion; mais l'état des affaires ne permettoit pas à Sa Majesté Portugaise de manquer d'égards pour la recommandation de la Reine d'Angleterre. Ainsi Mr. *de Keith* fut aussi tôt placé en 1736. comme Capitaine de Cavalerie, & l'année suivante il passa au grade de Major dans le Régiment du Marquis de *Mariaval*. Les devoirs du service lui laissant encore un loisir assez considérable, il en employa une partie à apprendre les langues Portugaise, Espagnole, & Italienne, qui ne lui coûtèrent pas beaucoup de peine, tant à cause de la disposition naturelle qu'il avoit à cette étude, que par l'affinité que ces langues ont entr'elles, & avec le Latin dont Mr. *de Keith* avoit conservé une teinture qui ne laissa pas de lui être d'un grand secours.

Au commencement de 1740. il fut nommé pour accompagner comme Aide de Camp, & Colonel de l'Armée, le Comte d'*Eryceira*, Vice-Roi des Indes, qui conduisoit un secours de 2000 hommes à *Gon*, alors assiégé par les Indiens. Sur ces entrefaites le Roi de Prusse de glorieuse mémoire vint à mourir. Faisons ici parler Mr. *de Keith* lui-même : son Mémoire a le double avantage de tracer le plan d'une vie très dignement employée, & de dévoiler les sentimens d'une très belle ame. Voici donc ses propres termes. „ Sa Majesté présentement régnante eut la bonté de se souvenir de moi, & de me rappeler; je „ me hâtai d'aller trouver un Maître, auquel j'appartenois par ma naissance, & que mon cœur s'étoit choisi, dès qu'il avoit été capable „ de sentiment.

Après avoir obtenu son congé du Roi de Portugal, Mr. *de Keith* s'embarqua sur un Pacquebot Anglois pour *Falmouth*; il passa par





dres, où il vit la Cour & quelques amis, & se rendit à Paris par la voye de *Dinant* & de *Calais*. Mais les ordres du Roi, & encore plus son propre empressement, ne lui permirent pas de faire un long séjour dans cette brillante Capitale: après en avoir parcouru rapidement les beautés, aussi bien que celles de *Paris* & de quelques autres des principales Maisons Royales, il prit la route de *Berlin*; où il arriva au commencement d'Octobre. La joye dont le pénétra la vue de son Roi fut portée à son comble par la manière gracieuse dont il en fut reçu. Quelque tems après Sa Majesté le déclara Lieutenant Colonel de l'Armée, & de puis ce tems-là Elle l'a honoré de plusieurs témoignages de bienveillance.

Une des premières liaisons que Mr. de *Keith* fit à Berlin, fut celle de Mr. de *Maupertuis*, & celle, les conduisit bientôt à une intimité également honorable pour l'un & pour l'autre. Mr. de *Keith* trouvoit en ce grand & sage Président le plus riche trésor de ces connoissances dont il avoit toujours été si avidement pourvu sous les agréments du commerce & de l'amitié. Mr. de *Maupertuis* trouvoit en Mr. de *Keith* une de ces âmes privilégiées qui ne peuvent que plaindre d'avantage, & mesure qu'elles sont mieux connues, & avec lesquelles seules on peut cimenter une union indissoluble. C'est à ces dispositions réciproques que nous sommes principalement redevables de l'avantage d'avoir possédé Mr. de *Keith* d'abord en qualité d'honoraire, dès l'année 1744. & ensuite comme Curateur après la mort de Mr. de *Borcke*, à lequel il succéda en 1747. Je n'ay pas besoin de retracer ici son attachement pour notre Compagnie, le plaisir qu'il paroissoit goûter dans nos Assemblées, & celui que sa présence y causoit. Ces idées sont trop présentes; & je me persuade, que, quand elles le feroient moins, nous les aurions conservées.

Je trouve encore dans le Manuscrit de Mr. de *Keith* un passage que je ne saurois me résoudre à omettre: il me touche d'autant plus vivement, que les preuves de la vérité m'ont affecté au delà de toute expression, pendant un espace de tems bien court, il est vrai, mais dont



dont le souvenir me sera toujours infiniment précieux, c'est celui du mois d'Août dernier, pendant lequel, (je ne sais si je dois dire par une faveur, ou par une rigueur du sort,) j'ai eu l'avantage de voir & de connoître Mr. *de Keith* plus particulièrement, que je ne l'avois encore fait, dans cette agréable retraite où il passoit les Étés. L'idée qu'il nous donner lui-même de la vie domestique, de ses relations de Père & d'Epoux, ne pouvoit être plus vraie, ni mieux exprimée. « née 1742, dit-il je me suis marié avec *Ortise Louise Baronne de Knyphausen*, fille aînée du feu Ministre d'Etat de ce nom. La Providence semble vouloir achever de me dédommager par cette heureuse union des malheurs de ma jeunesse. Notre mariage est béni par deux fils qui, par les espérances qu'ils nous donnent, contribuent à nous rendre la vie douce. Nous vivons dans un état médiocre, sans envier la fortune de personne. » Paroles admirables, qui me paroissent fort au dessus des Inscriptions les plus fastueuses dont on pourroit pu charger son Monument, & de tous les Eloges que je me ferois un plaisir d'accumuler ici, si je n'en sentois l'insuffisance.

Mr. *de Keith* vivoit en effet dans une union admirable avec une Dame digne de tout son attachement par le rare assemblage des plus excellentes qualités de l'esprit & du cœur. Il devoit avec un soin tout particulier deux tendres rejettons, très propres à lui faire concevoir les plus heureuses espérances, & qui dédommageront sans doute un jour l'Etat, les Lettres, & la Société, de la perte qu'ils viennent de faire. Il aimoit les douceurs de la retraite & de la campagne; & comme il avoit beaucoup de goût pour toutes les occupations qui se rapportent à ce genre de vie, le Roi lui avoit fait une double grâce en lui confiant avec l'Intendance du Chateau de *Charlottenbourg* celle de ce beau Parc, qui fait un des principaux ornemens de Berlin, & qui depuis quelques années a reçu des embellissements considérables, d'abord sous la direction de Mr. *de Knobelsdorff*, & ensuite sous celle de Mr. *de Keith*, dont les vues ingénieuses répandoient chaque jour de nouveaux charmes dans cet agréable lieu.



Lorsque Son Altesse Royale Madame la Princesse AMÉLIE est devenue, il n'y a pas longtems, Abbessé de *Quedlimbourg*, le Roi a nommé Mr. *de Keith* pour l'accompagner à son inauguration ; & il s'est acquitté de cette commission honorable avec la décence qui caractérise toutes ses actions.

Dans la force de l'âge, & au milieu des commodités qui semblent affermir la trame de nos jours, Mr. *de Keith* se plaignoit à la vérité de quelques indispositions, mais qui n'étoient pas d'un ordre à faire craindre une fin prochaine. Une grande pesanteur de tête étoit le symptôme le plus fréquent & le plus fâcheux dont il fut incommodé. Il avoit cependant passé l'Été comme à l'ordinaire à *Charlottenbourg*, & n'étoit rentré à *Berlin* qu'à la fin des beaux jours de l'Automne. Vers le milieu de Novembre il eut une attaque subite de paralysie qui affecta un bras, & ensuite d'autres parties du corps, causant quelque embarras dans la langue, & un assoupissement léthargique. On comprit aisément tout le danger d'un semblable état ; les secours de l'art furent administrés, mais ils ne produisirent pas des effets assez sensibles, pour en attendre de décisifs. Mr. *de Keith* se servit de toute liberté d'esprit que cette situation put lui laisser, pour vaquer aux devoirs de la Religion, & aux soins qu'exigeoit son extrême tendresse pour sa famille. Sa fin, qui fut à tous égards telle que doit être celle d'une vie vertueuse, arriva le 27 Decembre dernier, dans le cours de sa 46 année.

Mr. *de Keith* étoit d'une stature au dessus de la médiocre ; ses yeux avoient quelque chose de particulier, qui ne déplaisoit pas pour peu qu'on y fut accoutumé ; son air étoit sérieux, & réservé ; mais il s'ouvroit avec ses amis, & disoit très agréablement des choses spirituelles & sensées. Il regnoit un air de franchise & de cordialité dans ses manières, fort préférable à tout le brillant imposteur d'une vaine politesse. La vérité étoit l'ame de ses discours, & la droiture celle de ses actions.





# T A B L E.

---

## C L A S S E de Philosophie Expérimentale.

<b>R</b> echerches <i>sur la force de l'Imagination des femmes enceintes sur le fœtus, à l'occasion d'un Chien monstrueux, par M. ELLER.</i>	pag. 3
Continuation <i>des preuves fondées sur des Expériences qui font voir qu'il se trouve de la Terre dans l'eau distillée la plus pure, par M. MARGGRAF.</i>	20
Observations <i>sur les maladies du cœur, par M. MECKEL.</i>	31
Nouvelles Observations, <i>pour servir de supplément à l'histoire de la Nielle des bleds, par M. GLEDITSCH.</i>	66
Mémoire <i>concernant quelques nouvelles Expériences électriques remarquables, par M. ÆPINUS.</i>	105
Expériences Chymiques, <i>concernant l'Etain, par M. MARGGRAF.</i>	122
Dissertation <i>sur des fleurs de l'Aster Montanus, ou Pyrenaïque, précoce, à fleurs bleuës, &amp; à feuilles de saule, empreintes sur l'ardoise, par M. LEHMANN.</i>	127
Examen Chymique <i>du sel auquel on a voulu donner le nom de véritable sel alcali fixe de Rhinoceros, par M. MARGGRAF.</i>	145
Description <i>d'un Quadrupède d'Amérique rapporté par M. Linnæus au genre des Ours, par M. ROLOFF.</i>	149

# C L A S S E

## de Mathématique.

Recherches plus exactes sur l'effet des Moulins à vent, par M. EULER.	pag. 165
Expériences pour déterminer la réfraction de toutes sortes de liqueurs transparentes, par M. EULER.	235
Sur l'Action des Scies, par M. EULER.	267
Démonstration de la Règle de Descartes, pour connoître le nombre des racines affirmatives & négatives qui peuvent se trouver dans les équations, par M. de SEGNER.	292
Exposition de quelques Paradoxes dans le Calcul intégral, par M. EULER.	300
Des Cerfs volants, par M. EULER le fils.	322
Recherches sur ge du M qu'on ad	ndre dans l'usa- aux Instrumens PINUS 365

d

lative.

Examen Philosophique de la preuve de l'existence de Dieu employée dans l'Essai de Cosmologie, par M. de MAUPERTUIS.	389
Recherches Métaphysiques sur les forces des fluides qui se perdent en Mécanique, & sur le plus grand effet qu'elles peuvent produire, par M. BEGUELIN.	425
Recherches sur un principe fixe, qui serve à distinguer les devoirs de la Morale de ceux du Droit Naturel, par M. SULZER.	450

